מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ה, 2025
מספר השאלון: 35571
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: صيف 2025
رقم النّموذج: 35571
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

انتبهوا: في هذا الامتحان توجد توجيهات خاصّة.
يجب الإِجابة عن الأسئلة حسب التّوجيهات.

מתמטיקה

תוכנית חדשה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: שאלות קצרות
פרק שני: אינדוקציה, סדרות והסתברות
פרק שלישי: גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק רביעי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי.
5×20 = 100 נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات

المنهاج الجديد

5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

تعليمات

أ. مدّة الامتحان: أربع ساعات وَرُبْع.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج أربعة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: أسئلة قصيرة
الفصل الثّاني: الاستقراء الرّياضيّ، المتواليات والاحتمال
الفصل الثّالث: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الرّابع: حساب التّفاضل والتّكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدّوالّ النّسبيّة وللدّوالّ المثلّثيّة
يجب الإِجابة عن خمسة أسئلة، عن سؤال واحد على الأقلّ من الفصل الأوّل أو الثّاني، وعن سؤال واحد على الأقلّ من كلّ واحد من الفصلين؛ الثّالث والرّابع.
5×20 = 100 درجة.

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخوا السّؤال؛ يجب كتابة رقمه فقط.
2. يجب بدء كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة مراحل الحلّ في الدّفتر، حتّى إذا أُجرِيَت الحسابات بواسطة حاسبة.
يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تُستعمَل مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النّموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإِجابة عنها بشكل فرديّ.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لكم النّجاح!**

الأسئلة

أجيبوا عن خمسة من الأسئلة 1-8، عن سؤال واحد على الأقلّ من الفصل الأوّل أو الثاني، وعن سؤال واحد على الأقلّ من كلّ واحد من الفصلين الثّالث والرّابع. (لكلّ سؤال – 20 درجة.)

انتبهوا: إذا أجبتم عن أكثر من خمسة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الخمس الأولى التي في دفتركم.

الفصل الأوّل: أسئلة قصيرة

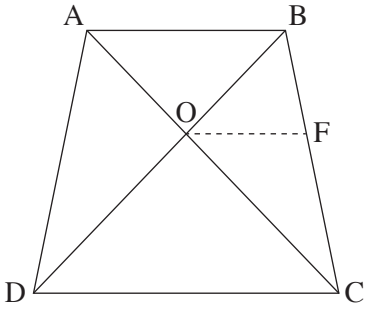
1. أجيبوا عن اثنين من أربعة البنود "أ – د" التي أمامكم. إذا أجبتم عن أكثر من بندين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفتركم.

أ. **(1)** برهِنوا بالاستقراء الرياضيّ، أو بأيّة طريقة أخرى، أنّ لكلّ n طبيعيّ يتحقّق:

$$2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + \ldots + (2n)^2 = \frac{2n(2n+1)(n+1)}{3}$$

(2) احسبوا قيمة المجموع: $4^2 + 6^2 + 8^2 + \ldots + 100^2$.

ب. في الرسم الذي أمامكم شبه المنحرف $ABCD$ ($AB \parallel CD$).
النقطة O هي نقطة التقاء قطرَيْ شبه المنحرف.
معطى أنّ: $\sphericalangle BAO = \sphericalangle CDO$.



(1) برهِنوا أنّ شبه المنحرف $ABCD$ هو متساوي الساقين.

النقطة F تقع على الضلع BC ، بحيث القطعة OF توازي قاعدتَي شبه المنحرف.
معطى أنّ قطرَيْ شبه المنحرف متعامدان، $DO = 4$ ، $BO = 3$.

(2) جدوا طول القطعة OF .

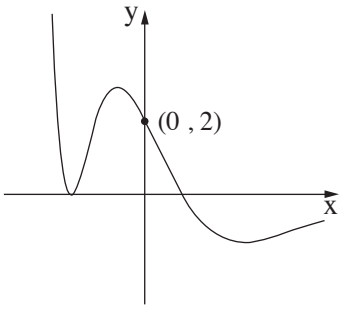
/ يتبع في صفحة 3 /

جـ. الدالّة $f(x)$ ودالّة مشتقّتها $f'(x)$ ودالّة مشتقّتها الثانية $f''(x)$، معرَّفات لكلّ x .

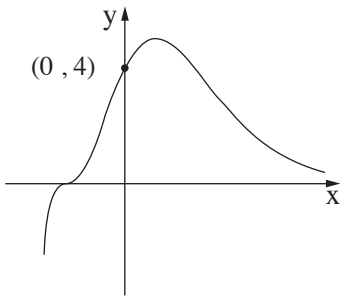
أمامكم ثلاثة رسوم بيانيّة I–III . أحد الرسوم البيانيّة يصف الدالّة $f(x)$ ، وأحدها يصف دالّة المشتقّة $f'(x)$ ، وأحدها يصف دالّة المشتقّة الثانية $f''(x)$.

في كلّ واحد من الرسوم البيانيّة، تظهر جميع النقاط القصوى وجميع نقاط تقاطُعه مع المحور x .

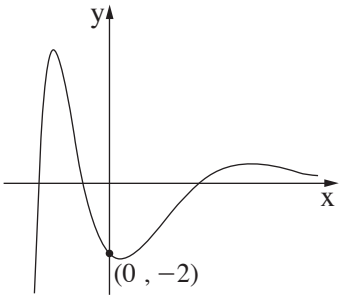
على كلّ واحد من الرسوم البيانيّة مكتوبة إحداثيّات نقطة التقاطُع مع المحور y .



III



II



I

(1) لائِموا لكلّ واحدة من الدوالّ $f(x)$ وَ $f'(x)$ وَ $f''(x)$ الرسم البيانيّ الذي يصفها. علِّلوا إجابتكم.

(2) كم نقطة الْتواء توجد للدالّة $f(x)$ ؟ علِّلوا إجابتكم.

إحداثيّات نقطة النهاية العظمى للدالّة $f(x)$ هي $(a , 5)$.

(3) جدوا المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f'(x)$ والرسم البيانيّ للدالّة $f''(x)$ والمستقيم $x = a$ والمحور y .

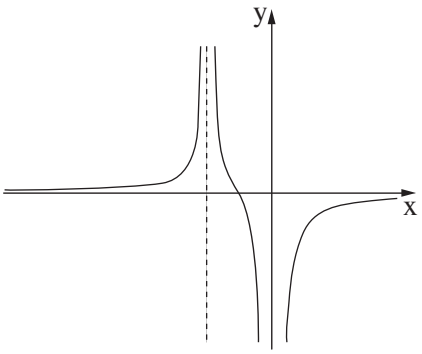
/ يتبع في صفحة 4 /

د. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{2(x+1)}{(x^2+2x)^2}$ ، المعرَّفة في المجال $x\neq 0$ ، $x\neq -2$.

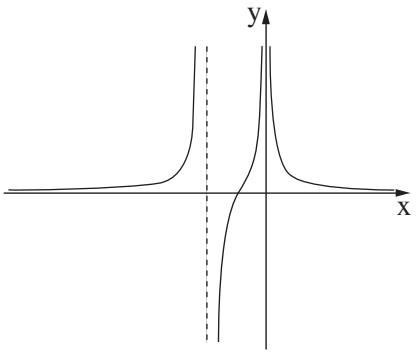
(1) جدوا مجالات موجبيّة الدالّة $f(x)$.

(2) حدِّدوا أيًّا من الرسوم البيانيّة I–IV التي أمامكم يصف الدالّة $f(x)$. علِّلوا تحديدكم.

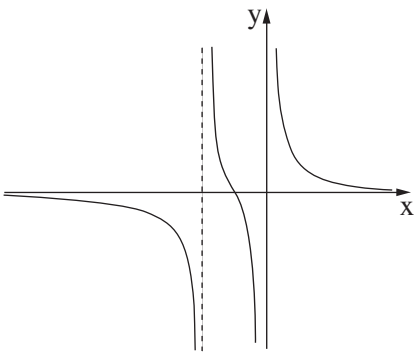
(3) احسبوا المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والمحور x والمستقيمَيْن $x=1$ وَ $x=4$.



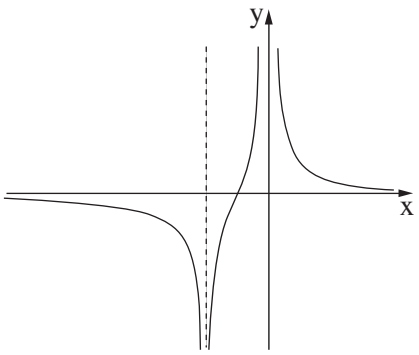
II



I



IV



III

/ يتبع في صفحة 5 /

الفصل الثّاني: الاستقراء الرياضيّ والمتواليات والاحتمال

2. معطاة متوالية هندسيّة لانهائيّة A ، حدودها هي ... , a_3 , a_2 , a_1 .

معطى أنّ: $2a_2 + 8 = a_4$ ، $\frac{a_4}{a_2} = 4$.

أ. جدوا قيمة a_3 (جدوا الإمكانيّتَيْن).

معطى أنّ المتوالية A ليست تصاعديّة وليست تنازليّة.

يبنون من حدود المتوالية A متوالية لانهائيّة جديدة B .

معطى أنّ حدود المتوالية B تُحقِّق $b_n = \frac{1}{a_n \cdot a_{n+1}}$ لكلّ n طبيعيّ.

ب. برهِنوا أنّ المتوالية B هي متوالية هندسيّة، وَجِدوا أساسها.

يبنون من حدود المتوالية A متوالية هندسيّة لانهائيّة إضافيّة C .

حدود المتوالية C هي: ... , $\frac{k}{a_5 \cdot a_6}$, $\frac{k}{a_3 \cdot a_4}$, $\frac{k}{a_1 \cdot a_2}$. $k \neq 0$ هو بارامتر.

جـ. (1) جدوا أساس المتوالية C .

(2) جدوا بالنسبة لأيّة قيَم لِـ k المتوالية C تصاعديّة. علِّلوا إجابتكم.

نرمز بِـ S_B إلى مجموع المتوالية B ، وَبِـ S_C إلى مجموع المتوالية C .

معطى أنّ: $S_C = 4 \cdot S_B$.

د. جدوا قيمة k .

/ يتبع في صفحة 6 /

3. جرت انتخابات في دولة كبيرة. يستطيع الناخبون في هذه الانتخابات التصويت للحزب "أ" أو للحزب "ب" فقط.
نرمز بِـ P إلى الاحتمال بأن يُصوِّت ناخب اختير بشكل عشوائيّ للحزب "أ" $(0 < P < 1)$.
يختارون بشكل عشوائيّ 3 ناخبين.
معطى أنّ الاحتمال بأن يكون واحد منهم بالضبط قد صَوَّت للحزب "أ" هو ضعف الاحتمال بأن يكون ثلاثة الناخبين قد صوَّتوا للحزب "ب".

أ. جدوا قيمة P .

يختارون بشكل عشوائيّ 4 ناخبين.

ب. معلوم أنّ أربعة الناخبين صوَّتوا لنفس الحزب. ما هو الاحتمال بأنّهم صوَّتوا للحزب "أ"؟

قِسْم من الناخبين هم كبار في السنّ والبقيّة شباب.
معطى أنّ 40% من الناخبين الكبار في السنّ صوَّتوا للحزب "ب"، وَ 15% من الناخبين الشباب صوَّتوا للحزب "أ".

جـ. ما هو الاحتمال بأن يختاروا بشكل عشوائيّ ناخبًا شابًّا واحدًا من بين جميع الناخبين؟

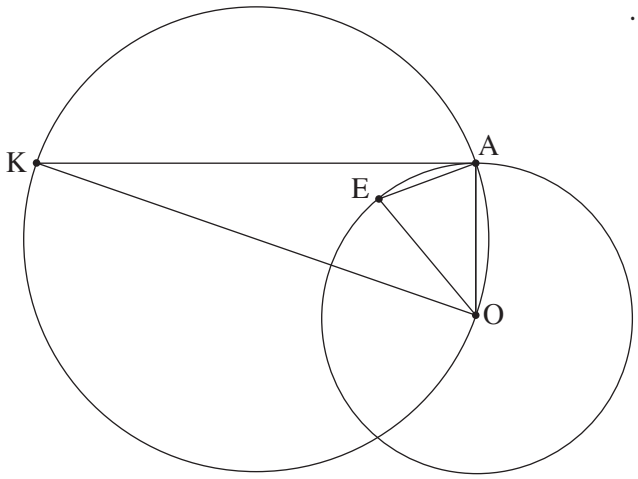
بعد الانتخابات، أُجريَ استطلاع هاتفيّ في أوساط الناخبين. رامي، أحد مُستطلِعي الرأي، اتّصل بشكل عشوائيّ بناخبِين شباب فقط.
اتّصل رامي بهم، الواحد تلو الآخر، وَتَوَقَّفَ فورًا بعد أن أجرى مقابلة مع شابّ واحد صَوَّتَ لأحد الحزبَيْن، وشابّ إضافيّ صَوَّتَ للحزب الآخر.

د. ما هو الاحتمال بأنّ رامي اتّصل بِـ 5 شباب بالضبط؟

/ يتبع في صفحة 7 /

الفصل الثالث: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

4. في الرسم الذي أمامكم، دائرة كبيرة نصف قطرها R ودائرة صغيرة مركزها في النقطة O ونصف قطرها r .
النقطة O تقع على محيط الدائرة الكبيرة.
النقطة A هي إحدى نقطتَيْ التقاطُع بين الدائرتَيْن، كما هو موصوف في الرسم.
مرَّروا عبر النقطة A مماسًّا للدائرة الصغيرة. المماسّ يقطع الدائرة الكبيرة في النقطة K .
النقطة E تقع على محيط الدائرة الصغيرة داخل المثلّث KAO .



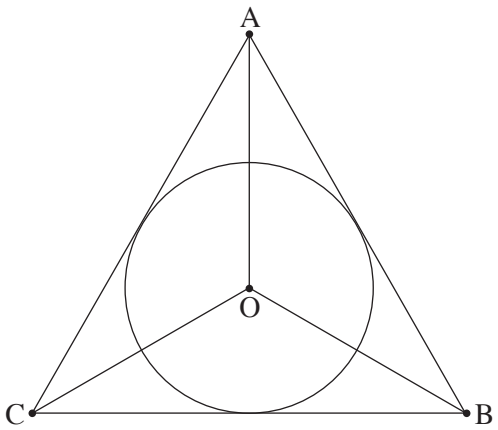
أ. برهِنوا أنّ $\sphericalangle AOE = 2\sphericalangle KAE$.

امتداد القطعة AE يقطع القطعة OK في النقطة M .
معطى أنّ النقطة M هي منتصف القطعة OK .
ب. برهِنوا أنّ النقطة M هي مركز الدائرة الكبيرة.
جـ. برهِنوا أنّ $\Delta MOA \sim \Delta OEA$.

معطى أنّ: $R = 1.5r$.
نرمز بِـ S إلى مساحة المثلّث MEO .
د. عبِّروا بدلالة S عن مساحة المثلّث OKA .

5. في المثلّث المتساوي الساقين ABC $(AC = AB)$ محصورة دائرة مركزها في النقطة O ، ونصف قطرها r (انظروا الرسم).
نرمز: $\sphericalangle ACB = 2\alpha$.

أ. **(1)** عبِّروا بدلالة r وَ α عن طول القطعة CO .
(2) عبِّروا بدلالة r وَ α عن طول الضلع AC .



معطى أنّ طول الضلع AC هو $\sqrt{3}$ أضعاف طول القطعة CO .
ب. جدوا قيمة α .

عوِّضوا $\alpha = 30^o$ ، وأجيبوا عن البندين "جـ – د".
الدائرة تقطع القطعة BO في النقطة K .
معطى أنّ طول القطعة CK هو $\sqrt{175}$.
جـ. جدوا قيمة r .
النقطة E تقع على الضلع CB .
معطى أنّ مساحة المثلّث CKE هي 18 .
د. احسبوا طول القطعة BE .

/ يتبع في صفحة 8 /

الفصل الرابع: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-a^2}}$ ، a هو پارامتر موجب.

أجيبوا عن البنود "أ – و". عبِّروا عن إجاباتكم بدلالة a ، إذا دعت الحاجة.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة f(x) .

(2) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة f(x) .

ب. برهِنوا أنّ الدالّة f(x) هي فرديّة.

جـ. جدوا مجالات تصاعُد وتنازُل الدالّة f(x) (إذا وُجدت مثل هذه المجالات).

د. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة f(x) .

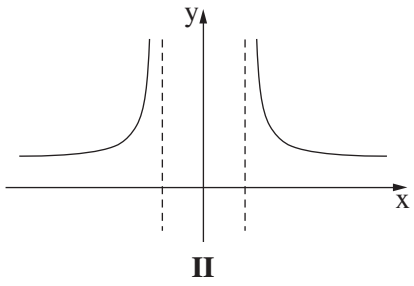
معطاة الدالّة $g(x)=\frac{1}{(f(x))^2}$. مجال تعريف الدالّة g(x) مطابق لمجال تعريف الدالّة f(x) .

هـ. **(1)** جدوا مجالات تصاعُد وتنازُل الدالّة g(x) .

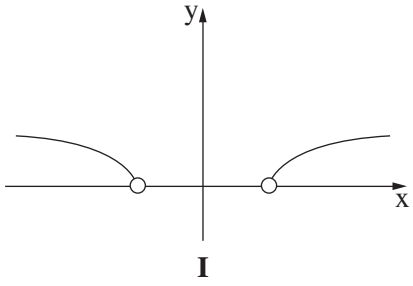
(2) حدِّدوا أيًّا من الرسوم البيانيّة I–IV التي في آخر السؤال يصف الدالّة g(x). علِّلوا تحديدكم.

معطى أنّ المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة g(x) والمحور x والمستقيمَيْن $x=2a$ وَ $x=3a$ هي 7.5 .

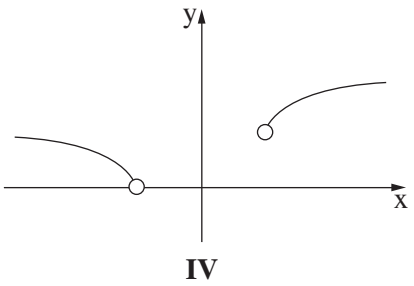
و. جدوا قيمة a .



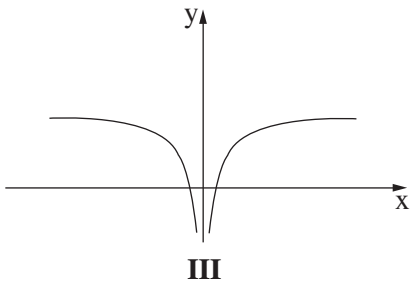
II



I



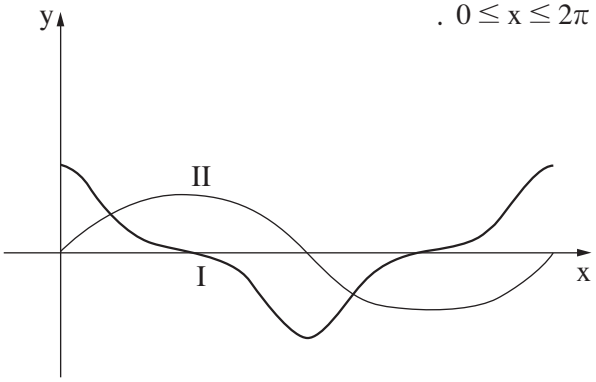
IV



III

/ يتبع في صفحة 9 /

7. في الرسم الذي أمامكم معطى الرسمان البيانيّان، I–II ، في المجال $0 \le x \le 2\pi$.



أحد الرسمَيْن البيانيَّيْن يصف الدالّة $f(x)$ ،
والآخر يصف دالّة مشتقّتها $f'(x)$.
الدالّتان $f(x)$ وَ $f'(x)$ معرَّفتان لكلّ x في المجال المعطى.

أ. حدِّدوا أيًّا من الرسمَيْن البيانيَّيْن I–II يصف الدالّة $f(x)$.
علِّلوا تحديدكم.

معطى أنّ $f(x)=\frac{\sin x}{1+(\sin x)^2}$ معرَّفة في المجال $0 \le x \le 2\pi$.

ب. **(1)** جدوا إحداثيّات نقاط تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x .

(2) جدوا إحداثيّات جميع النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط.

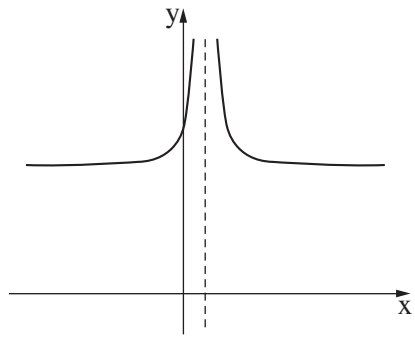
معطاة الدالّة $g(x)=|f(x)-0.4|$ ، المعرَّفة في المجال $0 \le x \le 2\pi$.

جـ. جدوا إحداثيّات نقاط تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ مع المحور x .

د. **(1)** ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$.

(2) جدوا إحداثيّات جميع النقاط القصوى للدالّة $g(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط.

8. الرسم الذي أمامكم يصف الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)=\frac{a}{(x-1)^2}+9$.



الدالّة $f(x)$ معرَّفة في المجال $x \ne 1$. a هو پارامتر موجب.

أ. جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $f(x)$.

النقطة C تقع على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ ، وإحداثيُّها الـ x هو 2 .
مرَّروا عبر النقطة C مماسًّا للرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$.

ب. عبِّروا بدلالة a عن معادلة المماسّ.

المماسّ يقطع المحور x في النقطة A ويقطع المستقيم $x=1$ في النقطة B .
D هي نقطة إحداثيّاتها هي $(1,0)$.

جـ. عبِّروا بدلالة a عن مساحة المثلّث ADB .

د. جدوا قيمة a التي بالنسبة لها مساحة المثلّث ADB هي أصغر ما يمكن.

בהצלחה!
نتمنّى لكم النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.