

מערכות תקשורת ובקרה ה'

למתמחים במערכות אלקטרוניות במגמת הנדסת אלקטרוניקה ומחשבים

(כיתה י"ד)

הוראות לנבחנים

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שמונה שאלות. עליכם להשיב על ארבע שאלות בלבד. לכל שאלה - 25 נקודות. סך-הכול - 100 נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש: מחשבון. כל חומר הכתוב (בכתב יד או בהדפסה) על שלושה דפי A4, משני הצדדים.
- ד. הוראות מיוחדות:
- ענו על מספר השאלות הנדרש בשאלון. המעריך יקרא ויעריך את מספר התשובות הנדרש בלבד, לפי סדר כתיבתן במחברת, ולא יתייחס לתשובות נוספות.
 - התחילו כל תשובה לשאלה חדשה בעמוד חדש.
 - כתבו את כל התשובות אך ורק בעט.
 - הקפידו לנסח את התשובות כהלכה ולסרטט את התרשימים בבהירות.
 - כתבו את התשובות בכתב-יד ברור, כדי לאפשר הערכה נאותה שלהן.
 - בכל שאלה ניתנו הנתונים לפתרונה. אם לדעתכם חסר נתון, הוסיפו אותו על-פי שיקול דעתכם ופתרו בעזרתו את השאלה. כתבו בתשובות את הנתון שהוספתם.
 - בכתיבת פתרונות חישוביים, קבלת מֶרֶב הנקודות מותנית בהשלמת כל המהלכים שלהן, בסדר שבו הם כתובים:
- * כתיבת הנוסחה המתאימה.
 - * הצבה של כל הערכים ביחידות המתאימות.
 - * חישוב (אפשר באמצעות מחשבון).
 - * כתיבת התוצאה המתקבלת, ולצדה יחידות המידה המתאימות.
 - * ליווי הפתרון החישובי בהסבר קצר.
- בנספח ג' לשאלון זה מובא מילון מונחים בשפות עברית, ערבית, אנגלית ורוסית. תוכלו להיעזר בו בעת הצורך.
 - צרפו את שלושת דפי ה-A4 למחברת הבחינה.

הוראות למשגיחים: יש לוודא כי הנבחנים צירפו את דפי ה-A4 למחברת הבחינה

כתבו במחברת הבחינה בלבד, בעמודים נפרדים, כל מה שברצונכם לכתוב כטייטה (ראשי פרקים, חישובים וכדומה).
כתבו "טייטה" בראש כל עמוד טייטה. כתיבת טייטות כלשהן על דפים שמחוץ למחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה!

בשאלון זה 8 עמודים ו-24 עמודי נספחים.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים,
אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

המשך מעבר לדף

בהצלחה!

השאלות

בשאלון זה שמונה שאלות. עליכם להשיב על ארבע מבין השאלות 1–8 (לכל שאלה – 25 נקודות).

תקשורת מודרנית

שאלה 1

- 10 נק' א. ציינו יתרון אחד וחסרון אחד של שיטת CDMA לעומת שיטת GSM.
- 5 נק' ב. האם הווקטורים $(1, -1, -1, -1)$ ו- $(1, -1, 1, -1)$ יכולים לשמש וקטורי קידוד בשיטת CDMA? נמקו את התשובה באמצעות חישוב מתאים.
- 5 נק' ג. כדי לשדר את מחרוזת המידע $(1, 0, 1, 0)$ בשיטת CDMA משתמשים בווקטור קידוד $(-1, 1)$. כתבו את המחרוזת המשודרת לאחר הקידוד, ופרטו את שלבי הקידוד.
- 5 נק' ד. מחרוזת המידע $(-1, 1, -1, 1, 1, -1, 1, -1)$ נקלטת בשיטת CDMA. פענחו את המידע כאשר וקטור הקידוד הוא $(-1, 1)$, ופרטו את שלבי הפיענוח.

שאלה 2

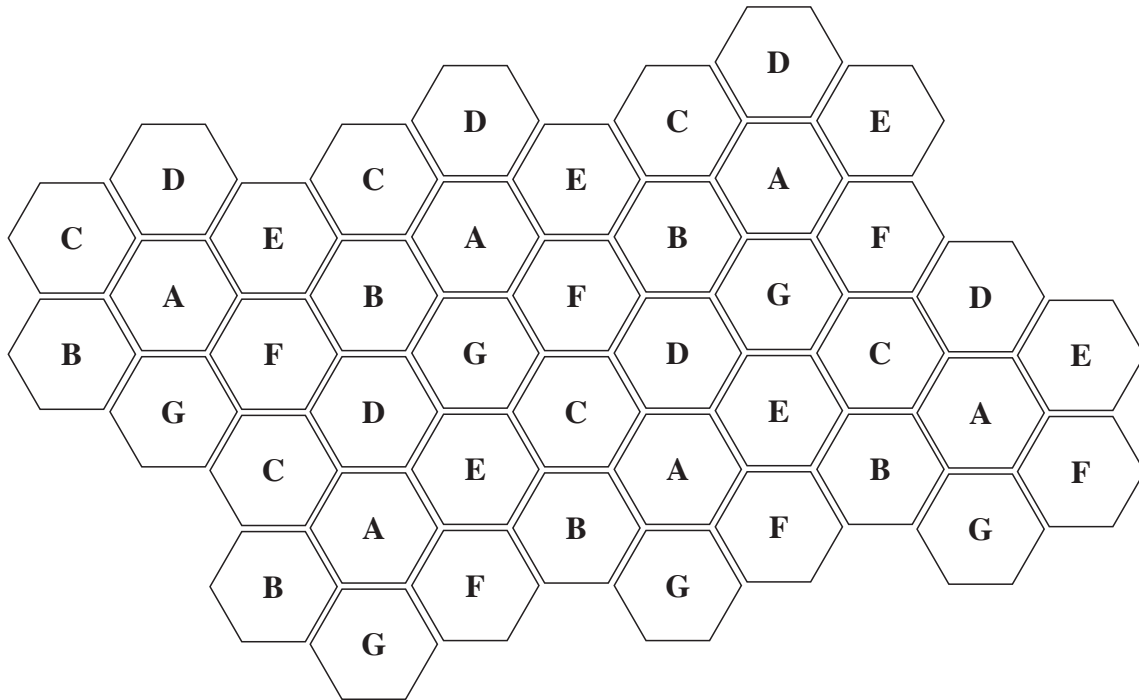
- 5 נק' א. הסבירו בקצרה את המושג נפיצה (Dispersion) בסיב אופטי.
- 10 נק' ב. האם תמליצו להאריך מקטע שעשוי מסיב רב-אופני (multi-mode) באמצעות סיב מסוג חד-אופני (single-mode)? אם לא, ציינו את סוגי ההפסדים שייגרמו.
- 10 נק' ג. בכניסה לסיב נמדד הספק של 17 mW, ביציאה מהסיב נמדד הספק של 3.4 dBmW. חשבו את אורך הסיב, בהנחה שניחות הסיב הוא $3.5 \left(\frac{\text{dB}}{\text{km}} \right)$.

שאלה 3

- 8 נק' א. הסבירו בקצרה מהו לוויין גיאוסטציונרי, וכתבו מהו מיקומו של הלוויין ביחס לכדור הארץ.
- 8 נק' ב. איזה מרכיב בלוויין קובע את אזור הכיסוי, ומהם הפרמטרים שמשפיעים על גודל אזור הכיסוי?
- 9 נק' ג. מערכת אירידיום היא מערכת המיועדת לתקשורת טלפון לווייני. המערכת פועלת עם 66 לוויינים (77 במקור). הסבירו מדוע נדרש מספר כה רב של לוויינים, כאשר ידוע שניתן לקבל כיסוי כמעט מלא של כדור הארץ על ידי שלושה לוויינים גיאוסטציונריים בלבד.

שאלה 4

באיור לשאלה 4 מתוארת פריסת תאים ברשת של תקשורת תאית בעלת מבנה של אשכולות תאים. תאים בעלי שם זהה (למשל C) משמשים באותה קבוצת תדרים.



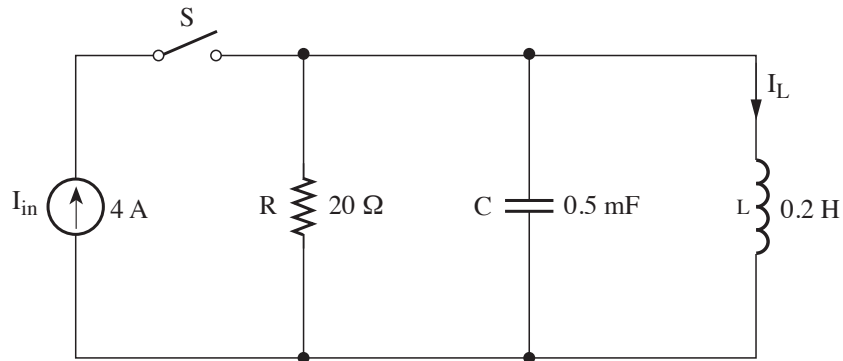
איור לשאלה 4

- א. (5 נק') מהו מספר האשכולות ומהו מספר התאים ברשת?
- ב. (5 נק') הגדירו את המושג "מקדם השימוש החוזר בתדרים", וכתבו מהו מקדם השימוש החוזר בתדרים ברשת המתוארת באיור לשאלה.
- ג. (5 נק') כל מנוי ברשת מבצע שתי שיחות טלפון בשעה, וכל שיחה אורכת בממוצע שלוש דקות. חשבו את כמות התעבורה שמייצר מנוי ביחידות Erlang.
- ד. (10 נק') הרשת המתוארת באיור מתוכננת לשרת אוכלוסייה של 2,400 משתמשים ברמת שירות $GOS=2\%$. חשבו את מספר ערוצי התדר השונים ברשת.

מערכות בקרה

שאלה 5

באיור לשאלה 5 מתואר מעגל חשמלי.



איור לשאלה 5

5 נק' (5 נק') א. ברגע $t=0$ סוגרים את המפסק S.

הראו כי הביטוי לפונקציית התמסורת, המתארת את הקשר שבין הזרם בסליל לבין זרם המקור ורכיבי המעגל, נתון באמצעות הביטוי:

$$\frac{I_L(s)}{I_{in}(s)} = \frac{1}{LC \cdot s^2 + \frac{L}{R} \cdot s + 1}$$

5 נק' (5 נק') ב. השתמשו במשפט הערך הסופי, ומצאו את הזרם הזורם בסליל במצב מתמיד.

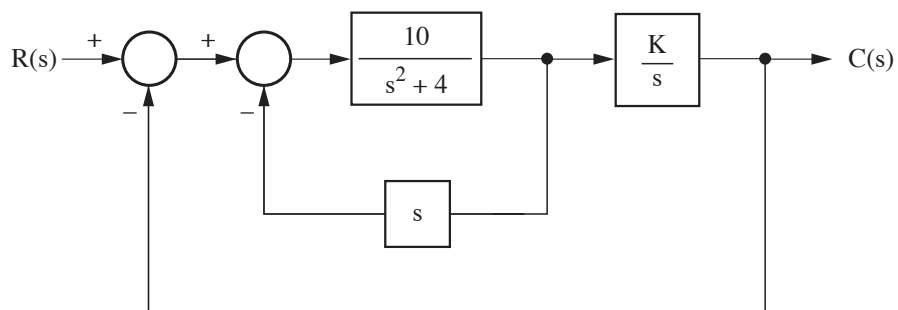
5 נק' (5 נק') ג. חשבו את התדר הטבעי ואת מקדם הריסון של המעגל.

5 נק' (5 נק') ד. סרטטו את צורת הזרם I_L כפונקצייה של הזמן, מרגע סגירת המפסק S.

5 נק' (5 נק') ה. חשבו את התנגדותו הנדרשת של הנגד R כדי שיתקבל ריסון קריטי בתגובה לאות מדרגה.

שאלה 6

באיור לשאלה 6 נתון תרשים מלבנים של מערכת בקרה.



איור לשאלה 6

א. (7 נק') כתבו את פונקציית התמסורת של המערכת, $T(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$.

ב. (8 נק') חשבו את תחום הערכים של K, שעבורו המערכת יציבה.

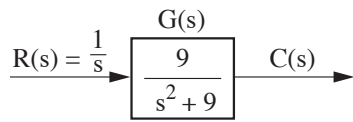
ג. (10 נק') נתון K=2.

1. חשבו את שגיאת המערכת במצב מתמיד, כאשר אות המבוא הוא מדרגת יחידה.

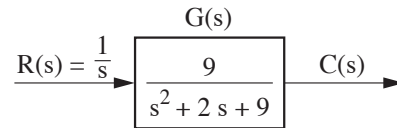
2. חשבו את שגיאת המערכת במצב מתמיד, כאשר אות המבוא הוא $r(t) = 2 \cdot t$.

שאלה 7

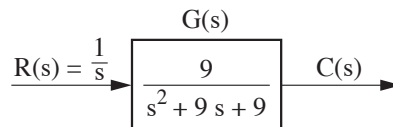
באיור א' לשאלה 7 מתוארים שלושה תהליכים בעלי פונקציית תמסורת $G(s)$, שבמבוא של כל אחד מהם קיים אילוץ מדרגה בגודל יחידה.



תהליך 2



תהליך 1

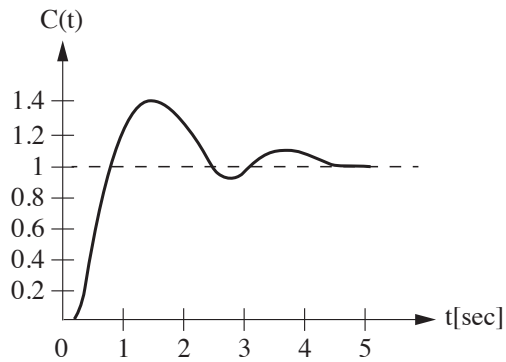


תהליך 3

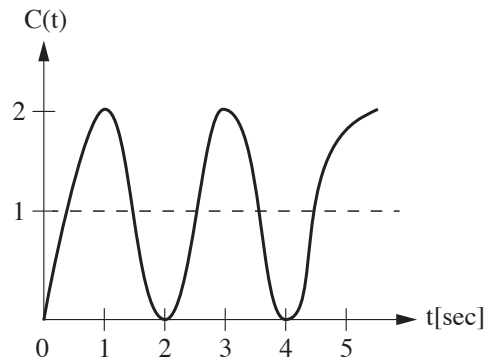
איור א' לשאלה 7

(13 נק') א. מצאו את הקטבים של כל תהליך, ותארו את המיקום של כל אחד מהם במישור המורכב.

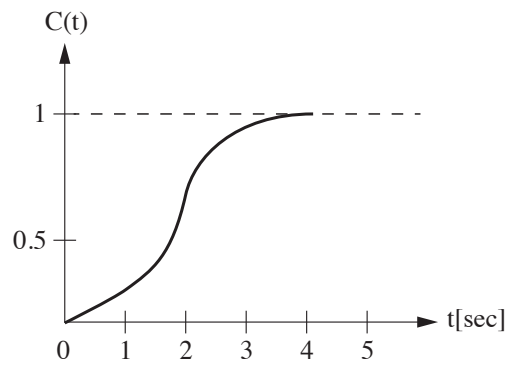
(12 נק') ב. באיור ב' לשאלה נתונות עקומות התגובה, $C(t)$, של כל אחד מן התהליכים. קבעו איזה תהליך מבין שלושת התהליכים המתוארים בשאלה מתאים לכל אחת מן התגובות. נמקו את התשובה.



תגובה B



תגובה A



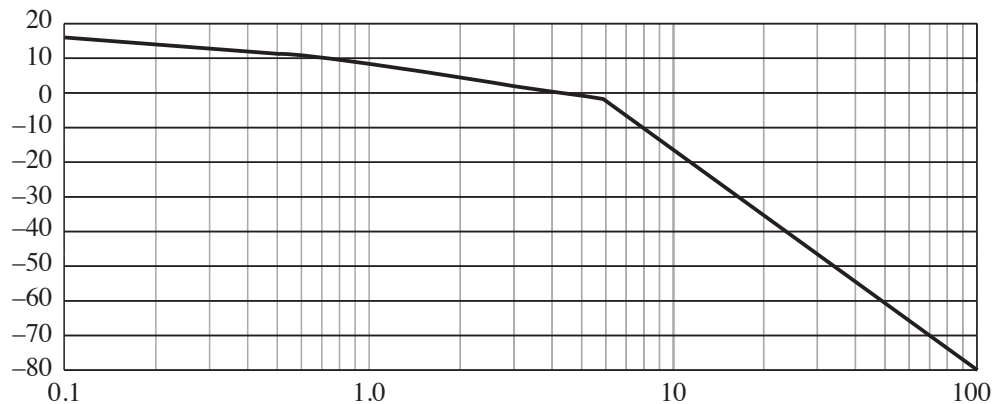
תגובה C

איור ב' לשאלה 7

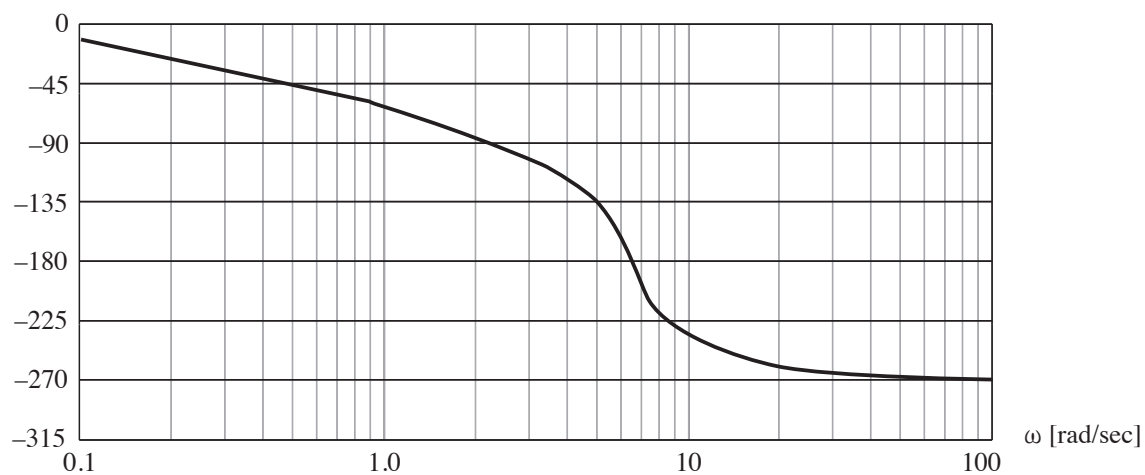
שאלה 8

באיור לשאלה 8 נתונה עקומת בודה של מערכת בקרה $G \cdot H(j\omega)$ (הגבר ופאזה).

הגבר G [dB]



פאזה θ [deg]



איור לשאלה 8

- (7 נק') **א.** מצאו את עודף ההגבר, G.M.
- (6 נק') **ב.** מצאו את עודף הפאזה, P.M.
- (6 נק') **ג.** האם מערכת הבקרה יציבה כאשר פועלת בחוג סגור? נמקו את התשובה.
- (6 נק') **ד.** האם המערכת המתוארת כוללת רכיב אינטגרציה? נמקו את התשובה.

בהצלחה!

אין להעביר את הנוסחאון
לנבחן אחר

נוסחאון במערכות תקשורת מודרנית (7 עמודים)

תקשורת בסיב אופטי

חוק סנל:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$v = \frac{c}{n}$$

$$\theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$$

$$v = \lambda \cdot f$$

עקרון הפעולה של סיב אופטי:

$$\cos \theta_{1c} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$N.A. = n_1 \sin \theta_{1c} = \sin \theta_a$$

$$N.A. = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

$$NA = n_1 \sqrt{2\Delta}$$

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} = \frac{(N.A.)^2}{2n_1^2}$$

- θ_1 [°] – זווית הפגיעה
- θ_2 [°] – זווית השבירה
- V_1 $\left[\frac{m}{sec} \right]$ – מהירות האור בחומר 1
- V_2 $\left[\frac{m}{sec} \right]$ – מהירות האור בחומר 2
- c $\left[\frac{m}{sec} \right]$ – מהירות האור בריק (באוויר)
- n_1 – מקדם השבירה של חומר 1
- n_2 – מקדם השבירה של חומר 2
- θ_c [°] – הזווית הקריטית
- λ [m] – אורך הגל
- f [Hz] – תדירות הגל
- θ_{1c} [°] – זווית ההתפשטות הקריטית
- $2\theta_a$ [°] – זווית הקליטה
- N.A. – מפתח נומרי – Numerical Aperture
- n_1 – מקדם השבירה של ליבת הסיב
- n_2 – מקדם השבירה של מעטה הסיב
- Δ – הפרש היחסי בין מקדמי השבירה
- n_1 – מקדם השבירה של ליבת הסיב
- n_2 – מקדם השבירה של מעטה הסיב

(בסיב מעשי):

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

נפיצה בין־אופנית:

הנפיצה הבין־אופנית	-	$\Delta t [\text{sec}]$	$\Delta t = \frac{n_1 \cdot L \cdot (1 - \cos \theta_{1c})}{c} = \frac{n_1 \cdot L}{c} \cdot \left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right)$
אורך הסיב	-	$L [\text{m}]$	$\Delta t = \frac{n_1 \cdot L \cdot \Delta}{c}$
זווית ההתפשטות הקריטית	-	$\theta_{1c} [^\circ]$	$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$
מהירות האור בריק (באוויר)	-	$c \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}} \right]$	

הנפיצה הבין־אופנית ליחידת אורך	-	$\frac{\Delta t}{L} \left[\frac{\text{sec}}{\text{m}} \right]$	$\frac{\Delta t}{L} = \frac{n_1 \cdot \Delta}{c} = \frac{(N.A.)^2}{2n_1 \cdot c}$
התדר המנומל	-	V	$V = \frac{2\pi a}{\lambda} \cdot n_1 \cdot \sqrt{2\Delta} = \frac{2\pi a}{\lambda} \cdot N.A.$
רדיוס ליבת הסיב	-	$a [\mu\text{m}]$	
אורך הגל של האור	-	$\lambda [\mu\text{m}]$	

מספר האופנים בסיב מדרגה רב־אופני	-	M_n	$M_n = \frac{V^2}{2}$
מספר האופנים בסיב פרבולי רב־אופני	-	M_{*n}	$M_{*n} = \frac{V^2}{4}$

נפיצה כוללת:

רוחב דופק כניסה	-	$t_{p_1} [\text{sec}]$	$\Delta t_T = \sqrt{t_{p_2}^2 - t_{p_1}^2}$
רוחב דופק מוצא	-	$t_{p_2} [\text{sec}]$	$\Delta t_T = \sqrt{\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2}$
נפיצה כוללת בסיב	-	Δt_T	

הקשר בין רוחב הפס של האות החשמלי לרוחב

הפס של האות האופטי:

רוחב פס	-	$BW [\text{Hz}]$	$BW_{\text{el}} = 0.707 \cdot BW_{\text{opt}}$
---------	---	------------------	--

הפסד ההספק הכולל בסיס אופטי:

$$LOSS_{TOTAL} = L_{sf} + Att + n \cdot L_{conn} + L_{fd}$$

– הפסדים הנובעים מהצימוד בין מקור האור לסיב	$L_{sf} [dB]$
– הפסדים הנובעים מניחות הסיב	$Att [dB]$
– מספר המחברים בסיב	n
– הפסדים הנובעים מהמחברים בסיב	$L_{conn} [dB]$
– הפסדים הנובעים מהצימוד בין הסיב לגלאי	$L_{fd} [dB]$
– מקדם ניחות של סיב אופטי	$\beta \left(\frac{dB}{km} \right)$
– אורך הסיב	$L [Km]$
– הספק במוצא הסיב	$P_o [w]$
– הספק במבוא הסיב	$P_i [w]$

$$Att = 10 \log \frac{P_i}{P_o} = \beta \cdot L$$

ההספק המתקבל במוצא של סיב אופטי:

– הספק מקור האור	$P_L [dBw]$ או $[dBmw]$	$P_R = P_L - LOSS_{TOTAL}$
– הספק במוצא הסיב האופטי	$P_R [dBw]$ או $[dBmw]$	
– הפסד ההספק הכולל בסיב האופטי	$LOSS_{TOTAL} [dB]$	

שולי הספק:

– שולי ההספק	$L_m [dB]$	$L_m = P_R - P_d$
– רגישות הגלאי	$P_d [dBw]$ או $[dBmw]$	

המרת היחידות של הספק:

$$P [dBmw] = 10 \cdot \log P [mW]$$

$$P [dBw] = 10 \log P [W] = P [dBmw] - 30 dB$$

$$P (mw) = 10^{\frac{P (dBmw)}{10}}$$

תחום דינמי של מקלט:

– רוויה	$P_{max} [W]$	$D.R. = 10 \cdot \log \frac{P_{max}}{P_{min}}$
– רגישות (הספק מינימלי)	$P_{min} [W]$	

תקשורת תאית

שימוש חוזר בתדרים ברשת תאית:

מספר ערוצי התדר בתא	–	K
מספר התאים באשכול	–	N
מספר הערוצים במערכת	–	S
מספר ערוצי התדר ברשת	–	P
מספר אשכולות התאים ברשת	–	M

$$S = K \cdot N$$

$$P = M \cdot S = M \cdot K \cdot N$$

$$\frac{1}{N} \equiv \text{מקדם השימוש החוזר של המערכת.}$$

מספר השיחות שמנוי יזם בשעה אחת	–	λ
אורך שיחה ממוצע	–	H [sec]
כמות התעבורה (זמן השיחות הכולל) שמנוי יצר בשעה אחת	–	Au [Erlang]
מספר המנויים בתא	–	U
כמות התעבורה הכוללת בתא בשעה אחת	–	A [Erlang]
דרגת השירות (Grade of Service)	–	GOS
מספר הערוצים בתא	–	C

דרגת השירות:

$$Au = \frac{\lambda \cdot H}{3600}$$

$$A = U \cdot Au$$

$$GOS = \frac{\frac{A^C}{C!}}{\sum_{k=0}^C \frac{A^k}{k!}}$$

:TDMA

תחום התדרים הכולל	– BW_T [Hz]	$BW_T = BW \cdot X$
רוחב-הפס של ערוץ	– BW [Hz]	
מספר הערוצים	– X	$S = X \cdot (N - C)$
מספר חריצי-הזמן בערוץ (מסגרת)	– N	
מספר ערוצי-הבקרה במסגרת	– C	
מספר המנויים שניתן לשרת בו-זמנית	– S	

:CDMA

שיטת CDMA מאפשרת לכל יחידות הקצה שבתא להשתמש בכל טווח התדרים במשך כל הזמן. כל יחידת קצה מזוהה על-ידי קוד אישי. המידע המשודר מקודד בשיטה המבוססת על מכפלה סקלרית של וקטורים.

רקע מתמטי – פעולות בווקטורים

נתונים הווקטורים a ו- b :

$$a = (a_1, a_2, \dots, a_k) \quad ; \quad b = (b_1, b_2, \dots, b_k)$$

הווקטור c הוא מכפלה סקלרית של הווקטורים a ו- b :

$$c = a \cdot b = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_k b_k$$

* אם המכפלה של a ו- b נותנת את התוצאה אפס, אזי הווקטורים a ו- b אורתוגונליים.

פעולות בסיסיות בווקטורים:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$k a \cdot k b = k \cdot (a \cdot b) \quad (\text{הוא סקלר})$$

$$|a| = \sqrt{a \cdot a} \quad (|a| \text{ מספר ממשי})$$

$$\begin{aligned} a \cdot (a + b) &= |a|^2 \\ a \cdot (-a + b) &= -|a|^2 \\ b \cdot (a + b) &= |b|^2 \\ b \cdot (a - b) &= -|b|^2 \end{aligned}$$

אם הווקטורים a ו- b אורתוגונליים, אז מתקיים:

קידוד CDMA

$$\text{data} = d_1 \ d_2 \ \dots \ d_k$$

$$d = (d_1, d_2, \dots, d_k)$$

$$t = d' \cdot V$$

מחרוזת מידע ספרתי (סיביות)	– data
וקטור המייצג את data	– d
וקטור d לאחר הצבת (-1) במקום איברים בעלי הערך אפס	– d'
וקטור הקידוד	– V
וקטור מידע משודר	– t
מחרוזת הסיביות המייצגת את t (האות המשודר)	– t _s
מחרוזת הסיביות הנקלטת	– data'
וקטור המייצג את data	– r
וקטור הקידוד (ידוע ליחידה הקולטת)	– V
וקטור המידע המפוענח	– d
וקטור מנורמל המייצג את d	– d''
מחרוזת סיביות המייצגת את d''	– data

פיענוח CDMA

$$d = r \cdot V$$

הערה: d" מתקבל על-ידי המרת מספרים חיוביים ל-'1' ומספרים שליליים ל-'0'.

טבלת Erlang :

בטבלה זו מוצגת כמות התעבורה הכוללת בתא בשעה אחת ביחידות Erlang (A), כפונקצייה של מספר הערוצים בתא (C) ודרגת השירות (1% - GOS או 2%).

C	GOS	
	2%	1%
1	0.02	0.01
2	0.223	0.153
3	0.602	0.455
4	1.09	0.869
5	1.66	1.36
6	2.28	1.91
7	2.94	2.5
8	3.63	3.13
9	4.34	3.78
10	5.08	4.46
11	5.84	5.16
12	6.61	5.88
13	7.4	6.61
14	8.2	7.35
15	9.01	8.11
16	9.83	8.88
17	10.7	9.65
18	11.5	10.4
19	12.3	11.2
20	13.2	12

C	GOS	
	2%	1%
21	14	12.8
22	14.9	13.7
23	15.8	14.5
24	16.6	15.3
25	17.5	16.1
26	18.4	17
27	19.3	17.8
28	20.2	18.6
29	21	19.5
30	21.9	20.3
31	22.8	21.2
32	23.7	22
33	24.6	22.9
34	25.5	23.8
35	26.4	24.6
36	27.3	25.5
37	28.3	26.4
38	29.2	27.3
39	30.1	28.1
40	31	29

C	GOS	
	2%	1%
41	31.9	29.9
42	32.8	30.8
43	33.8	31.7
44	34.7	32.5
45	35.6	33.4
46	36.5	34.3
47	37.5	35.2
48	38.4	36.1
49	39.3	37
50	40.3	37.9
51	41.2	38.8
52	42.1	39.7
53	43.1	40.6
54	44	41.5
55	44.9	42.4
56	45.9	43.3
57	46.8	44.2
58	47.8	45.1
59	48.7	46
60	49.6	46.9

C	GOS	
	2%	1%
61	50.6	47.9
62	51.5	48.8
63	52.5	49.7
64	53.4	50.6
65	54.4	51.5
66	55.3	52.4
67	56.3	53.4
68	57.2	54.3
69	58.2	55.2
70	59.1	56.1
71	60.1	57
72	61	58
73	62	58.9
74	62.9	59.8
75	63.9	60.7
76	64.9	61.7
77	65.8	62.6
78	66.8	63.5
79	67.7	64.4
80	68.7	65.4

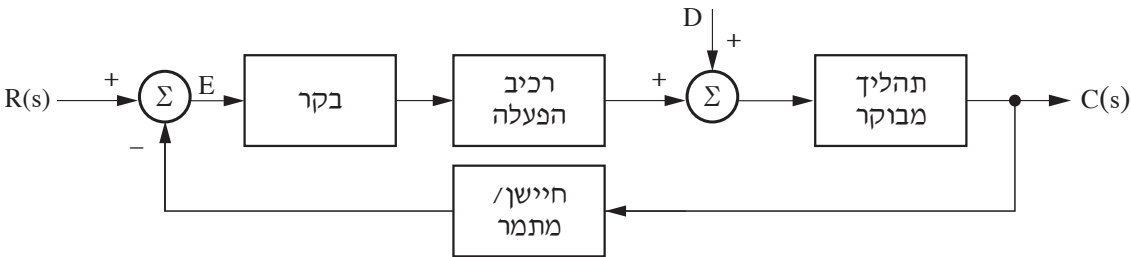
C	GOS	
	2%	1%
81	69	66
82	70	67
83	71	68
84	72	69
85	73	70
86	74	71
87	75	72
88	76	73
89	77	74
90	78	75
91	79	76
92	80	77
93	81	78
94	82	78
95	83	79
96	84	80
97	85	81
98	86	82
99	87	83
100	88	84

אין להעביר את הנוסחאון
לנבחן אחר

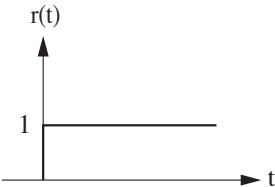
נוסחאון במערכות בקרה לכיתה י"ד
התמחות מערכות אלקטרוניות
(16 עמודים)

הגדרות ותרשים מלבנים

מבנה כללי של מערכת בקרה בחוג סגור:

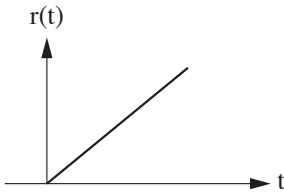


- בקר – מווסת את אות המוצא על-ידי שליטה בהתקן המבוקר.
- רכיב הפעלה – מפעיל את ההתקן המבוקר.
- תהליך מבוקר – התהליך שאותו מבקרת כל המערכת.
- חיישן / מתמר – רכיב המודד את הערך המצוי ומספק אות ייחוס.
- R – ערך רצוי
- E – שגיאת המערכת
- C – ערך מצוי
- D – הפרעה
- אות מדרגת יחידה (Unit step) :



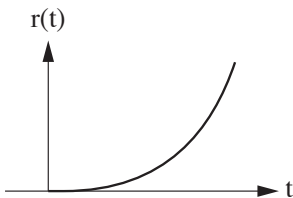
$$r(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

אות ריצה (Ramp) (אות שיפוע יחידה, מהירות):



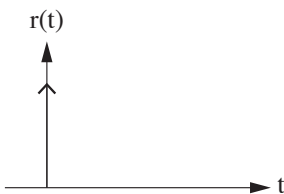
$$r(t) = \begin{cases} t, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

אות תאוצה – פרבולה:



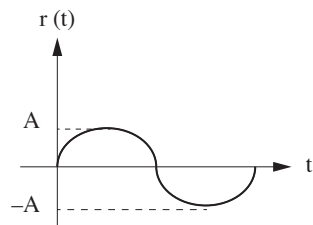
$$r(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{2}, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

אות הלם (impulse):



$$r(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}$$

אות סינוס:



$$r(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{זמן מחזור:}$$

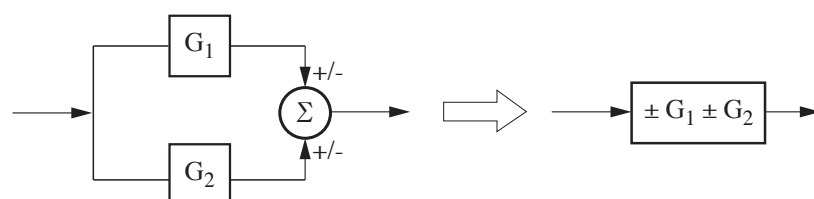
$$A \quad \text{משרעת:}$$

כללים לחישוב פונקציית תמסורת שקולה של מערכת:

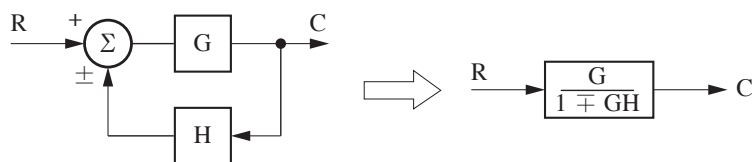
מלבנים בטור



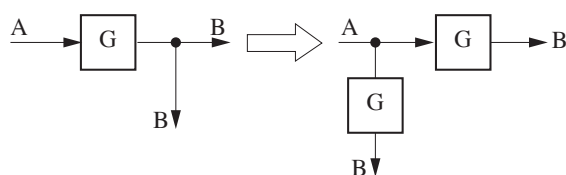
מלבנים במקביל בעלי אותות הזורמים לאותו כיוון



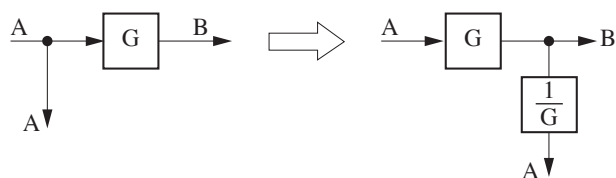
מלבנים במקביל בעלי אותות הזורמים לכיוונים מנוגדים - משוב



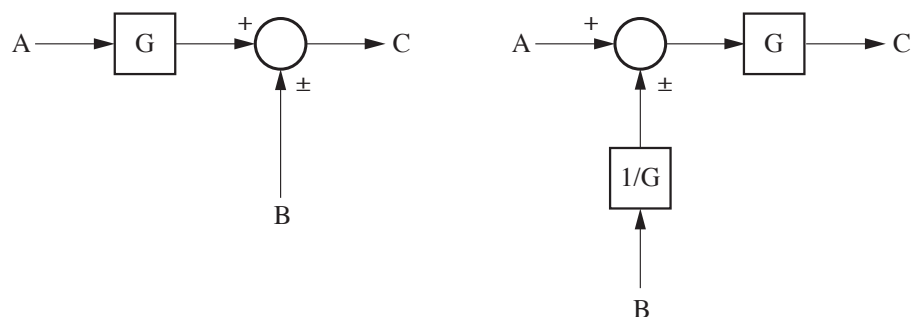
העתקת נקודת צומת מנקודה שאחרי מלבן לנקודה שלפניו



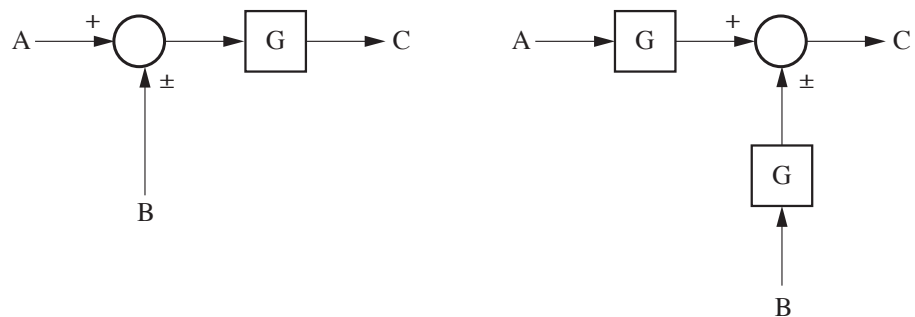
העתקת נקודת צומת מנקודה שלפני מלבן לנקודה שאחרי



העברת מסכם מאחרי מלבן ללפני



העברת מסכם מלפני מלבן לאחרי



התמרות לפלס

תכונות כלליות:

הגדרות ההתמרה

זמן $f(t)$

לפלס $F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t) e^{-s \cdot t} dt$

ליניאריות

וסופרפוזיציה

זמן $a_1 f_1(t) + \dots + a_n f_n(t)$

לפלס $a_1 F_1(s) + \dots + a_n F_n(s)$

התמרת הנגזרת (סדר ראשון)

זמן $\frac{df}{dt} = f'(t)$

לפלס $sF(s) - f(0)$

התמרת הנגזרת (סדר שני)

זמן $\frac{d^2 f}{dt^2} = f''(t)$

לפלס $s^2 F(s) - sf(0) - f'(0)$

משפט הערך ההתחלתי:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t)$$

משפט הערך הסופי:

$$\lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$$

ההגבר הסטטי של מערכת:

$$K = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)$$

פירוק לשברים חלקיים:

דוגמה למקרה 1 – שורשים ממשיים ושונים

$$F(s) = \frac{2s+1}{s(s+1)(s+4)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} + \frac{C}{s+4}$$

דוגמה למקרה 2 – שורשים ממשיים שווים

$$F(s) = \frac{1}{(s+1)(s+4)^2} = \frac{A}{s+1} + \frac{B}{(s+4)^2} + \frac{C}{s+4}$$

דוגמה למקרה 3 – עם שורשים מרוכבים

$$F(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2+2s+5)} = \frac{A}{s+1} + \frac{Bs+C}{(s^2+2s+5)}$$

מעגלים חשמליים

רכיב	מישור הזמן	מישור לפלס
נגד R - חוק אום	$u(t) = i(t) \cdot R$	$U(s) = I(s) \cdot R$
סליל L - חוק לנץ	$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$	$U(s) = I(s) \cdot (sL)$
קבל - חוק פרדיי	$u(t) = \frac{1}{C} \cdot \int i(t) dt$	$U(s) = I(s) \cdot \left(\frac{1}{sC}\right)$

טבלת התמורות לפלס		
	$F(s)$	$f(t) \quad t \geq 0$
1.	1	$\delta(t)$ הלם של יחידה בזמן $t_0 = 0$
2.	$\frac{1}{s}$	1 or $u(t)$ מדרגת יחידה המתחילה בזמן $t_0 = 0$
3.	$\frac{1}{s^2}$	t שיפוע של יחידה
4.	$\frac{1}{s^n} \cdot (n-1)!$	t^{n-1} חיובי שלם n
5.	$\frac{1}{s+a}$	e^{-at}
6.	$\frac{1}{(s+a)^n} \cdot (n-1)!$	$t^{n-1} e^{-at}$ חיובי שלם n
7.	$\frac{1}{s(s+a)}$	$\frac{1}{a} (1 - e^{-at})$
8.	$\frac{1}{s(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{ab} \left[1 - \frac{b}{b-a} e^{-at} + \frac{a}{b-a} e^{-bt} \right]$ $a \neq b$
9.	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$\sin(\omega t)$
10.	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$\cos(\omega t)$
11.	$\frac{s+\alpha}{s^2 + \omega^2}$	$\frac{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}}{\omega} \sin(\omega t + \phi)$ $\phi = \tan^{-1} \frac{\omega}{\alpha}$
12.	$\frac{1}{s(s^2 + \omega^2)}$	$\frac{1}{\omega^2} (1 - \cos \omega t)$
13.	$\frac{s+\alpha}{s(s^2 + \omega^2)}$	$\frac{\alpha}{\omega^2} - \frac{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}}{\omega^2} \cos(\omega t + \phi)$ $\phi = \tan^{-1} \frac{\omega}{\alpha}$

טבלת התמרות לפלס		
	$F(s)$	$f(t) \quad t \geq 0$
14.	$\frac{1}{(s+a)(s^2+\omega^2)}$	$\frac{e^{-at}}{a^2+\omega^2} + \frac{1}{\omega\sqrt{a^2+\omega^2}} \sin(\omega t + \phi)$ $\phi = \tan^{-1} \frac{\omega}{a}$
15.	$\frac{1}{(s+a)^2+b^2}$	$\frac{1}{b} e^{-at} \sin(bt)$
16.	$\frac{1}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2}$	$\frac{1}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} t)$
17.	$\frac{s+a}{(s+a)^2+b^2}$	$e^{-at} \cos(bt)$
18.	$\frac{s+\alpha}{(s+a)^2+b^2}$	$\frac{\sqrt{(\alpha-a)^2+b^2}}{b} e^{-at} \sin(bt + \phi)$ $\phi = \tan^{-1} \frac{b}{\alpha-a}$
19.	$\frac{1}{s[(s+a)^2+b^2]}$	$\frac{1}{a^2+b^2} + \frac{1}{b\sqrt{a^2+b^2}} e^{-at} \sin(bt - \phi)$ $\phi = \tan^{-1} \frac{b}{-a}$
20.	$\frac{1}{s(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)}$	$\frac{1}{\omega_n^2} - \frac{1}{\omega_n^2\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} t + \phi)$ $\phi = \cos^{-1} \zeta$

מעגלים מסדר 1 ו-2

מערכות מסדר ראשון:

משוואה דיפרנציאלית אופיינית:

$$\tau \cdot y'(t) + y(t) = K \cdot x(t)$$

τ – קבוע הזמן של המערכת.

K – ההגבר הסטטי של המערכת.

y – מוצא

x – כניסה

פונקציית תמסורת אופיינית:

$$G(S) = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{K}{\tau \cdot S + 1}$$

התגובה בזמן לאות מדרגה בגודל A :

$$y(t) = K \cdot A \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

הערה: תנאי התחלה שווים ל-0.

מערכות מסדר שני:

משוואה דיפרנציאלית אופיינית:

$$y''(t) + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot y'(t) + \omega_n^2 \cdot y(t) = K \cdot \omega_n^2 \cdot x(t)$$

ζ – מקדם הריסון, מנת הריסון.

ω_n – תדירות טבעית בלתי מרוסנת.

K – ההגבר הסטטי של המערכת.

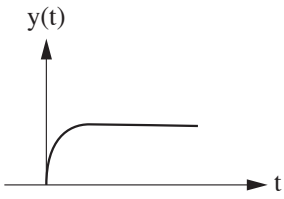
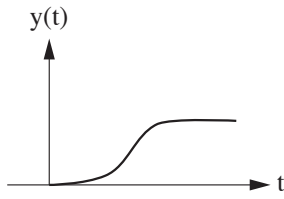
פונקציית תמסורת אופיינית:

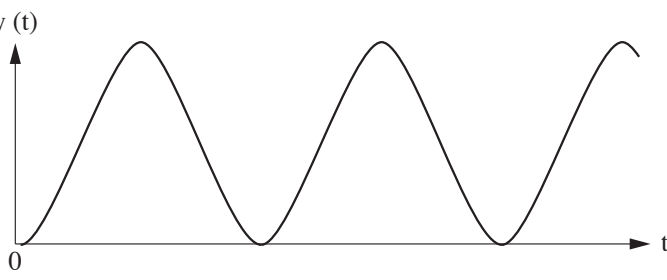
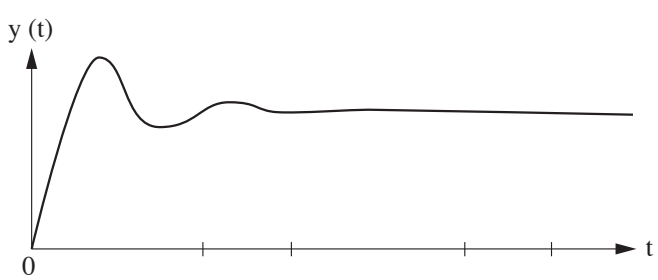
$$G(S) = \frac{Y(S)}{X(S)} = \frac{K \cdot \omega_n^2}{S^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot S + \omega_n^2}$$

שורשי המשוואה האופיינית:

$$S_{1,2} = -\zeta \cdot \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$$

התגובה בזמן לאות מדרגה

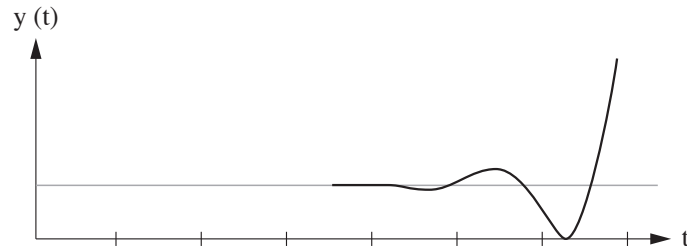
ריסון קריטי	ריסון יתר
$\zeta = 1$ - שני שורשים ממשיים שליליים שווים: $S_{1,2} = -\omega_n$ - תיאור גרפי 	$\zeta > 1$ - שני שורשים ממשיים שליליים שונים: $S_{1,2} = -\zeta \cdot \omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}$ - תיאור גרפי 

אי-ריסון	תת-ריסון
$\zeta = 0$ - המערכת בלתי מרוסנת, שורשי המשוואה מדומים ולכן יש תנודות לא מתרסנות והמערכת על סף יציבות. $s_1, s_2 = \pm j\omega_n$ - תיאור גרפי 	$0 < \zeta < 1$ - המערכת בעלת תת-ריסון, שורשי המשוואה מרוכבים ולכן יש תנודות מתרסנות והמערכת יציבה. $s_1, s_2 = -\zeta \cdot \omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$ - תיאור גרפי 

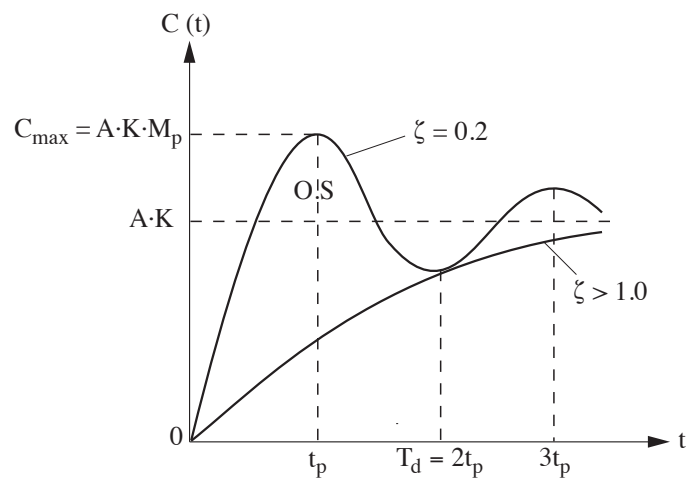
• $0 < \zeta < 1$

• השורשים מרוכבים, המערכת מתבדרת עם תנודות ואינה יציבה.

• תיאור גרפי



תגובת המערכת עם הגבר סטטי של K עבור כניסת מדרגת A בתלות הריסון



• נוסחאות:

$$M_p = 1 + e^{-\left(\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}$$

$$C_{\max} = \left(1 + e^{-\left(\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}\right) \cdot KA$$

$$O.S = e^{-\left(\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} \cdot 100 \quad [\%]$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{t_d}{2}$$

$$t_d = \frac{2\pi}{\omega_d} = 2 \cdot t_p$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} = \frac{2\pi}{t_d}$$

$$\omega_n = \frac{\pi}{t_p \sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\tau = \frac{1}{\zeta \omega_n}$$

$$t_{ss} = 5\tau = \frac{5}{\zeta \omega_n}$$

חישוב מקדם הריסון מתוך תגובת היתר

$$\zeta = \frac{|\ln(M_p - 1)|}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(M_p - 1)}}$$

• פירוט:

Overshoot O.S – ההפרש בין הערך המרבי של תגובת היתר לבין הערך הסופי.

M_p – הערך המרבי של תגובת היתר

t_p [sec] – זמן תגובת היתר המרבית

t_d [sec] – זמן המחזור של התנודה המתרסנת

t_{ss} [sec] – זמן ההתייצבות של התגובה

ω_d $\left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}}\right]$ – התדירות הזוויתית של התנודה המרוסנת

ω_n $\left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}}\right]$ – תדירות הזוויתית הטבעית

τ [sec] – קבוע הזמן של המערכת

$C_{\max}$ – הערך המרבי של תגובת המערכת

שגיאות במערכות בקרה

פונקצית התמסורת של השגיאה:

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s) \cdot H(s)}$$

את פונקציית התמסורת בחוג פתוח אפשר לכתוב באופן הבא:

$$GH(s) = K \frac{B_1(s)}{S^n B_2(s)}$$

K – הגבר

n – סוג המערכת

$B_1(s)$ – פולינום המונה

$B_2(s)$ – פולינום המכנה

טבלה לחישוב השגיאה עבור מערכות עם משווי יחידה.

סוג המערכת:

נקבע לפי מספר הקטבים הנמצאים בראשית הצירים של המערכת בחוג פתוח – $GH(s)$

• **סוג 0** – אפס קטבים בראשית הצירים

• **סוג 1** – קוטב אחד בראשית הצירים

• **סוג 2** – קטבים בראשית הצירים

אות תאוצה $r(t) = r_3 \cdot \frac{t^2}{2}$		אות מהירות $r(t) = r_2 \cdot t$		אות מדרגה $r(t) = r_1$		מבוא סוג המערכת
שגיאת המצב המתמיד	k_a	שגיאת המצב המתמיד	k_v	שגיאת המצב המתמיד	k_p	
∞	0	∞	0	$\frac{r_1}{1+k_p}$	$\frac{K \cdot B_1(0)}{B_2(0)}$	סוג 0
∞	0	$\frac{r_2}{k_v}$	$\frac{K \cdot B_1(0)}{B_2(0)}$	0	∞	סוג 1
$\frac{r_3}{k_a}$	$\frac{K \cdot B_1(0)}{B_2(0)}$	0	∞	0	∞	סוג 2

משוואה אופיינית

$Q(s) = 1 + GH(s) = 0$

ראוט וציבות

$Q(s) = b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + b_{n-2} s^{n-2} + \dots + b_1 s + b_0 = 0$

S^n	b_n	b_{n-2}	b_{n-4}	b_{n-6}	$\dots$
S^{n-1}	b_{n-1}	b_{n-3}	b_{n-5}	b_{n-7}	$\dots$
S^{n-2}	c_1	c_2	c_3	$\dots$	
S^{n-3}	d_1	d_2	$\dots$		
$\vdots$					
S^1	j_1				
S^0	b_0				

$c_1 = \frac{b_{n-1} b_{n-2} - b_n b_{n-3}}{b_{n-1}}$

$c_2 = \frac{b_{n-1} b_{n-4} - b_n b_{n-5}}{b_{n-1}}$

$c_3 = \frac{b_{n-1} b_{n-6} - b_n b_{n-7}}{b_{n-1}}$

$$d_1 = \frac{c_1 b_{n-3} - b_{n-1} c_2}{c_1}$$

$$d_2 = \frac{c_1 b_{n-5} - b_{n-1} c_3}{c_1}$$

$$d_3 = \frac{c_1 b_{n-7} - b_{n-1} c_4}{c_1}$$

שלבי פתרון:

1. חישוב פונקציית התמסורת השקולה של המערכת בחוג סגור.
2. כתיבת הפולינום האופייני של פונקציית התמסורת בצורה קנונית.
3. בדיקת התנאים ההכרחיים לקיום משפט ראוט:
 - כל המקדמים של הפולינום האופייני בעלי אותו סימן.
 - כל המקדמים של הפולינום האופייני שונים מאפס.
4. בניית טבלת ראוט.

משפט ראוט:

המערכת יציבה אם כל המקדמים שבעמודה הראשונה (המודגשת) הם בעלי אותו סימן.

תנאי מספיק עבור יציבות המערכת

מערכת תהייה יציבה כאשר כל המקדמים בעמודה הראשונה בעלי אותו סימן. אם אחד המקדמים הוא אפס והשאר בעלי אותו סימן – זה מצב של סף יציבות.

מג"ש

מג"ש – מקום גאומטרי של שורשים

מרכז האסימפטוטות (נקודת חיתוך עם הציר הממשי):

$$\sigma_o = \frac{\sum_{i=1}^n \operatorname{Re}(p_i) - \sum_{i=1}^w \operatorname{Re}(z_i)}{n - w}$$

n – מספר הקטבים

σ_o – מרכז האסימפטוטות

w – מספר האפסים

$\operatorname{Re}(p_i)$ – החלק הממשי של הקוטב

$\operatorname{Re}(z_i)$ – החלק הממשי של האפס

זוויות האסימפטוטות:

$$\gamma = \frac{(1 + 2h) 180^\circ}{n - w} \quad h = 0, 1, 2, \dots, (n - w - 1)$$

נקודות החיתוך עם הציר הממשי x מתקבלות מהתנאי:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{x - p_i} = \sum_{i=1}^w \frac{1}{x - z_i}$$

p_i – קוטב i

z_i – אפס i

או מהתנאי: $\frac{dK}{ds} = 0$, כאשר מבודדים את K במשוואה האופיינית: $1 + GH(s) = 0$.

מתוך הנקודות המתקבלות – רק אלו הנמצאות על המג"ש הן נקודות חיתוך עם הציר הממשי x .

נקודות החיתוך עם הציר הדמיוני מתקבלות מטבלת ראוט.

$$\theta_D = 180^\circ + \arg GH'$$

θ_D – זווית העזיבה של המג"ש מקוטב מרוכב

$$\theta_A = 180^\circ - \arg GH'$$

θ_A – זווית ההתכנסות של המג"ש מאפס מרוכב

$\arg(GH')$ – הזווית של GH ללא הקוטב/האפס הנבחן.

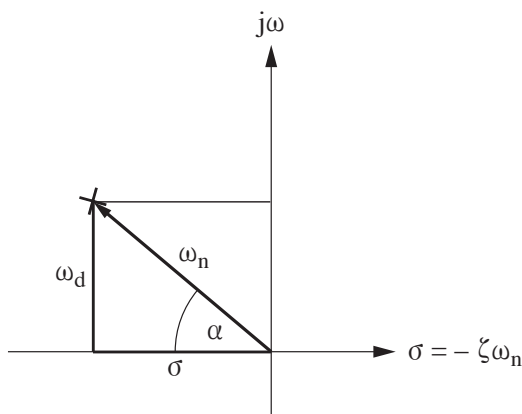
הוצאת ערך ההגבר דרך המשוואה האופיינית או דרך מג"ש

בדיקה האם שורש מסויים נמצא על המג"ש:

1. נגשים אל המשוואה האופיינית, משווים את המשוואה האופיינית ל-0.
2. מציבים במקום S את השורש הנבדק, ומקבלים משוואה עם נעלם K.
3. בודקים את הערך של K. אם K יצא מספר מרוכב, השורש לא נמצא על המג"ש. אם K מספר ממשי הגדול או שווה ל-0, השורש נמצא על המג"ש.

קביעת פרמטרים של המערכת באמצעות המג"ש

הציר המדומה מייצג את המהירות הזוויתית של התנודות המתרסנות ω_d
הציר הממשי מייצג את $\zeta \omega_n$ -



לחישוב תדירות טבעית ומקדם ריסון $\omega_n^2 = \sigma^2 + \omega_d^2$

$$\zeta = \left| \frac{\sigma}{\omega_n} \right|$$

דרך נוספת לפי הזווית α :

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \left| \frac{\omega_d}{\sigma} \right|$$

$$\zeta = \cos \alpha$$

חישוב קבוע הזמן:

$$\tau = \left| \frac{1}{\sigma} \right| = \frac{1}{\zeta \cdot \omega_n}$$

פרק 8: דיאגרמת בודה

המעבר למישור התדר:

$$A(\text{db}) = 20 \log(|GH|)$$

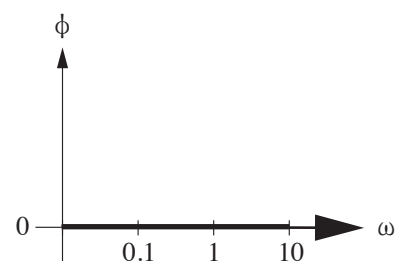
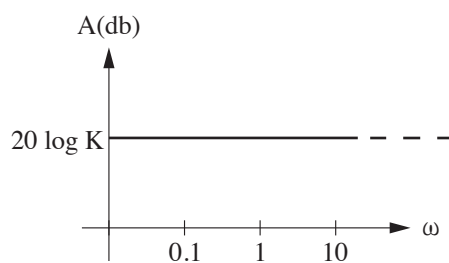
רכיב הגברה: $GH(s) = K$

תגובת התדירות

$$A = 20 \log K$$

$$\phi(\omega) = 0^\circ$$

תיאור גרפי



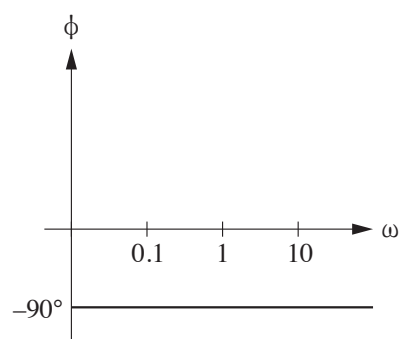
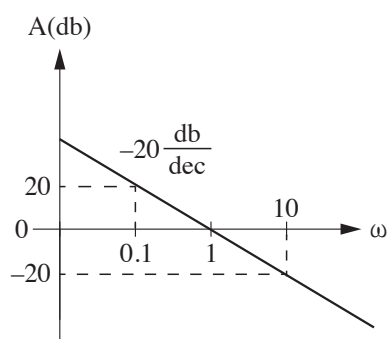
רכיב אינטגרציה: $GH(s) = \frac{1}{s}$

תגובת התדירות

$$A = -20 \log \omega$$

$$\phi(\omega) = -90^\circ$$

תיאור גרפי (ציר omega הוא לוגריתמי)



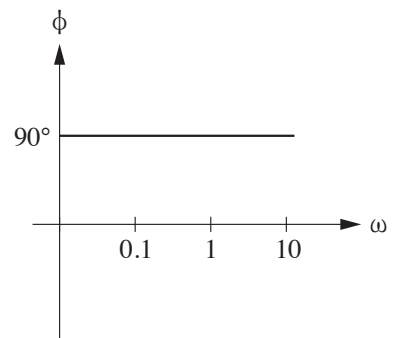
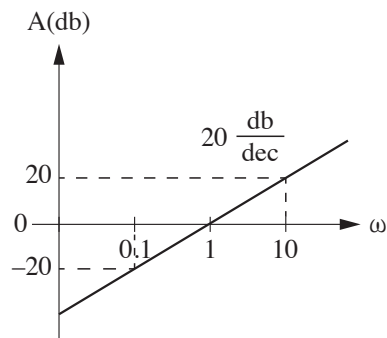
רכיב גזירה: $GH(s) = s$

תגובת התדירות

$$A = 20 \log \omega$$

$$\phi(\omega) = 90^\circ$$

תיאור גרפי

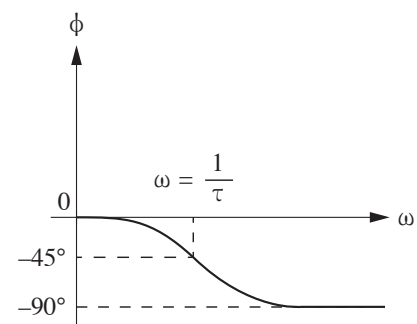
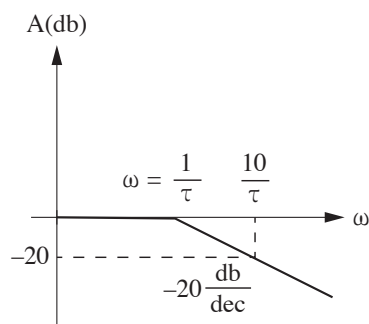


רכיב התמדה: $GH(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$
תגובת התדירות

$$A = -20 \log \sqrt{1 + (\tau\omega)^2}$$

$$\phi(\omega) = -\arctg(\tau\omega)$$

תיאור גרפי

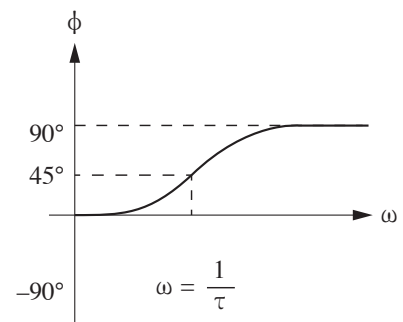
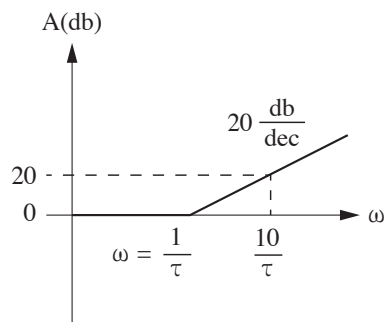


רכיב גזירה מעשית: $GH(s) = 1 + \tau \cdot s$
תגובת התדירות

$$A = 20 \log \sqrt{1 + (\tau\omega)^2}$$

$$\phi(\omega) = \arctg(\tau\omega)$$

תיאור גרפי



בודה:

עודף הגבר GM

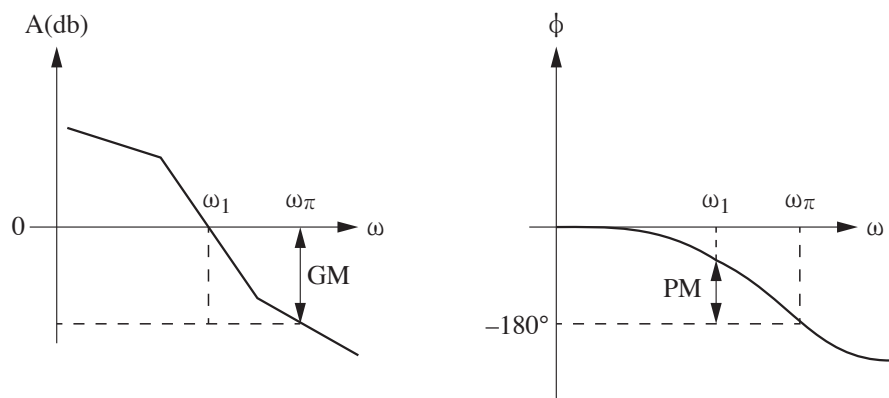
1. מגרף המופע, מוצאים את התדר ω_{Π} בו הזווית היא -180°
2. בתדר זה, מוצאים את ההגבר $GH(\omega_{\Pi})$
3. עודף ההגבר מוגדר לפי $GM = -GH(\omega_{\Pi})$

עודף מופע PM

1. מגרף ההגבר, מוצאים את התדר ω_1 בו הזווית היא 0 db
2. בתדר זה, מוצאים את המופע $\phi(\omega_1)$
3. עודף המופע PM מוגדר לפי $PM = \phi(\omega_1) + 180$

מערכת יציבה כאשר עודף ההגבר והמופע חיוביים.

תיאור גרפי



שחזור פונקציית תמסורת מתוך דיאגרמת בודה:

כדי לשחזר את פונקציית התמסורת מתוך דיאגרמת בודה נתונה, נתייחס לקירוב האסימפטוטי של הדיאגרמה, תוך מתן דגש על הפינות, כלומר על הנקודות שבהן השיפוע משתנה

- רכיב הגברה – לא תורם שיפוע.
- רכיב אינטגרציה, התמדה – תורמים שיפוע שלילי.
- רכיב גזירה, גזירה מעשית – תורמים שיפוע חיובי.

בהצלחה!

נספח ג': מילון מונחים

לשאלון 711913, אביב תשפ"ה

המונח	תרגום המונח		
	ערבית	רוסית	אנגלית
אות מבוא	إشارة المُدخَل	Входной сигнал	input signal
גרפי בודה	مُخطّطات (بودِه)	График Бодэ	Bode plots
הספק	الطاقة	Мощность	power
חוג פתוח	حلقة مفتوحة	Схема без обратной связи	open loop
יחידת מהירות	وحدة سرعة	Скоростной блок, Блок скорости	velocity unit
יחידת תאוצה	وحدة تسارع	Ускорительный блок	acceleration unit
יציבה	مستقر	Устойчивый (стабильный)	stable
מג"ש – מקום גיאומטרי של שורשים	المكان الهندسي للجذور	Геометрическое положение корней	RL – Root Locus
מדרגת יחידה	درجة وحدة	Шаговый блок	step unit
מקלט	مُستقبل	Приемник	receiver
משדר	جهاز الإرسال	Передатчик	transmitter
משוב יחידה	تغذية مرتدة (راجعة) أحاديّة	Единичная обратная связь	unit feedback
עודף הגבר	زيادة التضخم	Чрезмерное усиление	gain margin
עודף מופע	زيادة الطور	Перефазировка	phase margin
פונקציית תמסורת	دالة النقل	Передаточная функция	transmission function
שגיאה	خطأ	ошибка	error
תווך	وسط	Пространство, эфир	substance, medium