

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות
 - פרק שני – גאומטריה
 - פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

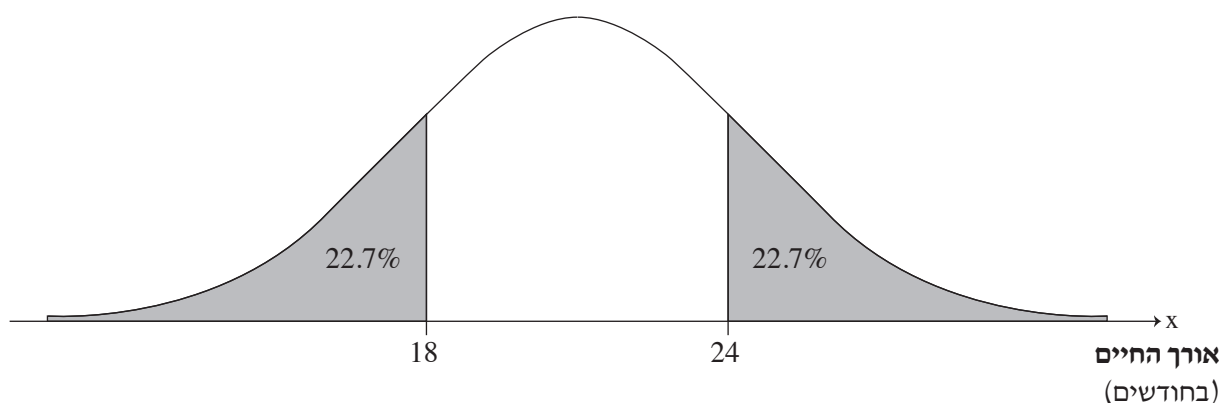
בהצלחה!

השאלות

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. אורך החיים של טלפונים שמייצרים במפעל מסוים מתפלג נורמלית.
 לפניכם גרף ההתפלגות הנורמלית של אורך חיי הטלפונים ועליו חלק מנתוני אורך החיים (בחודשים).



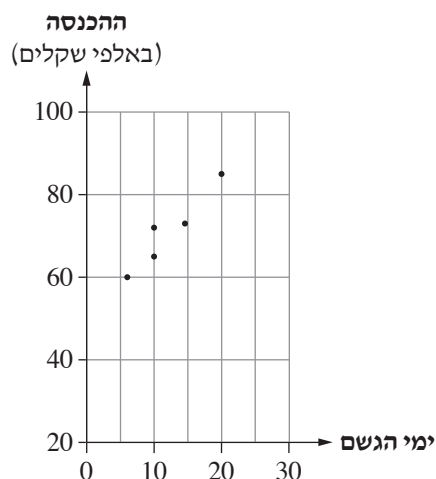
- א. מצאו את ממוצע אורך החיים של הטלפונים ואת סטיית התקן.
 ב. מהו אורך החיים הגדול ביותר של טלפון שנחשב פגום?
 ג. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, לכמה מן הטלפונים שייצרו בחודש זה יש אורך חיים גדול מ-26 חודשים?
 ד. מהו ממוצע אורך החיים החדש של הטלפונים ומהי סטיית התקן החדשה, לאחר ההגדלה?
 ה. מצאו את אחוז הטלפונים שאורך החיים שלהם קטן מ-18 חודשים, לאחר ההגדלה.

2. בבית מרקחת א' בעיר מסוימת בדקה המנהלת במשך 5 חודשים את הקשר בין מספר ימי הגשם בחודש (המשתנה x) ובין ההכנסה החודשית של בית המרקחת (המשתנה y) באותו החודש. בטבלה שלפניכם מוצגים הנתונים שאספה המנהלת.

החודש	ימי הגשם (המשתנה x)	ההכנסה (באלפי שקלים) (המשתנה y)
נובמבר	6	60
דצמבר	10	72
ינואר	20	85
פברואר	14	73
מרץ	10	65

א. מצאו את ממוצע ימי הגשם בחודש ואת סטיית התקן.

לפניכם דיאגרמת פיזור המתארת את y כתלות ב- x .



ממוצע ההכנסות החודשי (באלפי שקלים) של בית מרקחת א' הוא 71, וסטיית התקן היא 8.46.

אחד מן המספרים: 0.959, 1, -0.959 הוא מקדם המתאם r .

ב. קבעו איזה מהם הוא מקדם המתאם r , ונמקו את קביעתכם.

ג. (1) מצאו את שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .

(2) מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .

ד. על פי ישר הרגרסיה, מהו ניבוי ההכנסה בחודש שבו מספר ימי הגשם יהיה 15?

גם בבית מרקחת ב' באותה העיר בדקה המנהלת במשך אותם 5 חודשים את הקשר בין מספר ימי הגשם בחודש ובין ההכנסה החודשית של בית המרקחת.

המנהלת מצאה שבכל חודש הייתה ההכנסה של בית מרקחת ב' קטנה ב- 20 אלף שקלים מן ההכנסה של בית מרקחת א'.

ה. כתבו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי ההכנסה החודשית (באלפי שקלים) של בית מרקחת ב' על פי מספר ימי הגשם בחודש.

3.

בשכבת י"א בבית ספר מסוים לומדים בנים ובנות. לחלקם יש רישיון נהיגה ולשאר אין.

25% מתלמידי השכבה הם בנים שאין להם רישיון נהיגה.

ל- $\frac{1}{3}$ מן הבנים בשכבה יש רישיון נהיגה.

א. מצאו את אחוז הבנים בשכבה.

ההסתברות לבחור באקראי מן השכבה בן שיש לו רישיון נהיגה שווה להסתברות לבחור באקראי מן השכבה

בת שיש לה רישיון נהיגה.

ב. ידוע שנבחר באקראי תלמיד (בן או בת) מן השכבה שאין לו רישיון נהיגה. מהי ההסתברות שהתלמיד שנבחר הוא בן?

בשכבה זו יש 69 בנים.

ג. מצאו כמה תלמידים יש בשכבה סך הכול.

לשכבה הצטרפו 26 תלמידים חדשים (בנים ובנות).

בחרים באקראי שני תלמידים מן השכבה בזה אחר זה (הוצאה ללא החזרה).

ההסתברות ששני התלמידים שנבחרו הם בנים היא $\frac{10}{77}$.

ד. מצאו כמה בנים הצטרפו לשכבה.

פרק שני – גאומטריה

4. $\triangle ABC$ הוא משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).

הצלע AB חותכת את ציר ה- y בנקודה P .

נתון כי הישר CP מקביל לציר ה- x .

הנקודה E נמצאת על הישר CP כך ש- AE מקביל לציר ה- y (ראו סרטוט).

א. הוכיחו כי $\triangle AEP \sim \triangle CBP$.

נתון: יחס הדמיון בין המשולש AEP ובין המשולש CBP הוא $\frac{3}{5}$, $CP = 12.5$.

ב. מצאו את אורך הקטע AP .

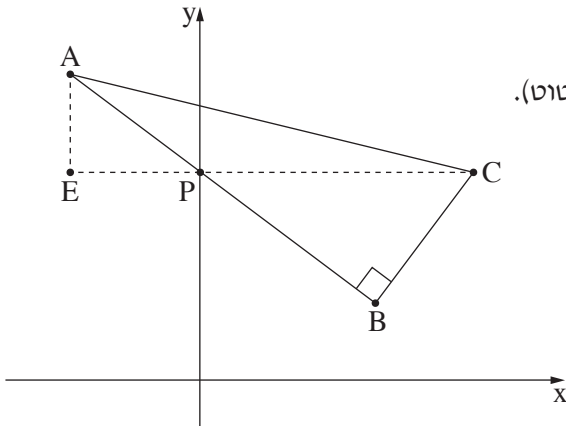
נתון: $A(-6, 14)$, שיעור ה- y של הנקודה P קטן מ-14.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות P ו- C .

ד. (1) מצאו את משוואת הצלע AB .

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד B .

(3) מצאו את שטח המרובע $AEBC$.



5. משולש ABC חסום במעגל שמרכזו M , כמתואר בסרטוט.

נתון: $C(-15, 0)$, $M(-5, 0)$.

א. מצאו את משוואת המעגל.

נתון: משוואת הצלע AB היא $y = 2x$.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו- B .

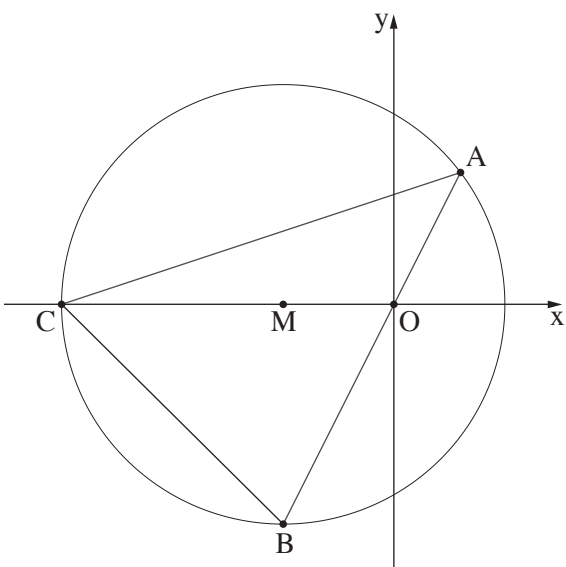
הנקודה O היא ראשית הצירים.

ג. מצאו את גודל הזווית ACO ואת גודל הזווית AOC .

ד. מצאו את שטח המשולש ABC .

הנקודה E נמצאת על הצלע AC כך ששטח המשולש EAB הוא 64.

ה. מצאו את אורך הקטע AE .



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2 + x + a}{x}$. $a \neq 0$ הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$ (אם יש כאלה).

נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ עובר בנקודה $(2, 7.5)$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 9$, וענו על סעיפים ג-ה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

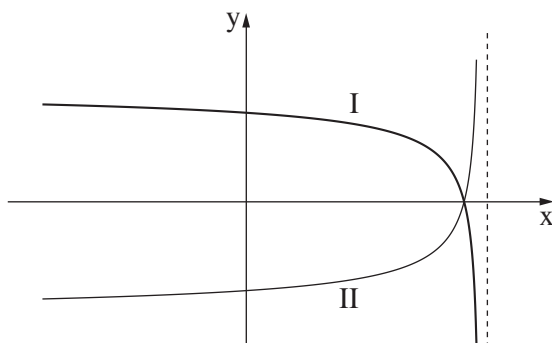
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקצייה שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

נגזרת הפונקצייה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x) - 11$.

ה. (1) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

(2) מצאו את שיעורי הנקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.



7. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \leq 2$,

ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x < 2$.

לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית אחת בלבד, מסוג מקסימום.

בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים, I ו-II, אחד מהם

מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

ונמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = 4x + 2\sqrt{8 - 4x}$.

ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

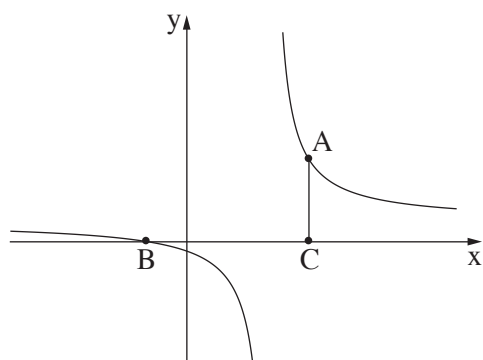
גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה אחת בלבד, בחלקו השלילי.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = -3 \cdot f'(x)$.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקצייה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .



8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{x+2}{x-4}$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה C נמצאת על ציר ה- x כך שהקטע AC מקביל לציר ה- y .

הנקודה B היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המשולש ABC הוא מינימלי.

(2) מצאו את השטח המינימלי של המשולש ABC.

בהצלחה!