

Attention : cet examen comporte des instructions particulières.
Résolvez les exercices en suivant ces instructions.

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Mathématiques

5 unités d'étude – deuxième questionnaire

Instructions

א. Durée de l'examen : deux heures et quarante-cinq minutes.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire en deux parties comporte cinq questions.

Première partie — Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace, nombres complexes.

Deuxième partie — Croissance et décroissance, fonctions puissance, fonctions exponentielles et logarithmiques.

Résolvez trois exercices, au moins un exercice de chaque

partie – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ points

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les fonctionnalités de programmation d'une calculatrice programmable.

L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des fonctionnalités de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaire (joint au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas l'exercice, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque exercice sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.

Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.

Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעתיים וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק —

$3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד

המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה!

Exercices

Résolvez trois des exercices 1-5, au moins un exercice de chaque partie ($33\frac{1}{3}$ points par question).

Attention : si vous résolvez plus de trois exercices, seuls les trois premiers exercices de votre copie seront corrigés.

Première partie - Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace et nombres complexes

1. Soit les points $A(-9a, 0)$ et $B(41a, 0)$, a est un paramètre positif.

Le point P vérifie $\angle APB = 90^\circ$.

- ⌘. Montrez que le lieu géométrique de tous les points P obtenus de cette manière se trouve sur un cercle, puis déterminez son équation. Exprimez votre réponse en fonction de a .

Donnée : la plus grande aire du triangle APB vaut 156,25.

- Ⓐ. Déterminez la valeur de a .

Substituez $a = \frac{1}{2}$ puis répondez aux articles Ⓐ-Ⓙ.

Le milieu du segment AB est le foyer d'une parabole dont l'équation est canonique.

La parabole et le cercle que vous avez déterminé se coupent en un point C dans le premier quadrant.

- Ⓐ. Déterminez les coordonnées du point C .

La droite ℓ est tangente à la parabole au point C .

On trace une tangente au cercle que vous avez déterminé.

On sait que cette tangente est parallèle à la droite ℓ .

- Ⓙ. Déterminez la distance entre la droite ℓ et la tangente au cercle (déterminez les deux possibilités).

2. La figure ci-contre représente une pyramide triangulaire $SABC$. Le point E est le milieu de l'arête BC .

On note : $\overrightarrow{AE} = \underline{u}$, $\overrightarrow{EC} = \underline{v}$.

Donnée : $|\underline{u} + \underline{v}| = |\underline{u} - \underline{v}|$.

⌘. Démontrez que $\overrightarrow{AE}$ est perpendiculaire à $\overrightarrow{BC}$.

Données : le segment SE est la hauteur de la pyramide et sa longueur est 16.

$A(0, 0, 0)$, $B(6, 8, 0)$.

Le sommet C se trouve sur la partie positive de l'axe des abscisses et la cote du sommet S est positive.

⌘. Déterminez les coordonnées des sommets C et S .

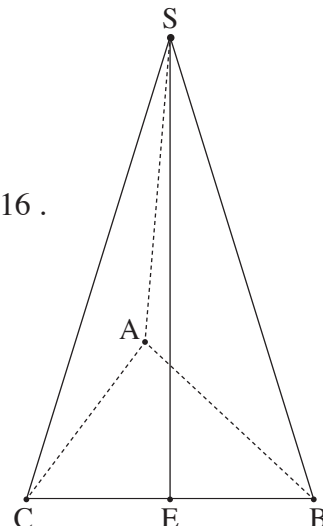
Le point F se trouve sur l'arête SC de sorte que $\overrightarrow{SF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{SC}$.

On trace une droite parallèle à la droite AC qui passe par le point F et qui coupe le plan ABS en un point M .

⌘. (1) Déterminez une représentation paramétrique de la droite FM .

(2) Déterminez les coordonnées du point M .

⌘. Déterminez combien de fois le volume de la pyramide $MABC$ est plus grand que le volume de la pyramide $FAEC$. Justifiez votre réponse.



3. Soit le nombre complexe $w = r(\cos \theta + i \cdot \sin \theta)$, $r > 0$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$.

⌘. Exprimez une représentation polaire du nombre $\frac{1}{w}$, en fonction de r et de θ .

Dans le plan de Gauss le point A représente le nombre w et le point B représente le point $\frac{1}{w}$.

Le point O est l'origine du repère.

On sait que l'aire du triangle AOB vaut $\frac{\sqrt{2}}{4}$ et que l'angle AOB est un angle aigu.

⌘. Déterminez la valeur de θ .

Soit les deux équations : I. $z^8 = w^8$

II. $z^8 = (w \cdot \overline{w})^4$

z est un nombre complexe.

Soit un polygone convexe dont les sommets sont tous les points représentant les solutions de l'équation I et tous les points représentant les solutions de l'équation II.

⌘. (1) Déterminez combien de sommets possède le polygone.

(2) Les sommets du polygone se trouvent-ils tous sur un même cercle dont le centre est l'origine du repère ? Justifiez votre réponse.

On sait que l'aire du polygone vaut 62.

⌘. Déterminez la valeur de r .

Deuxième partie – Croissance et décroissance, fonctions puissances, fonctions exponentielles et logarithmiques

4. Soit la fonction $f(x) = e^x - \frac{1}{1 - e^x}$. La fonction $f(x)$ est définie pour tout $x \neq 0$.

- א. (1) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.
- (2) Le graphe de la fonction $f(x)$ admet-il des points d'intersection avec les axes ? Justifiez votre réponse.
- (3) Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.
- ב. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = -x + \ln(e^x - 1)$.

- ג. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $g(x)$.
- (2) Montrez que $g'(x) = f(x) - e^x$ pour tout x dans le domaine de définition de la fonction $g(x)$.

On trace une perpendiculaire à l'axe des abscisses passant par le point d'extremum de la fonction $f(x)$.

- ד. Déterminez l'aire délimitée par le graphe de la fonction $f(x)$, par l'axe des abscisses, par la perpendiculaire et par la droite $x = \ln(b)$.
- $b > 2$ est un paramètre. Exprimez votre réponse en fonction de b .

On sait que l'aire que vous avez déterminée à l'article ד vaut $b - 2 + \ln(1,5)$.

- ה. Déterminez la valeur de b .

5. Soit la fonction $f(x) = \frac{a + \ln x}{x}$, définie sur l'intervalle $x > 0$. a est un paramètre.

Dans les sous-articles (1)-(3), exprimez vos réponses en fonction de a si cela est nécessaire.

- א. (1) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.
- (2) Déterminez les coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.
- (3) Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.

ב. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = \frac{1}{x}$, définie pour tout $x \neq 0$.

On sait que le graphe de la fonction $f(x)$ et le graphe de la fonction $g(x)$ se coupent en un point d'abscisse $x = e^2$.

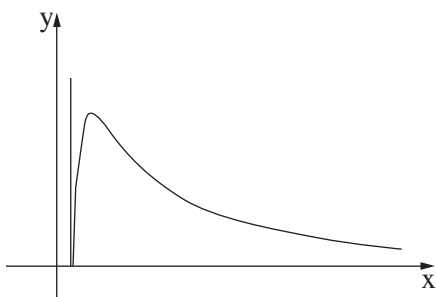
ג. Déterminez la valeur de a .

Substituez la valeur de a que vous avez déterminée puis répondez aux articles ד-ה.

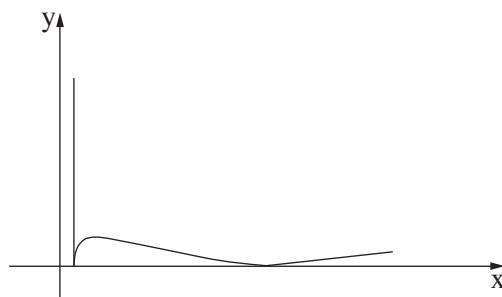
Soit la fonction $h(x)$, définie sur l'intervalle $x > 0$. Le graphe de la fonction $h(x)$ passe par le point $(e^5, 2,5)$.

La dérivée de la fonction $h(x)$ vérifie $h'(x) = f(x) - g(x)$.

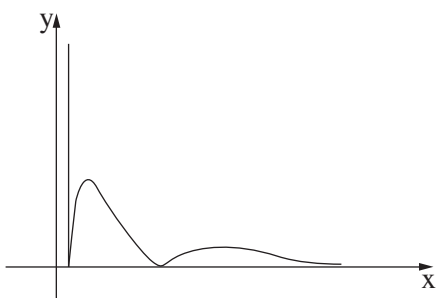
- ד. Déterminez la fonction $h(x)$.
- ה. Déterminez lequel des graphes I-IV représente la fonction $|h(x)|$. Justifiez votre réponse.



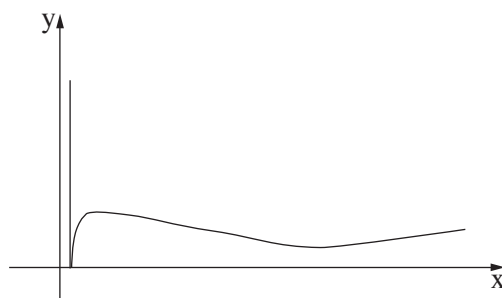
II



I



IV



III

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans
l'autorisation du Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך