

Attention : cet examen comporte des instructions particulières.
Résolvez les exercices en suivant ces instructions.

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Mathématiques

4 unités d'étude – premier questionnaire

Instructions

- א. Durée de l'examen : quatre heures.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire en trois parties comporte huit exercices.
Première partie — Algèbre, géométrie analytique, probabilités
Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie dans le plan
Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines
Résolvez cinq exercices, au moins un exercice de chaque partie — $5 \times 20 = 100$ points.
- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les fonctionnalités de programmation d'une calculatrice programmable.
L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des fonctionnalités de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
(2) Formulaires (joint au sujet).
(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.
- ד. Instructions supplémentaires :
(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page.
Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.
Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.
Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.
Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה : ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה :
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית והסתברות
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק
— $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש :
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.
- ד. הוראות מיוחדות :
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה!

Exercices

Résolvez cinq des exercices 1-8, au moins un exercice de chaque partie (20 points par question).

Attention : si vous résolvez plus de cinq exercices, seuls les cinq premiers exercices de votre copie seront corrigés.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique et probabilités

1. La distance entre la ville A et la ville B est de 28 km .

Dimanche, Noa a roulé à vélo de la ville A à la ville B à une vitesse constante et Yoram a marché de la ville B à la ville A à une vitesse constante.

Les deux sont sortis à la même heure et se sont rencontrés au bout d'une heure et 10 minutes.

On sait que ce jour-là Yoram est arrivé au milieu du chemin 4 heures après que Noa est arrivée au milieu du chemin.

- א. Déterminez la vitesse à laquelle Noa a roulé et la vitesse de marche de Yoram.

Lundi aussi Noa a roulé à vélo de la ville A à la ville B à la même vitesse à laquelle elle avait roulé dimanche et Yoram a marché de la ville B à la ville A à la même vitesse à laquelle il avait marché dimanche.

Ce jour-là, Noa a commencé à rouler à 8:00 , et Yoram a commencé à marcher 16 minutes plus tard.

- ב. Déterminez à quelle heure Yoram et Noa se sont rencontrés le lundi.

2. Le triangle ABE est inscrit dans un cercle de centre M .

AB est un diamètre du cercle (voir figure).

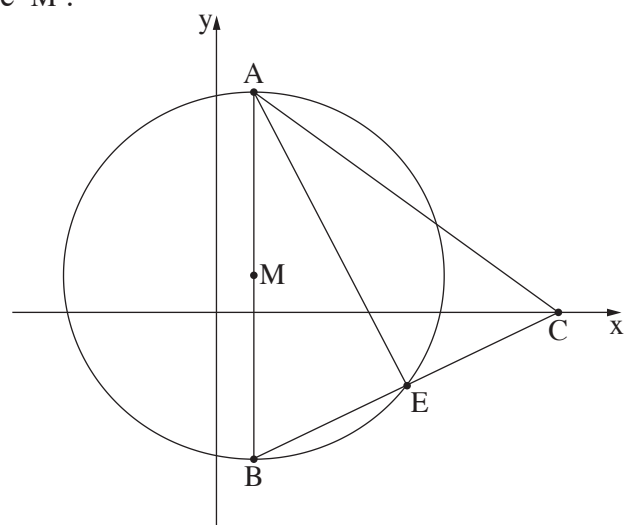
Données : $M(1, 1)$, $B(1, -4)$.

- א. Déterminez les coordonnées du sommet A .

Le prolongement du côté BE coupe la partie positive de l'axe des abscisses en un point C .

Donnée : $AB = AC$.

- ב. Déterminez les coordonnées du point C .
ג. Déterminez l'équation de la droite AE .



On a tracé une droite parallèle à l'axe des abscisses qui passe par le point M et qui coupe le côté AE en un point D .

- ד. Calculez l'aire du quadrilatère MDEB .

3. Des filles et des garçons étudient en classe de $\aleph$ dans une école donnée. Certains ont le permis de conduire et les autres non.

25 % des élèves de $\aleph$ sont des garçons qui n'ont pas le permis de conduire.

$\frac{1}{3}$ des garçons de $\aleph$ ont le permis de conduire.

- א. Déterminez le pourcentage de garçons qui étudient en $\aleph$.

La probabilité de choisir au hasard un garçon qui a le permis de conduire parmi les élèves de $\aleph$, est égale à la probabilité de choisir au hasard une fille qui a le permis de conduire parmi les élèves de $\aleph$.

- ב. On sait qu'un élève qui n'a pas le permis de conduire a été choisi au hasard (un garçon ou une fille) parmi les élèves de $\aleph$. Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit un garçon ?

Il y a 69 garçons en $\aleph$.

- ג. Déterminez le nombre total d'élèves qu'il y a en $\aleph$.

26 nouveaux élèves (garçons et filles) se sont joints aux élèves de $\aleph$.

On choisit au hasard deux élèves parmi les élèves de $\aleph$ l'un après l'autre (tirage sans remise).

La probabilité que les deux élèves choisis soient des garçons est de $\frac{10}{77}$.

- ד. Déterminez combien de garçons se sont joints aux élèves de $\aleph$.

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie dans le plan

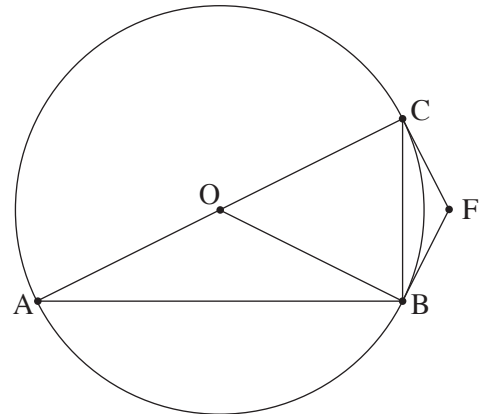
4. Soit un cercle de centre O . Le triangle ABC est inscrit dans ce cercle de sorte que AC est un diamètre du cercle.

On trace des tangentes au cercle passant par les points B et C et qui se joignent en un point F (voir figure).

א. Démontrez que le quadrilatère $OCFB$ est un cerf-volant [דלתון].

ב. Démontrez que $\angle CAB = \angle COF$.

ג. Démontrez que $\triangle AOB \sim \triangle CFB$.



On sait que l'aire du triangle AOB est 4 fois supérieure à l'aire du triangle CFB .

Le point E est le point d'intersection des diagonales du cerf-volant $OCFB$.

ד. Démontrez que $CB = OE$.

5. Soit le triangle acutangle [חד זווית] ABC . Le point D se trouve dans le triangle ABC de sorte que $\angle BDC = 120^\circ$ (voir figure).

Données : $DB = 6$, $DC = 8$.

א. Déterminez la longueur du côté BC .

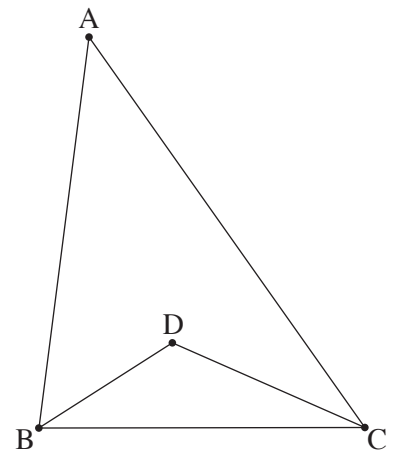
Donnée : le rayon du cercle dans lequel le triangle ABC est inscrit est 1,3 fois supérieur au rayon du cercle dans lequel le triangle DBC est inscrit.

ב. Déterminez la mesure de l'angle BAC .

Donnée : $AB = 15$.

ג. Déterminez la longueur du côté AC .

ד. Calculez l'aire du quadrilatère $BACD$.



Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{x^2 + x + a}{x}$, $a \neq 0$ est un paramètre.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes (s'il en existe).

On sait que le graphe de la fonction $f(x)$ passe par le point $(2, 7,5)$.

- א. Déterminez la valeur de a .

Substituez $a = 9$, puis répondez aux articles ג-ה.

- א. Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- ג. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

$g(x)$ est une fonction dont le domaine de définition est identique au domaine de définition de la fonction $f(x)$.

La dérivée de la fonction $g(x)$ vérifie $g'(x) = f(x) - 11$.

- ה. (1) Tracez une esquisse du graphe de la fonction dérivée $g'(x)$.
- (2) Déterminez les abscisses des points d'extremum de la fonction $g(x)$, puis déterminez leur type.

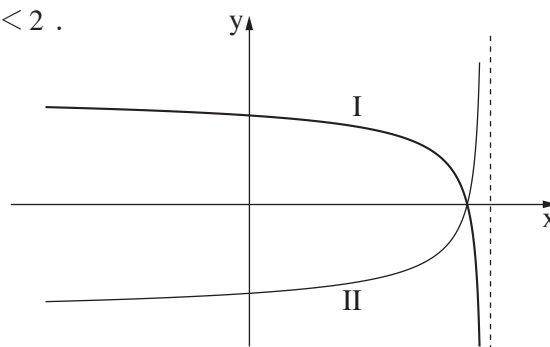
7. La fonction $f(x)$ est définie sur l'intervalle $x \leq 2$,
et sa fonction dérivée $f'(x)$ est définie sur l'intervalle $x < 2$.

La fonction $f(x)$ admet un seul point d'extremum local, de type maximum.

La figure ci-contre représente deux graphes, I et II.

L'un d'eux représente le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$.

- א. Déterminez lequel des graphes représente la fonction dérivée $f'(x)$, puis justifiez votre réponse.



Donnée : $f(x) = 4x + 2\sqrt{8 - 4x}$.

- א. Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.

Le graphe de la fonction $f(x)$ coupe l'axe des abscisses en un seul point, dans sa partie négative.

- א. Déterminez les coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.
- ג. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = -3 \cdot f'(x)$.

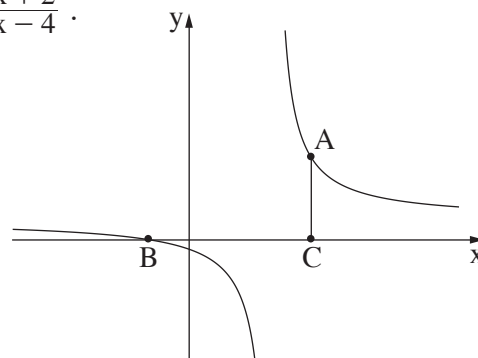
- ה. Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction $g(x)$, par l'axe des abscisses et par l'axe des ordonnées.

8. La figure ci-contre représente le graphe de la fonction $f(x) = \frac{x+2}{x-4}$.

Le point A se trouve sur le graphe de la fonction $f(x)$, dans le premier quadrant.

Le point C se trouve sur l'axe des abscisses de sorte que le segment AC est parallèle à l'axe des ordonnées.

Le point B est le point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.



- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.
- ב. Déterminez les coordonnées du point B.
- ג. (1) Déterminez les coordonnées du point A pour lequel l'aire du triangle ABC est minimale.
- (2) Déterminez l'aire minimale du triangle ABC.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.

Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך