

תוכנית חדשה

Attention : cet examen comporte des instructions particulières.

Résolvez les exercices en suivant ces instructions.

Mathématiques

4 unités d'étude - premier questionnaire

Instructions

א. Durée de l'examen : quatre heures.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire en trois parties comporte huit exercices.

Première partie — Statistiques et probabilités

Deuxième partie — Géométrie

Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine

Résolvez cinq exercices, au moins un exercice de chaque partie — $5 \times 20 = 100$ points.

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les fonctionnalités de programmation d'une calculatrice programmable. L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des fonctionnalités de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (jointes au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page.

Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice.

Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement. Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד - שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון — סטטיסטיקה והסתברות

פרק שני — גאומטריה

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק — $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתובת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה!

Exercices

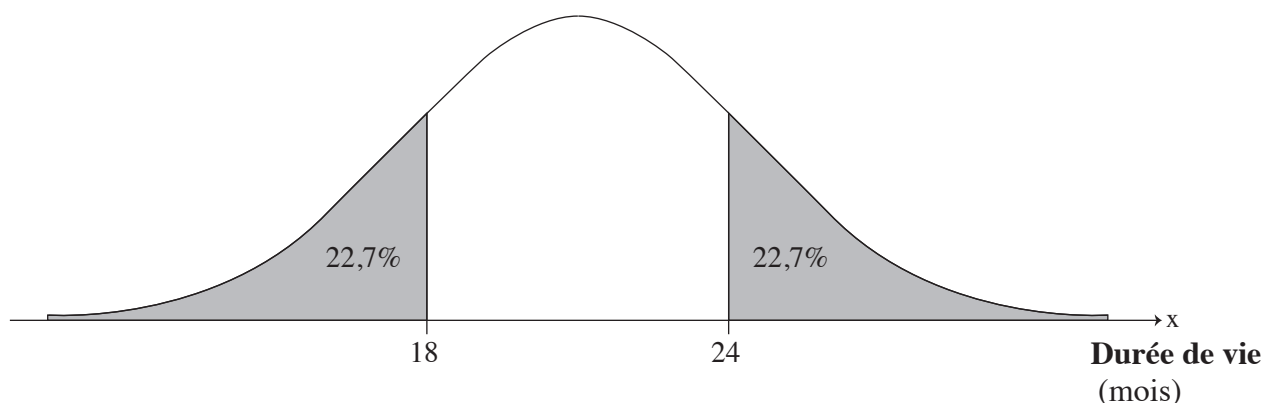
Résolvez cinq des exercices 1-8, au moins un exercice de chaque partie (20 points par question).

Attention : si vous résolvez plus de cinq exercices, seuls les cinq premiers exercices de votre copie seront corrigés.

Première partie — Statistiques et probabilités

1. La durée de vie de téléphones produits dans une certaine usine est répartie selon la loi de distribution normale.

Voici la courbe de distribution normale de la durée de vie des téléphones, sur laquelle figure une partie des données sur la durée de vie (en mois).



- א. Déterminez la durée de vie moyenne des téléphones ainsi que l'écart-type.

3,5 % des téléphones – ceux dont la durée de vie est la plus courte – sont considérés comme défectueux.

- ב. Quelle est la durée de vie la plus longue d'un téléphone considéré comme défectueux ?

Au cours d'un certain mois, 2000 téléphones ont été produits dans cette usine.

- ג. D'après la courbe de distribution normale, combien de téléphones parmi ceux qui ont été produits ce mois-ci, ont-ils une durée de vie supérieure à 26 mois ?

Des ingénieurs ont réussi à multiplier par 1,5 la durée de vie de tous les téléphones produits dans cette usine.

- ד. (1) Quelle est la nouvelle durée de vie moyenne des téléphones et quel est le nouvel écart-type suite à l'augmentation de la durée de vie ?

- (2) Déterminez le pourcentage de téléphones dont la durée de vie est inférieure à 18 mois, suite à l'augmentation de la durée de vie.

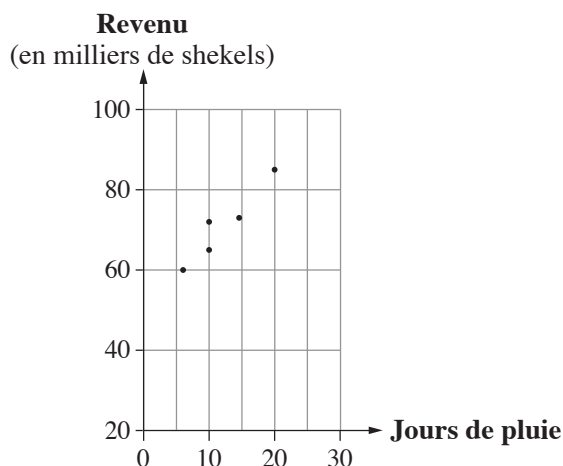
2. Dans la pharmacie α d'une ville, la directrice a étudié pendant 5 mois la relation existant entre le nombre de jours de pluie par mois (la variable x) et le revenu mensuel de la pharmacie (la variable y) pour ce même mois.

Le tableau ci-dessous représente les données que la directrice a rassemblées.

Mois	Jours de pluie (variable x)	Revenu (en milliers de shekels) (variable y)
Novembre	6	60
Décembre	10	72
Janvier	20	85
Février	14	73
Mars	10	65

- א. Déterminez la moyenne du nombre de jours de pluie par mois ainsi que l'écart-type.

Voici un diagramme à points représentant y en fonction de x .



La moyenne du revenu mensuel de la pharmacie α (en milliers de shekels) est de 71, et l'écart-type est de 8,46.

L'un des nombres suivants : 0,959, 1, -0,959, est le coefficient de corrélation r .

- א. Déterminez lequel est le coefficient de corrélation r , puis justifiez votre réponse.
- א. (1) Déterminez le coefficient directeur de la droite de régression qui donne une prédiction de y en fonction de x .
- (2) Déterminez l'équation de la droite de régression qui donne une prédiction de y en fonction de x .
- ב. D'après la droite de régression, quel est la prédiction du revenu mensuel lorsque le nombre de jours de pluie de ce mois est de 15 ?

Dans la pharmacie β de la même ville, la directrice a également étudié pendant les mêmes 5 mois la relation existant entre le nombre de jours de pluie par mois et le revenu mensuel de la pharmacie.

La directrice a trouvé que chaque mois, le revenu de la pharmacie β était inférieur de 20 mille shekels au revenu de la pharmacie α .

- ג. Écrivez l'équation de la droite de régression qui prédit le revenu mensuel de la pharmacie β (en milliers de shekels) en fonction du nombre de jours de pluie par mois.

/suite en page 4/

3. Des filles et des garçons étudient en classe de $\aleph$ dans une école donnée. Certains ont le permis de conduire et les autres non.

25 % des élèves de $\aleph$ sont des garçons qui n'ont pas le permis de conduire.

$\frac{1}{3}$ des garçons de $\aleph$ ont le permis de conduire.

- א. Déterminez le pourcentage de garçons qui étudient en $\aleph$.

La probabilité de choisir au hasard un garçon qui a le permis de conduire parmi les élèves de $\aleph$, est égale à la probabilité de choisir au hasard une fille qui a le permis de conduire parmi les élèves de $\aleph$.

- ב. On sait qu'un élève qui n'a pas le permis de conduire a été choisi au hasard (un garçon ou une fille) parmi les élèves de $\aleph$. Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit un garçon ?

Il y a 69 garçons en $\aleph$.

- ג. Déterminez le nombre total d'élèves qu'il y a en $\aleph$.

26 nouveaux élèves (garçons et filles) se sont joints aux élèves de $\aleph$.

On choisit au hasard deux élèves parmi les élèves de $\aleph$ l'un après l'autre (tirage sans remise).

La probabilité que les deux élèves choisis soient des garçons est de $\frac{10}{77}$.

- ד. Déterminez combien de garçons se sont joints aux élèves de $\aleph$.

Deuxième partie — Géométrie

4. Soit un triangle rectangle ABC ($\angle ABC = 90^\circ$).

Le côté AB coupe l'axe des ordonnées en un point P .

On sait que la droite CP est parallèle à l'axe des abscisses.

Le point E se situe sur la droite CP de sorte que AE est parallèle à l'axe des ordonnées (voir figure).

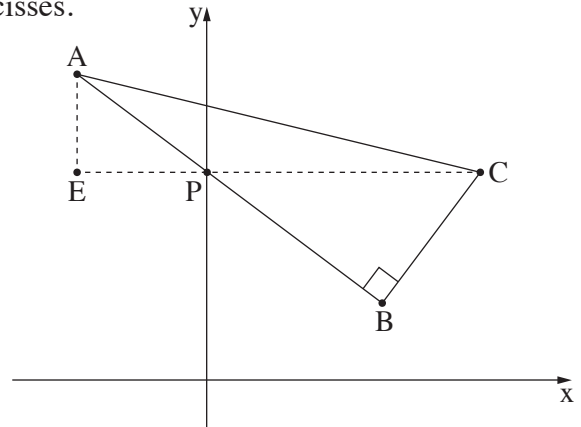
- א. Démontrez que $\triangle AEP \sim \triangle CBP$.

Données : le rapport de similitude entre le

triangle AEP et le triangle CBP vaut $\frac{3}{5}$,

$CP = 12,5$.

- ב. Déterminez la longueur du segment AP .



Données : $A(-6, 14)$, l'ordonnée du point P est inférieure à 14.

- ג. Déterminez les coordonnées des points P et C .
- ד. (1) Déterminez l'équation du côté AB .
- (2) Déterminez les coordonnées du sommet B .
- (3) Déterminez l'aire du quadrilatère $AEBC$.

5. Soit un triangle ABC inscrit dans un cercle de centre M , tel que cela est décrit sur la figure.

Données : $M(-5, 0)$, $C(-15, 0)$.

- א. Déterminez l'équation du cercle.

Donnée : l'équation du côté AB est $y = 2x$.

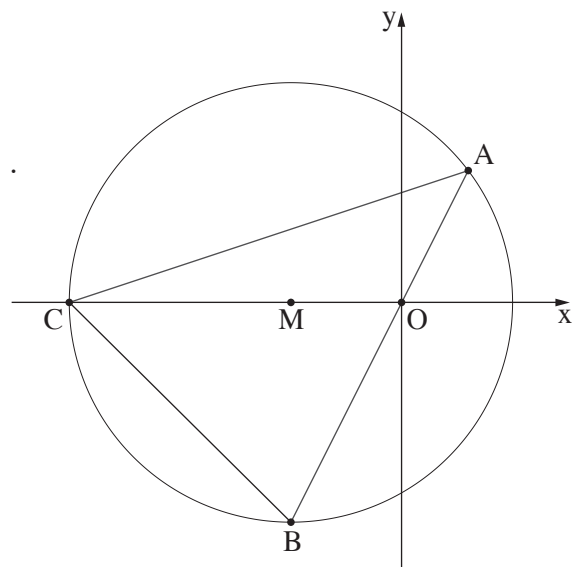
- ב. Déterminez les coordonnées des sommets A et B .

Le point O est l'origine du repère.

- ג. Déterminez la mesure de l'angle ACO et la mesure de l'angle AOC .
- ד. Déterminez l'aire du triangle ABC .

Le point E se situe sur le côté AC de sorte que l'aire du triangle EAB vaut 64.

- ה. Déterminez la longueur du segment AE .



Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{x^2 + x + a}{x}$, $a \neq 0$ est un paramètre.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
 (2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes (s'il en existe).

On sait que le graphe de la fonction $f(x)$ passe par le point $(2, 7,5)$.

א. Déterminez la valeur de a .

Substituez $a = 9$, puis répondez aux articles ג-ה.

- א. Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
 ג. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

$g(x)$ est une fonction dont le domaine de définition est identique au domaine de définition de la fonction $f(x)$.

La dérivée de la fonction $g(x)$ vérifie $g'(x) = f(x) - 11$.

- ה. (1) Tracez une esquisse du graphe de la fonction dérivée $g'(x)$.
 (2) Déterminez les abscisses des points d'extremum de la fonction $g(x)$, puis déterminez leur type.

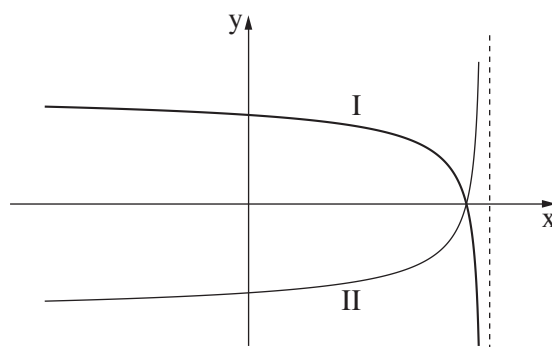
7. La fonction $f(x)$ est définie sur l'intervalle $x \leq 2$,
 et sa fonction dérivée $f'(x)$ est définie sur l'intervalle $x < 2$.

La fonction $f(x)$ admet un seul point d'extremum local, de type maximum.

La figure ci-contre représente deux graphes, I et II.

L'un d'eux représente le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$.

- א. Déterminez lequel des graphes représente la fonction dérivée $f'(x)$, puis justifiez votre réponse.



Donnée : $f(x) = 4x + 2\sqrt{8 - 4x}$.

- א. Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.

Le graphe de la fonction $f(x)$ coupe l'axe des abscisses en un seul point, dans sa partie négative.

- א. Déterminez les coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.
 ג. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = -3 \cdot f'(x)$.

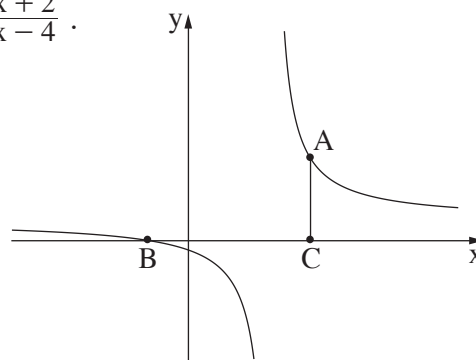
- ה. Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction $g(x)$, par l'axe des abscisses et par l'axe des ordonnées.

8. La figure ci-contre représente le graphe de la fonction $f(x) = \frac{x+2}{x-4}$.

Le point A se trouve sur le graphe de la fonction $f(x)$, dans le premier quadrant.

Le point C se trouve sur l'axe des abscisses de sorte que le segment AC est parallèle à l'axe des ordonnées.

Le point B est le point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.



א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.

(2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.

ב. Déterminez les coordonnées du point B.

ג. (1) Déterminez les coordonnées du point A pour lequel l'aire du triangle ABC est minimale.

(2) Déterminez l'aire minimale du triangle ABC.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך