מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ה, 2025
מספר השאלון: 35581
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: شتاء 2025
رقم النّموذج: 35581
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

انتبهوا: في هذا الامتحان توجد توجيهات خاصّة.
يجب الإجابة عن الأسئلة حسب التّوجيهات.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: אלגברה והסתברות
פרק שני: גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק — 5×20 = 100 נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات

5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

تعليمات

أ. مدّة الامتحان: أربع ساعات.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة
يجب الإجابة عن خمسة أسئلة، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل – 5×20 = 100 درجة.

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخوا السّؤال؛ يجب كتابة رقمه فقط.
2. يجب بدء كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة مراحل الحلّ في الدّفتر، حتّى إذا أُجرِيَت الحسابات بواسطة حاسبة.
يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تُستعمَل مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النّموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فرديّ.

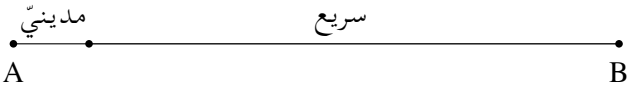
ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لكم النّجاح!**

الأسئلة

أجيبوا عن خمسة من الأسئلة 1-8، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل. (لكلّ سؤال – 20 درجة.)
انتبهوا: إذا أجبتم عن أكثر من خمسة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الخمس الأولى التي في دفتركم.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال

1. قطعة الشارع التي بين البلدة A والبلدة B مقسَّمة إلى قطعتَيْن: قطعة شارع مدينيّ، وقطعة شارع سريع، كما هو موصوف في الرسم.
طول قطعة الشارع السريع هو 7 أضعاف طول قطعة الشارع المدينيّ.



خرجت السيّارتان "أ" ، "ب" في نفس الساعة، وسافرتا، الواحدة باتّجاه الأخرى: السيّارة "أ" خرجت من البلدة A ، والسيّارة "ب" خرجت من البلدة B .
خلال كلّ هذا اليوم، سرعة سفر كلّ واحدة من السيّارتَيْن في قطعة الشارع السريع كانت ثابتة، ومقدارها هو ضعف سرعة سفرها في قطعة الشارع المدينيّ. اِلْتَقَت السيّارتان في منتصف القطعة AB .

أ. جدوا بِكَم ضعفًا سرعة سفر السيّارة "أ" في قطعة الشارع السريع هي أكبر من سرعة سفر السيّارة "ب" في قطعة الشارع السريع.

عندما وصلت السيّارة "أ" إلى البلدة B ، كانت السيّارة "ب" في قطعة الشارع المدينيّ، في بُعد 18 كم عن البلدة A .

ب. جدوا البُعد بين البلدة A والبلدة B .

عندما وصلت السيّارة "أ" إلى البلدة B ، عادت فورًا باتّجاه البلدة A ، وعندما وصلت السيّارة "ب" إلى البلدة A ، عادت فورًا باتّجاه البلدة B .
في طريق عودتهما، اِلْتَقَت السيّارتان في قطعة الشارع السريع.

جـ. جدوا في أيّ بُعد عن البلدة B ، اِلْتَقَت السيّارتان في طريق عودتهما.

/ يتبع في صفحة 3 /

2. معطاة متوالية هندسيّة A ، حدودها هي $a_1, a_2, a_3, \ldots$ ، وفيها m حدود (m هو عدد طبيعيّ أكبر من 4).
معطى أنّ: جميع حدود المتوالية A هي سالبة.
مجموع $m-4$ الحدود الأخيرة في المتوالية هو 16 ضعف مجموع $m-4$ الحدود الأولى في المتوالية.

أ. **(1)** جدوا أساس المتوالية A .

(2) هل المتوالية A تصاعديّة أم تنازليّة أم أنّها ليست تصاعديّة وليست تنازليّة؟ علِّلوا إجابتكم.

أَكمَلوا المتوالية A بحيث تكوّنت متوالية هندسيّة لانهائيّة.

معطاة متوالية لانهائيّة B ، حدودها تُحقِّق $b_n = \frac{k^n}{a_n}$ لكلّ n طبيعيّ. k هو بارامتر لا يساوي 0 .

ب. برهِنوا أنّ المتوالية B هي متوالية هندسيّة، وعبِّروا عن أساسها بدلالة k .

معطى أنّ مجموع المتوالية B متقارب (מתכנס).

جـ. جدوا المجال الممكن لقِيَم k .

معطى أنّ: أساس المتوالية B هو $\frac{1}{4}$.
مجموع المتوالية B هو -9 .

د. جدوا قيمة k وقيمة b_1 .

في المتوالية B ، مَحَوْا كلّ حدّ ثالث $(b_3, b_6, b_9 \ldots)$.

هـ. جدوا مجموع الحدود التي تبقّت.

3. في الجرّة "أ" توجد 10 كرات حمراء وَ 15 كرة صفراء، وفي الجرّة "ب" توجد كرات حمراء فقط.
تختار دانا بشكل عشوائيّ جرّة، وتُخرِج منها كرة بشكل عشوائيّ.
إذا كانت الكرة صفراء، تُخرِج دانا بشكل عشوائيّ كرة ثانية من نفس الجرّة (إخراج بدون إعادة).
إذا كانت الكرة الأولى حمراء، تُعيد دانا الكرة إلى الجرّة، وتُخرِج مرّة ثانية بشكل عشوائيّ كرة من نفس الجرّة.

أ. معلوم أنّ دانا أخرجت كرتَيْن بنفس اللون. ما هو الاحتمال بأن تكون كلتاهما صفراوين؟

تُعيد دانا إلى الجرّة الكرتَيْن اللّتَيْن أخرجتهما.
تُنفِّذ عبير العمليّة التالية:
تختار عبير جرّة بشكل عشوائيّ، تُخرِج عبير من الجرّة كرة واحدة بشكل عشوائيّ، وتُعيدها إلى الجرّة.
تُكرِّر عبير تنفيذ هذه العمليّة إلى أن تُخرِج كرة حمراء، وتُعيدها إلى الجرّة وتتوقّف عن إخراج الكرات.

ب. جدوا الاحتمال بأن تكون عبير قد نفّذت هذه العمليّة 6 مرّات بالضبط.

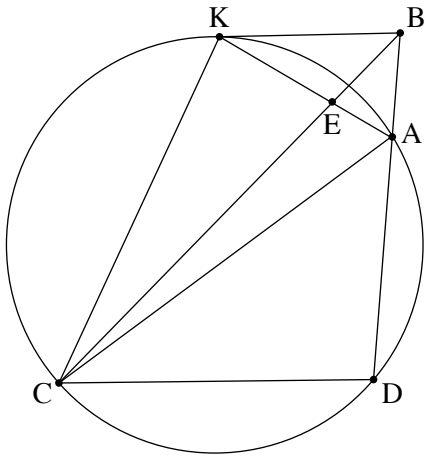
نقلوا قسمًا من الكرات من الجرّة "ب" إلى الجرّة "أ".
بعد ذلك، اختاروا بشكل عشوائيّ جرّة، وأَخرَجوا منها كرة واحدة بشكل عشوائيّ.
معطى أنّه بعد النَّقْل، الاحتمال بأن تكون الكرة التي أخرجوها حمراء هو $\frac{19}{24}$.

جـ. هل يمكن أنّه، قبل النَّقْل، كان في الجرّة "ب" 10 كرات؟ علِّلوا إجابتكم.

/ يتبع في صفحة 4 /

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

4. في الشكل الرباعيّ BKCD ، الضلع KB يوازي الضلع CD .
الضلع CD هو وتر في دائرة، والضلع KB يمسّ الدائرة في النقطة K .
الضلع BD يقطع الدائرة في النقطة A .
قطر الشكل الرباعيّ BC يقطع وتر الدائرة AK في النقطة E
(انظروا الرسم) .



أ. برهِنوا أنّ $\triangle ABK \sim \triangle AKC$.

ب. برهِنوا أنّ $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CE}$.

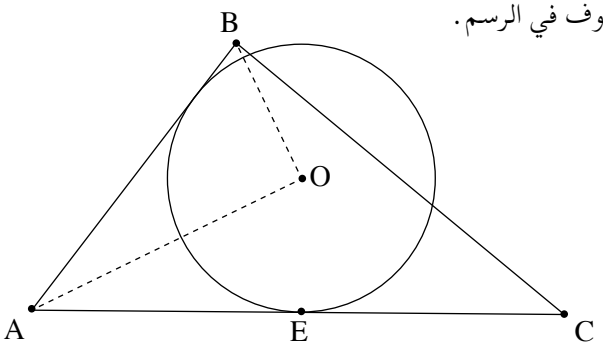
معطى أنّ: $BE = \frac{1}{4}CE$.

جـ. جدوا النسبة $\frac{AK}{AB}$.

معطى أنّ: مساحة الشكل الرباعيّ ABKC هي 18 .
نرمز بِـ S إلى مساحة المثلّث AEB .

د. عبِّروا بدلالة S عن مساحة المثلّث KEC .

5. معطاة دائرة مركزها O ونصف قطرها R .
مرَّروا من النقطة A مستقيمَيْن AB وَ AC يمسّان الدائرة.
النقطة E هي نقطة تماسّ المستقيم AC مع الدائرة، كما هو موصوف في الرسم.



معطى أنّ: $AE = CE \, , \, BO \perp AO$.
نشير بِـ 2β إلى الزاوية BAC .

أ. عبِّروا بدلالة R وَ β عن طول AB .

معطى أنّ طول AB هو $2.5R$ ،
وأنّ الزاوية BAC هي زاوية حادّة.

ب. جدوا قيمة β .

جـ. جدوا النسبة بين مساحة المثلّث ABC ومساحة المثلّث AOB .

معطى أنّ طول نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث ABC هو 8 .

د. جدوا قيمة R .

/ يتبع في صفحة 5 /

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطى أنّ $f'(x)=\frac{-4x}{(x^2-a^2)^3}$ هي دالّة مشتقّة الدالّة $f(x)$. a هو پارامتر موجب.

الدالّتان $f(x)$ وَ $f'(x)$ معرَّفتان في نفس المجال.
في البنود "أ – جـ"، عبِّروا عن إجاباتكم بدلالة a، إذا دعت الحاجة.

أ. جدوا مجال تعريف دالّة المشتقّة $f'(x)$.

ب. جدوا مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

معطى أنّه يوجد للدالّة $f(x)$ خطّ تقارب أفقيّ معادلته $y=0$.

جـ. جدوا دالّة $f(x)$ تحقِّق هذه الشروط.

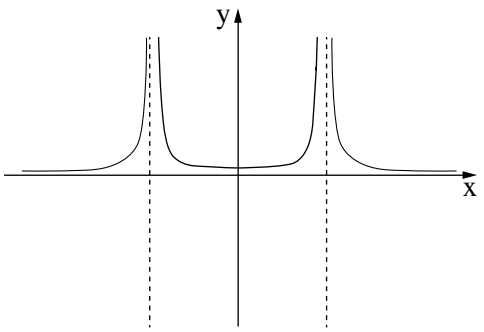
معطاة الدالّة $g(x)=\frac{x-a}{(x^2-a^2)^2}$، والدالّة $h(x)=\frac{(x-a)^2}{(x^2-a^2)^2}$.

الدوالّ $f(x)$ وَ $g(x)$ وَ $h(x)$ معرَّفة في نفس المجال.

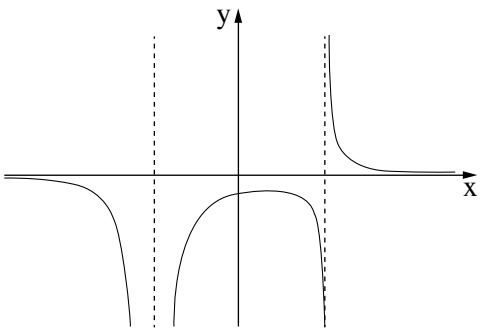
د. لائِموا لكلّ واحدة من الدوالّ $f(x)$ وَ $g(x)$ وَ $h(x)$ رسمًا بيانيًّا ممكنًا يُمثِّلها من بين الرسوم البيانيّة I–IV التي في آخر السؤال. علِّلوا إجاباتكم.

معطى أنّه يوجد للدالّة $h(x-6)$ خطّ تقارب معادلته $x=0.25a$.

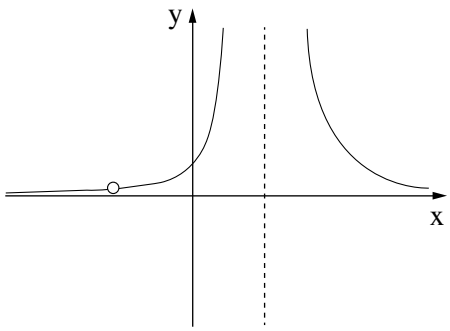
هـ. جدوا قيمة a.



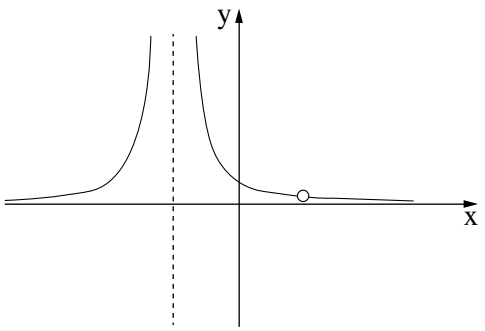
II



I



IV



III

/ يتبع في صفحة 6 /

7. معطاة الدالّة $f(x)=\cos x+\frac{2}{(\cos x)^2}+a$ ، في المجال $-\frac{3\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$.

a هو پارامتر.

أ. جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

ب. هل الدالّة $f(x)$ هي زوجيّة أم فرديّة؟ علِّلوا إجابتكم.

معطى أنّ الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ يمسّ المستقيم $y=2$ في نقطتَيْن.

جـ. جدوا قيمة a .

عوِّضوا $a=1$ ، وأجيبوا عن البنود "د – و" .

د. جدوا إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط.

هـ. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

معطاة الدالّة $g(x)=f(x)-k$ ، والدالّة $h(x)=\frac{1}{g(x)}$ ، كلتاهما في المجال $-\frac{3\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$.

k هو پارامتر، $k\ne2$ ، $k\ne4$.

و. جدوا قيمة k التي بالنسبة لها يلتقي الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ والرسم البيانيّ للدالّة $h(x)$ في كلّ واحدة من نقاطهما القصوى.

8. معطاة الدالّة $f(x)=x\sqrt{21-x}$.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جدوا مجالات موجبيّة وسالبيّة الدالّة $f(x)$.

معلوم أنّه توجد للدالّة $f(x)$ نقطة قصوى داخليّة واحدة، ولا توجد لها نقاط الْتواء.

ب. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

النقطة A تقع في الرُّبْع الأوّل على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$.

النقطة C هي نقطة تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع الجزء الموجب للمحور x .

مرَّروا من النقطة A عمودَيْن:

عمودًا واحدًا على المحور x يقطعه في النقطة B ، وعمودًا إضافيًّا على المستقيم $x=21$ يقطعه في النقطة D .

جـ. جدوا إحداثيّات النقطة A ، التي بالنسبة لها يكون محيط المستطيل ABCD أكبر ما يمكن.

בהצלחה!
نتمنّى لكم النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.