מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ה, 2025
מספר השאלון: 35571
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: شتاء 2025
رقم النّموذج: 35571
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

انتبهوا: في هذا الامتحان توجد توجيهات خاصّة.
يجب الإجابة عن الأسئلة حسب التّوجيهات.

מתמטיקה

תוכנית חדשה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: שאלות קצרות
פרק שני: אינדוקצייה, סדרות והסתברות
פרק שלישי: גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק רביעי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי.
20×5 = 100 נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات

المنهاج الجديد

5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

تعليمات

أ. مدّة الامتحان: أربع ساعات وَرُبْع.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج أربعة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: أسئلة قصيرة
الفصل الثّاني: الاستقراء الرّياضيّ، المتواليات والاحتمال
الفصل الثّالث: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الرّابع: حساب التّفاضل والتّكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدّوالّ النّسبيّة وللدّوالّ المثلّثيّة
يجب الإجابة عن خمسة أسئلة، عن سؤال واحد على الأقلّ من الفصل الأوّل أو الفصل الثّاني، وعن سؤال واحد على الأقلّ من كلّ واحد من الفصلين؛ الثّالث والرّابع.
20×5 = 100 درجة.

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة.
استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخوا السّؤال؛ يجب كتابة رقمه فقط.
2. يجب بدء كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة مراحل الحلّ في الدّفتر، حتّى إذا أُجرِيَت الحسابات بواسطة حاسبة.
يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تُستعمَل مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النّموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فرديّ.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لكم النّجاح!**

الأسئلة

أجيبوا عن خمسة من الأسئلة 1-8، عن سؤال واحد على الأقلّ من الفصل الأوّل أو الثّاني، وعن سؤال واحد على الأقلّ من كلّ واحد من الفصلين الثّالث والرّابع. (لكلّ سؤال – 20 درجة.)

انتبهوا: إذا أجبتم عن أكثر من خمسة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الخمس الأولى التي في دفتركم.

الفصل الأوّل: أسئلة قصيرة

1. أجيبوا عن اثنين من أربعة البنود "أ – د" التي أمامكم. إذا أجبتم عن أكثر من بندين، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفتركم.

أ. معطى أنّ التساوي $8+24+48+\ldots+n(n+2)=\frac{n(n+a)(n+4)}{6}$ يتحقّق بالنسبة لِـ $n=2$.

a هو پارامتر.

(1) جدوا قيمة a.

(2) بالنسبة لقيمة a التي وجدتموها، برهِنوا بالاستقراء الرياضيّ أو بأيّة طريقة أخرى، أنّ التساوي المعطى يتحقّق لكلّ n طبيعيّ زوجيّ.

ب. جميع المرشَّحين للدراسة في الجامعة يُمتحَنون بامتحانَيْن.

وُجِد أنّ عدد المرشَّحين الذين نجحوا في الامتحان الأوّل فقط، هو رُبْع عدد المرشَّحين الذين نجحوا في كلا الامتحانَيْن.

$\frac{8}{9}$ من المرشَّحين الذين نجحوا في الامتحان الثاني، نجحوا أيضًا في الامتحان الأوّل.

نرمز بِـ p إلى الاحتمال بأن يُختار بشكل عشوائيّ مرشَّح نجح في الامتحان الأوّل فقط.

(1) عبِّروا بدلالة p عن الاحتمال بأن يُختار بشكل عشوائيّ مرشَّح نجح في امتحان واحد على الأقلّ.

(2) معلوم أنّه اختير بشكل عشوائيّ مرشَّح نجح في امتحان واحد على الأقلّ.

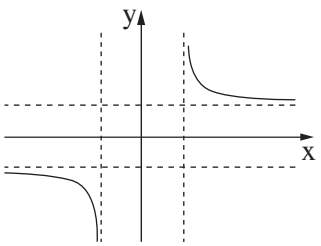
ما هو الاحتمال بأن يكون المرشَّح الذي اختير قد نجح في كلا الامتحانَيْن؟

/ يتبع في صفحة 3 /

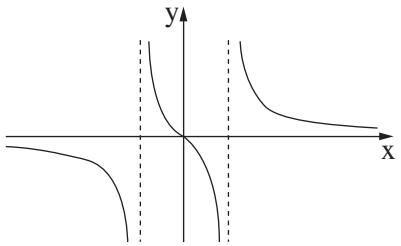
جـ. معطاة الدّوالّ: $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ ، $g(x)=\frac{\sqrt{x}}{x^2-1}$ ، $h(x)=\sqrt{\frac{x}{x^2-1}}$.

(1) جدوا مجال تعريف كلّ واحدة من الدوالّ $f(x)$ وَ $g(x)$ وَ $h(x)$.

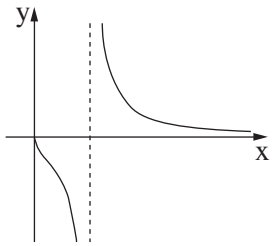
(2) لائِموا لكلّ واحدة من الدوالّ $f(x)$ وَ $g(x)$ وَ $h(x)$ ، الرسم البيانيّ الذي يُمثِّلها من بين الرسوم البيانيّة 1-5 التي أمامكم. علِّلوا تحديداتكم.



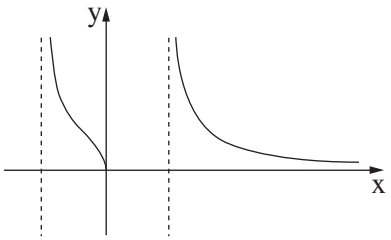
3



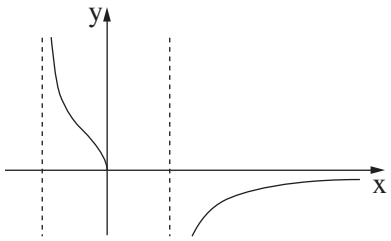
2



1



5



4

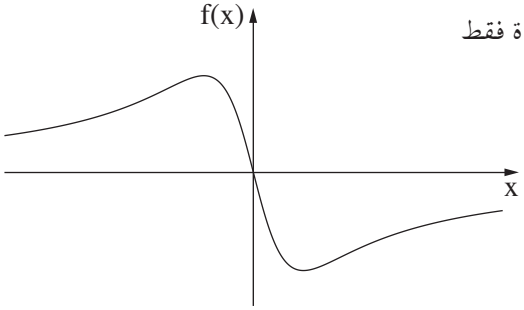
د. الدالّة $f(x)$ ودالّة مشتقّتها $f'(x)$ معرَّفتان لكلّ x .

الرسم الذي أمامكم يصف الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$.

معطى أنّ الدالّة $f(x)$ هي فرديّة، وتوجد لها نقطة نهاية صغرى واحدة فقط إحداثيّاتها هي $(-6,3)$.

للدالّة $f(x)$ ولدالّة المشتقّة $f'(x)$

يوجد خطّ تقارب أفقيّ $y=0$.



(1) ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا ممكنًا لدالّة المشتقّة $f'(x)$.

معطاة الدالّة $g(x)=f^2(x)\cdot f'(x)$.

(2) جدوا إحداثيّات نقاط تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ مع المحور x .

(3) احسبوا المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ والمحور x .

/ يتبع في صفحة 4 /

الفصل الثّاني: الاستقراء الرياضيّ والمتواليات والاحتمال

2. معطاة متوالية هندسيّة A ، حدودها هي $a_1, a_2, a_3, \ldots$ ، وفيها m حدود (m هو عدد طبيعيّ أكبر من 4).
معطى أنّ: جميع حدود المتوالية A هي سالبة.
مجموع $m-4$ الحدود الأخيرة في المتوالية هو 16 ضعف مجموع $m-4$ الحدود الأولى في المتوالية.

أ. **(1)** جدوا أساس المتوالية A .

(2) هل المتوالية A تصاعديّة أم تنازليّة أم أنّها ليست تصاعديّة وليست تنازليّة؟ علِّلوا إجابتكم.

أَكمَلوا المتوالية A بحيث تكوّنت متوالية هندسيّة لانهائيّة.

معطاة متوالية لانهائيّة B ، حدودها تُحقِّق $b_n = \frac{k^n}{a_n}$ لكلّ n طبيعيّ. k هو پارامتر لا يساوي 0 .

ب. برهِنوا أنّ المتوالية B هي متوالية هندسيّة، وعبِّروا عن أساسها بدلالة k .

معطى أنّ مجموع المتوالية B متقارب (מתכנס).

جـ. جدوا المجال الممكن لقِيَم k .

معطى أنّ: أساس المتوالية B هو $\frac{1}{4}$.
مجموع المتوالية B هو -9 .

د. جدوا قيمة k وقيمة b_1 .

في المتوالية B ، مَحَوْا كلّ حدّ ثالث $(b_3, b_6, b_9 \ldots)$.

هـ. جدوا مجموع الحدود التي تبقّت.

/ يتبع في صفحة 5 /

3. في الجرّة "أ" توجد 10 كرات حمراء وَ 15 كرة صفراء، وفي الجرّة "ب" توجد كرات حمراء فقط.
تختار دانا بشكل عشوائيّ جرّة، وتُخرِج منها كرة بشكل عشوائيّ.
إذا كانت الكرة صفراء، تُخرِج دانا بشكل عشوائيّ كرة ثانية من نفس الجرّة (إخراج بدون إعادة).
إذا كانت الكرة الأولى حمراء، تُعيد دانا الكرة إلى الجرّة، وتُخرِج مرّة ثانية بشكل عشوائيّ كرة من نفس الجرّة.

أ. معلوم أنّ دانا أخرجت كرتَيْن بنفس اللون. ما هو الاحتمال بأن تكون كلتاهما صفراوين؟

تُعيد دانا إلى الجرّة الكرتَيْن اللّتَيْن أخرجتهما.
تُنفِّذ عبير العمليّة التالية:
تختار عبير جرّة بشكل عشوائيّ، تُخرِج عبير من الجرّة كرة واحدة بشكل عشوائيّ، وتُعيدها إلى الجرّة.
تُكرِّر عبير تنفيذ هذه العمليّة إلى أن تُخرِج كرة حمراء، وتُعيدها إلى الجرّة وتتوقّف عن إخراج الكرات.

ب. جدوا الاحتمال بأن تكون عبير قد نفّذت هذه العمليّة 6 مرّات بالضبط.

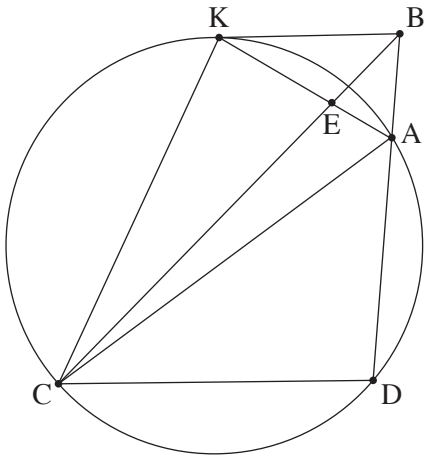
نقلوا قسمًا من الكرات من الجرّة "ب" إلى الجرّة "أ".
بعد ذلك، اختاروا بشكل عشوائيّ جرّة، وأَخرَجوا منها كرة واحدة بشكل عشوائيّ.
معطى أنّه بعد النَّقْل، الاحتمال بأن تكون الكرة التي أخرجوها حمراء هو $\frac{19}{24}$.

جـ. هل يمكن أنّه، قبل النَّقْل، كان في الجرّة "ب" 10 كرات؟ علِّلوا إجابتكم.

/ يتبع في صفحة 6 /

الفصل الثالث: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

4. في الشكل الرباعيّ BKCD ، الضلع KB يوازي الضلع CD .
الضلع CD هو وتر في دائرة، والضلع KB يمسّ الدائرة في النقطة K .
الضلع BD يقطع الدائرة في النقطة A .
قطر الشكل الرباعيّ BC يقطع وتر الدائرة AK في النقطة E
(انظروا الرسم) .



أ. برهِنوا أنّ $\triangle ABK \sim \triangle AKC$.

ب. برهِنوا أنّ $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CE}$.

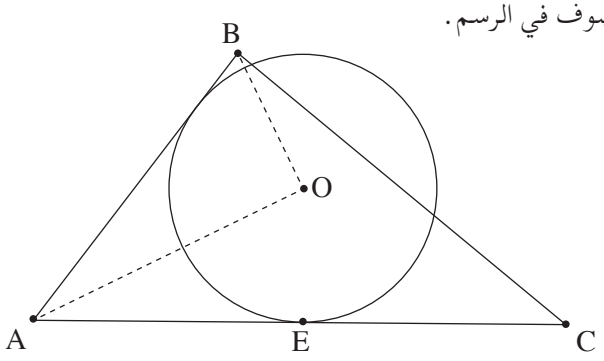
معطى أنّ: $BE = \frac{1}{4}CE$.

جـ. جدوا النسبة $\frac{AK}{AB}$.

معطى أنّ: مساحة الشكل الرباعيّ ABKC هي 18 .
نرمز بِـ S إلى مساحة المثلّث AEB .

د. عبِّروا بدلالة S عن مساحة المثلّث KEC .

5. معطاة دائرة مركزها O ونصف قطرها R .
مرَّروا من النقطة A مستقيمَيْن AB وَ AC يمسّان الدائرة.
النقطة E هي نقطة تماسّ المستقيم AC مع الدائرة، كما هو موصوف في الرسم.



معطى أنّ: $AE = CE \ , \ BO \perp AO$.
نشير بِـ 2β إلى الزاوية BAC .

أ. عبِّروا بدلالة R وَ β عن طول AB .

معطى أنّ طول AB هو $2.5R$ ،
وأنّ الزاوية BAC هي زاوية حادّة.

ب. جدوا قيمة β .

جـ. جدوا النسبة بين مساحة المثلّث ABC ومساحة المثلّث AOB .

معطى أنّ طول نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث ABC هو 8 .

د. جدوا قيمة R .

/ يتبع في صفحة 7 /

الفصل الرابع: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطى أنّ $f'(x)=\frac{-4x}{(x^2-a^2)^3}$ هي دالّة مشتقّة الدالّة $f(x)$. a هو پارامتر موجب.

الدالّتان $f(x)$ وَ $f'(x)$ معرَّفتان في نفس المجال.

في البنود "أ – جـ"، عبِّروا عن إجاباتكم بدلالة a، إذا دعت الحاجة.

أ. جدوا مجال تعريف دالّة المشتقّة $f'(x)$.

ب. جدوا مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

معطى أنّه يوجد للدالّة $f(x)$ خطّ تقارب أفقيّ معادلته $y=0$.

جـ. جدوا دالّة $f(x)$ تحقِّق هذه الشروط.

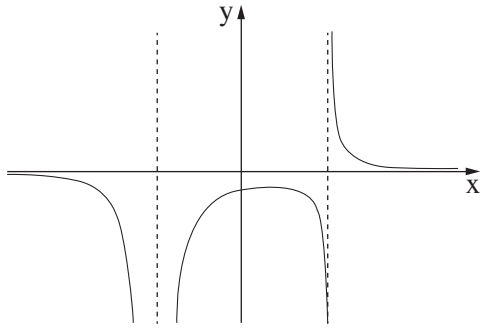
معطاة الدالّة $g(x)=\frac{x-a}{(x^2-a^2)^2}$، والدالّة $h(x)=\frac{(x-a)^2}{(x^2-a^2)^2}$.

الدوالّ $f(x)$ وَ $g(x)$ وَ $h(x)$ معرَّفة في نفس المجال.

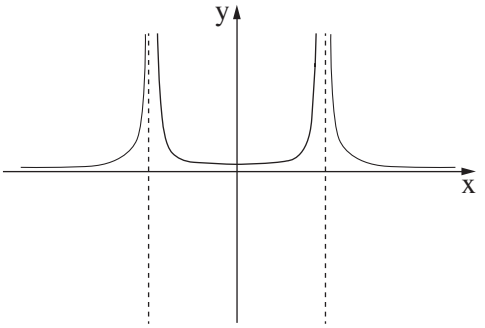
د. لائِموا لكلّ واحدة من الدوالّ $f(x)$ وَ $g(x)$ وَ $h(x)$ رسمًا بيانيًّا ممكنًا يُمثِّلها من بين الرسوم البيانيّة I–IV التي في آخر السؤال. علِّلوا إجاباتكم.

معطى أنّه يوجد للدالّة $h(x-6)$ خطّ تقارب معادلته $x=0.25a$.

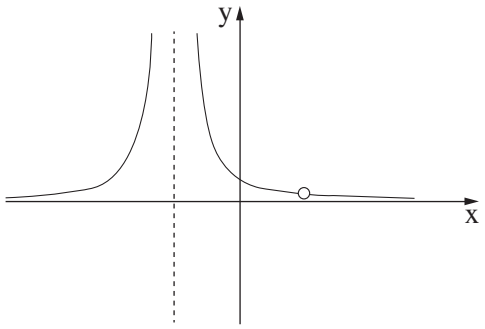
هـ. جدوا قيمة a.



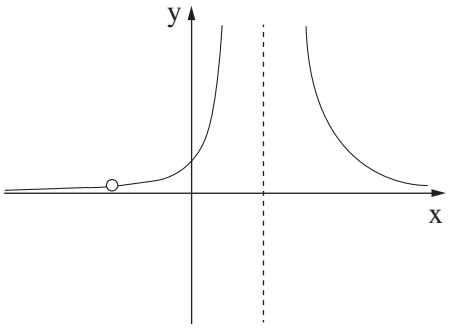
I



II



III



IV

/ يتبع في صفحة 8 /

7. معطاة الدالّة $f(x)=\cos x+\frac{2}{(\cos x)^2}+a$ ، في المجال $-\frac{3\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$.

a هو پارامتر.

أ. جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

ب. هل الدالّة $f(x)$ هي زوجيّة أم فرديّة؟ علِّلوا إجابتكم.

معطى أنّ الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ يمسّ المستقيم $y=2$ في نقطتَيْن.

جـ. جدوا قيمة a .

عوِّضوا $a=1$ ، وأجيبوا عن البنود "د – و".

د. جدوا إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط.

هـ. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

معطاة الدالّة $g(x)=f(x)-k$ ، والدالّة $h(x)=\frac{1}{g(x)}$ ، كلتاهما في المجال $-\frac{3\pi}{2}\le x\le\frac{3\pi}{2}$.

k هو پارامتر، $k\ne2$ ، $k\ne4$.

و. جدوا قيمة k التي بالنسبة لها يلتقي الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ والرسم البيانيّ للدالّة $h(x)$ في كلّ واحدة من نقاطهما القصوى.

8. معطاة الدالّة $f(x)=x\sqrt{21-x}$.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جدوا مجالات موجبيّة وسالبيّة الدالّة $f(x)$.

معلوم أنّه توجد للدالّة $f(x)$ نقطة قصوى داخليّة واحدة، ولا توجد لها نقاط الْتواء.

ب. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

النقطة A تقع في الرُّبْع الأوّل على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$.

النقطة C هي نقطة تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع الجزء الموجب للمحور x .

مرَّروا من النقطة A عمودَيْن:

عمودًا واحدًا على المحور x يقطعه في النقطة B ، وعمودًا إضافيًّا على المستقيم $x=21$ يقطعه في النقطة D .

جـ. جدوا إحداثيّات النقطة A ، التي بالنسبة لها يكون محيط المستطيل ABCD أكبر ما يمكن.

בהצלחה!
نتمنّى لكم النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.