

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2024 года, срок "бет"

Номер вопросника: 035471

Приложение: листы с формулами

для уровня в 4 единицы обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשפ"ד, 2024, מועד ב

מספר השאלון: 035471

נספח: דפי נוסחאות

ל-4 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

תוכנית חדשה

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции. Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות. יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Математика

4 единицы обучения – первый вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания

א. Продолжительность экзамена: 4 часа 15 минут.

ב. Строение вопросника и ключ к оценке:

в этом вопроснике три раздела, в которых восемь вопросов.

Раздел первый – статистика и теория вероятности

Раздел второй – геометрия

Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих корни

Вы должны ответить на четыре вопроса, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела – $4 \times 25 = 100$ баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; укажите только его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה. כתובת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

בהצלחה!

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח הערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

פרק שני – גאומטריה

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

של פולינומים, של פונקציות רציונליות

ושל פונקציות שורש

יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה

אחת מכל פרק – $25 \times 4 = 100$ נקודות.

חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות

התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות

התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת

הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה;

יש לסמן את מספרה בלבד.

2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם

כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים,

בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או

לפסילת הבחינה.

Вопросы

Ответьте на четыре из вопросов 1–8, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – 25 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на четыре вопроса, будут проверены только первые четыре ответа в вашей тетради.

Раздел первый – статистика и теория вероятности

1. В одной оранжерее длина стеблей цветов распределяется согласно нормальному закону [מתפלג נורמלי]. Средняя [ממוצע] длина стеблей цветов в этой оранжерее составляет 20 см.

В оранжерее сортируют цветы на три группы:

группа α – цветы, длина стеблей которых меньше 22 см;

группа β – цветы, длина стеблей которых между 22 и 26 см;

группа γ – остальные цветы.

Дано, что 65.5% цветов – в группе α .

(א) Найдите среднее квадратичное отклонение [סטיית התקן] длины стеблей цветов в этой оранжерее.

(ב) Найдите, какой процент составляют цветы группы γ среди всех цветов в оранжерее.

В один день в оранжерее было в общей сложности 2000 цветов.

В оранжерее решили составить букеты из всех цветов группы β так, чтобы в каждом букете было 10 цветов.

(ג) Согласно графику нормального распределения, сколько букетов составили в оранжерее в этот день?

В другой оранжерее, в которой длина стеблей цветов также распределяется согласно нормальному закону, процент цветов, длина стеблей которых больше 24 см, равен проценту цветов группы β .

Дано, что среднее квадратичное отклонение длины стеблей цветов в обеих оранжереях одинаково.

(ד) Найдите среднее значение длины стеблей цветов во второй оранжерее.

2. Ниже приведены три таблицы, в которых представлены значения двух переменных, полученных в ходе различных наблюдений: переменной x и переменной y .

таблица 3		таблица 2		таблица 1	
x	y	x	y	x	y
16	35	4	9	1	2
17	34	5	11	2	4
18	33	6	19	3	6
19	32	7	22	4	8
20	31	8	17	5	10

Обозначим как r коэффициент корреляции [מקדם המתאם] между x и y .

- (*) Определите, к какой из таблиц 1–3 относится каждое из следующих ниже утверждений I–III:

I. $0 < r < 1$

II. $r = 1$

III. $r = -1$

Данные в таблице 2 относятся к группе из 5 спортсменов.

В таблице представлена связь между числом тренировок каждого спортсмена в неделю (переменная x) и числом часов его тренировок в неделю (переменная y).

Дано уравнение линейной регрессии [משוואת ישר רגרסיה] для предсказания y на основании x :
 $y = 2.7x + b$, b – параметр.

- (א) Найдите, сколько раз в неделю в среднем [בממוצע] тренируется спортсмен из этой группы и сколько часов в неделю в среднем он тренируется.
 (ב) Найдите значение параметра b .

Дано, что отношение между средними квадратичными отклонениями [סטיות התקן] данных в таблице 2 составляет $\frac{s_y}{s_x} = 3.45$.

- (ג) Вычислите значение r .

3. Галит и Рои играют в игру. Каждый раунд игры может закончиться одним из трех возможных результатов: победа Галит, победа Рои или ничья.

Вероятность того, что Галит победит в каком-либо раунде, в 3 раза больше вероятности того, что Рои победит в каком-либо раунде.

Вероятность того, что раунд завершится ничьей, составляет 0.28.

- (*) Найдите вероятность того, что Галит победит в каком-либо раунде игры.

В игре, в которую играют Галит и Рои, есть два раунда. Результаты этих раундов не зависят друг от друга.

- (א) Какова вероятность того, что ни один раунд не завершится ничьей?
 (ב) Какова вероятность того, что Галит победит, по меньшей мере, в одном раунде?
 (ג) Известно, что Галит победила по меньшей мере в одном из раундов. Какова вероятность того, что один из раундов завершился ничьей?

Раздел второй – геометрия

4. Дан дельтоид [דלתון] $ABCD$ ($CB = CD$, $AB = AD$).

Вершина D лежит на оси y , координата y вершины D меньше 9 (смотрите чертеж).

Дано: $A(1,9)$, $C(6,4)$.

Длина стороны AD равна $\sqrt{10}$.

(א) (1) Найдите координаты вершины D .

(2) Найдите уравнение прямой BD .

E – это точка пересечения диагоналей дельтоида.

(ב) Найдите координаты точки E .

Точка F лежит на отрезке EC .

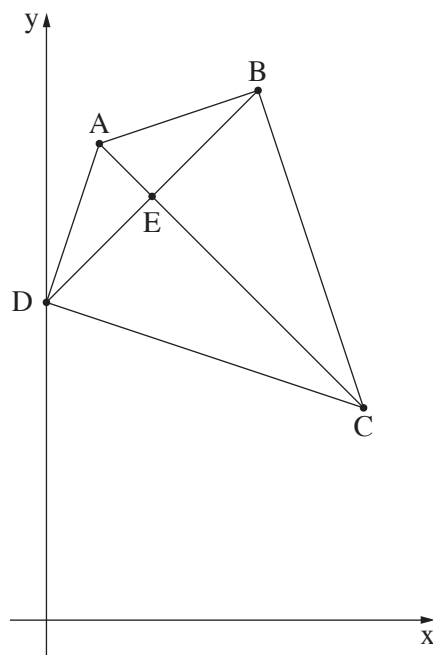
(ג) Докажите, что $\triangle ABF \cong \triangle ADF$.

(ד) Найдите координаты точки F , при которых прямоугольник $FBAD$ будет ромбом [רומב].

(ה) Ниже приведены два утверждения, I–II. Для каждого утверждения определите, верно оно или неверно. Обоснуйте свои ответы.

I. Треугольник ABC является прямоугольным.

II. Дельтоид $ABCD$ может быть вписан в окружность.



5. Треугольник ABC вписан в окружность.

Дано, что центр окружности M находится в точке $(4,8)$.

Эта окружность проходит через начало координат O (смотрите чертеж).

Точка A – это одна из точек пересечения окружности с осью y .

(א) (1) Найдите уравнение данной окружности.

(2) Найдите координаты точки A .

Сторона AB параллельна оси x .

Дано: угловой коэффициент прямой BC равен 1.

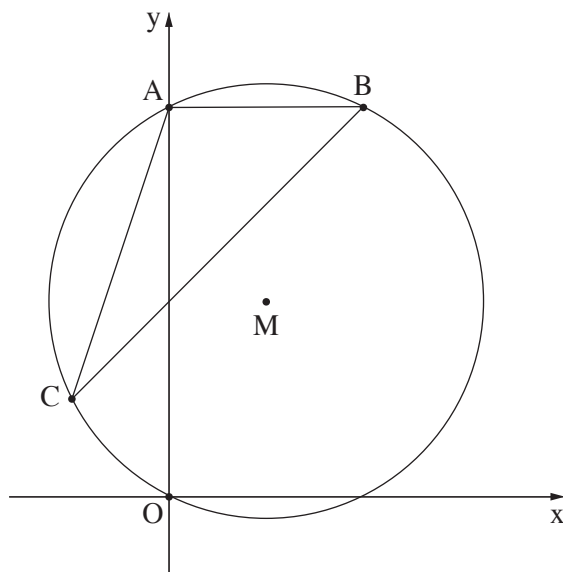
(ב) (1) Найдите уравнение прямой BC .

(2) Найдите координаты вершины C .

(ג) Найдите величину угла ACB .

Точка E – середина стороны BC .

(ד) Найдите длину радиуса окружности, описанной вокруг треугольника AEC .



**Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов,
рациональных функций и функций, содержащих корни**

6. Дана функция $f(x) = \frac{x+4}{5x-x^2} - b$. b – параметр.

- (א) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (ב) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип (при необходимости выразите при помощи b).

Дано, что прямая $y = -1$ является касательной к графику функции $f(x)$ в точке ее минимума.

- (ג) Найдите b .

Подставьте $b = 2$ в уравнение функции $f(x)$ и ответьте на вопросы пунктов (ד)–(ה).

- (ד) (1) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат.
- (2) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат (если таковые существуют).
- (3) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x)$, для производной которой выполняется $g'(x) = f(x) + 1$.

Область определения функции $g(x)$ идентична области определения функции $f(x)$.

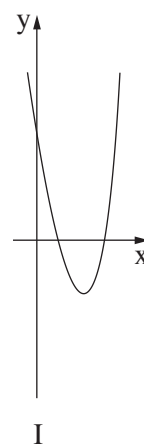
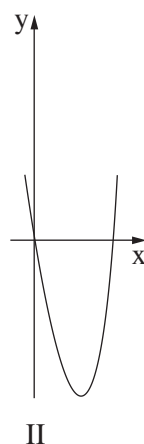
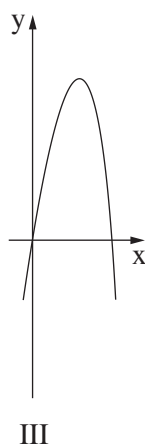
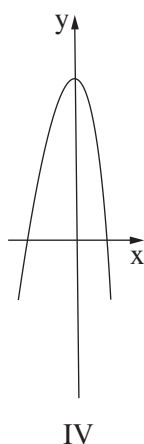
- (ה) Определите, есть ли у функции $g(x)$ точки экстремума. Обоснуйте свой ответ.

7. Дана функция $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-\frac{1}{2}x + 5}$.

- (א) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (ב) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (ג) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
- (ד) Начертите схематический график функции $f(x)$.
- (ה) Один из графиков I–IV, приведенных в конце вопроса, соответствует производной $f'(x)$.
 Определите, какой график соответствует производной, и обоснуйте свой ответ.

Дано, что площадь фигуры, ограниченной графиком производной $f'(x)$ и графиком функции $a \cdot f'(x)$, равна 160. a – отрицательный параметр.

- (ו) Найдите значение a .



8. На чертеже справа изображен график функции $f(x) = 3 - \frac{6}{x}$, в области $x > 0$.

График функции $f(x)$ пересекает ось x в точке A .

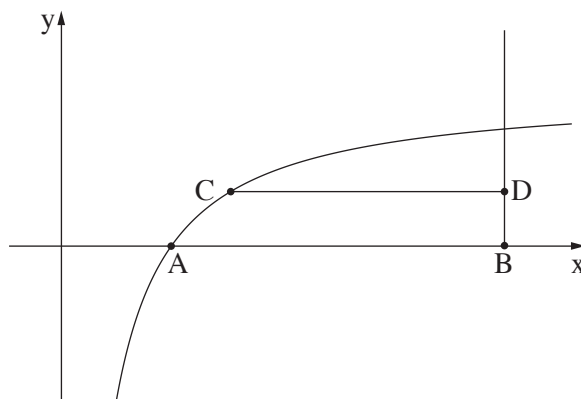
Из точки $B(8, 0)$ провели перпендикуляр к оси x .

C – некоторая точка на графике функции $f(x)$.

Обозначим через t координату x точки C ,

$2 < t < 8$.

Из точки C провели прямую, параллельную оси x и пересекающую данный перпендикуляр в точке D .



- (א) Найдите координаты точек A , C и D .

При необходимости выразите свои ответы при помощи t .

- (ב) Найдите координаты точки C , при которых площадь треугольника ACD будет максимальной.
- (ג) Определите, может ли площадь треугольника ACD быть равной 1. Обоснуйте свой ответ.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך