

Attention : cet examen comporte des instructions particulières.
Résolvez les exercices en suivant ces instructions.

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Mathématiques

5 unités d'étude – deuxième questionnaire

Instructions

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. Durée de l'examen : trois heures.

א. משך הבחינה: שלוש שעות.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire, qui comporte deux parties, est constitué de cinq exercices.

Première partie — Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace, nombres complexes.

Deuxième partie — Croissance et décroissance, fonctions puissances, fonctions exponentielles et logarithmiques.

Résolvez trois exercices au choix

$$- 3 \times 33\frac{1}{3} = 100 \text{ points.}$$

ב. מבנה השאלון ומפתח הערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם

$$- 3 \times 33\frac{1}{3} = 100 \text{ נקודות.}$$

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.

L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (jointes au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas l'exercice, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque exercice sur une nouvelle page.

Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice.

Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement. Inscrivez "טיוטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה!

Exercices

Résolvez trois des exercices 1-5 ($33\frac{1}{3}$ points par exercice).

Attention : si vous résolvez plus de trois exercices, seuls les trois premiers exercices de votre cahier seront corrigés.

Première partie - Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace et nombres complexes

1. Soit un losange ABCD. Les diagonales du losange reposent sur les axes, tel que cela est représenté sur la figure ci-contre.

Données : la longueur de la diagonale AC vaut 10 ,

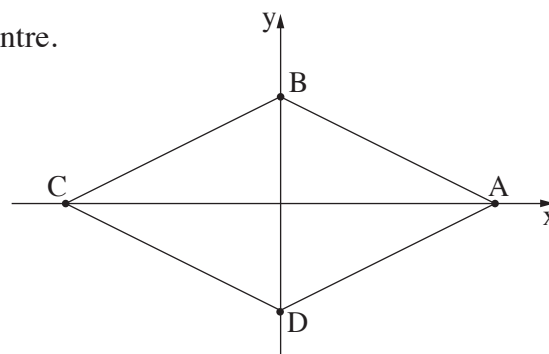
la distance de chacun des côtés du losange à

l'origine du repère vaut $\sqrt{5}$.

- א. Déterminez l'équation du côté AB .

Un cercle est inscrit dans le losange.

- ב. Déterminez l'équation de ce cercle.



Le point M est le point de tangence du cercle avec le losange dans le premier quadrant.

- ג. Déterminez les coordonnées du point M .

À partir du point M , on abaisse une perpendiculaire à l'axe des abscisses, qui le coupe en un point K(a, 0) .

Sur la droite $x = -a$, on note un point E puis on fait passer par ce point une droite parallèle à l'axe des abscisses.

La droite parallèle coupe la médiatrice du segment EK en un point G .

- ד. Montrez que le lieu géométrique de tous les points G ainsi obtenus se trouve sur une parabole, puis déterminez son équation.

Le point N se trouve dans le premier quadrant, sur la parabole dont vous avez déterminé l'équation.

L'abscisse du point N est 5 .

- ה. Déterminez les équations des deux cercles dont le centre se trouve au point N et qui sont tangents au cercle inscrit dans le losange.

2. La figure ci-contre représente une pyramide $SABCD$, dont la base $ABCD$ est un carré.

Le point E est le point d'intersection des diagonales de la base et le point F est le milieu de l'arête BC .

On note : $\vec{SB} = \underline{w}$, $\vec{SF} = \underline{v}$, $\vec{SE} = \underline{u}$.

- א. Exprimez les vecteurs $\vec{BC}$ et $\vec{DC}$ en fonction de $\underline{u}$, $\underline{v}$ et $\underline{w}$.

Le segment SE est la hauteur de la pyramide.

Donnée : $|\underline{u}| = 7$.

- א. Déterminez la valeur de $\underline{u} \cdot \underline{w}$.

Donnée : $\vec{BA} = (-3, 4, 5)$.

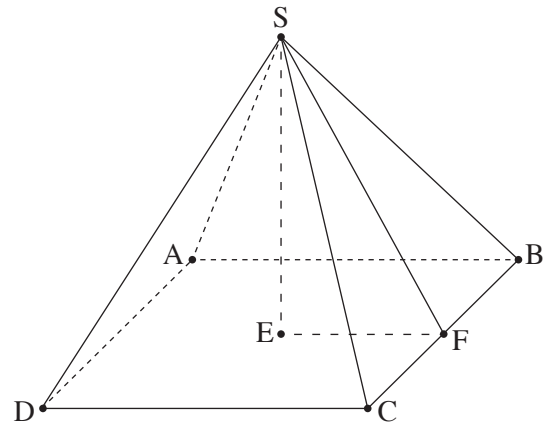
- א. Déterminez la mesure de l'angle formé par SB et par la base de la pyramide.

Données : $E(0, 4, 5)$, le plan de la base $ABCD$ est parallèle à l'axe z .

- א. Déterminez l'équation du plan sur lequel repose la base de la pyramide.

Donnée : l'abscisse du sommet B est 3.

- א. Déterminez les coordonnées du sommet B .



3. א. (1) Déterminez les solutions de l'équation $z^6 + 64i = 0$ (z est un nombre complexe).
 (2) Déterminez les quatre solutions de l'équation $\frac{z^6 + 64i}{z^2 - 4i} = 0$ (z est un nombre complexe).

Les solutions que vous avez déterminées au sous-article א(2) sont représentées par les sommets d'un quadrilatère dans le plan de Gauss.

- א. Déterminez l'aire du quadrilatère.

On effectue une rotation du quadrilatère (autour de l'origine du repère) d'un angle α dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

- א. Quelle est la valeur du produit de tous les nombres qui sont représentés par les sommets du quadrilatère pour $\alpha = 45^\circ$? Justifiez votre réponse.
 א. (1) Déterminez les deux valeurs de α tel que le produit de tous les nombres qui sont représentés par les sommets du quadrilatère après la rotation soit un nombre imaginaire pur.
 (2) Quelle est la valeur de ce produit pour chacune des valeurs de α que vous avez déterminées?

Deuxième partie – Croissance et décroissance, fonctions puissances, fonctions exponentielles et logarithmiques

4. Soit la fonction $k(x) = xe^x$ et soit la fonction $m(x) = 2e^x - 1$, définies pour tout x .
- א. (1) Déterminez l'équation de l'asymptote perpendiculaire à l'axe des ordonnées pour chacune des fonctions $k(x)$ et $m(x)$.
- (2) Déterminez les intervalles de croissance et les intervalles de décroissance de chacune des fonctions $k(x)$ et $m(x)$ (s'il en existe).
- (3) Déterminez les coordonnées du point d'intersection de chacun des graphes des fonctions $k(x)$ et $m(x)$ avec l'axe des ordonnées.

Les graphes des fonctions $k(x)$ et $m(x)$ se coupent en deux points exactement, un point pour lequel $x = a$ et un autre point pour lequel $x = b$, $b > a$.

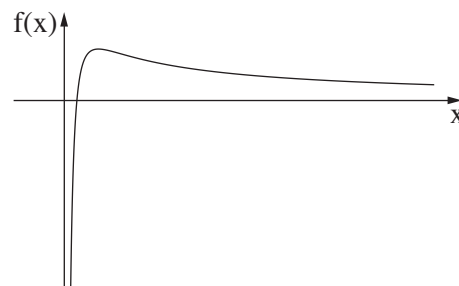
- א. Tracez dans un même repère, une esquisse du graphe de la fonction $k(x)$ et une esquisse du graphe de la fonction $m(x)$.

Soit la fonction $f(x) = \frac{e^x - 1}{x - 1}$, définie pour tout $x \neq 1$.

- א. (1) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.
- (2) Déterminez les coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.
- ב. Expliquez pourquoi l'équation $f'(x) = 0$ admet deux solutions exactement.
- ג. (1) Expliquez pourquoi $1 < b$.
- (2) Exprimez en fonction de a et b , les intervalles de croissance et les intervalles de décroissance de la fonction $f(x)$.
- ד. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

5. La figure ci-contre représente le graphe de la fonction $f(x) = \frac{2\ln(x) - 1}{x}$ définie sur l'intervalle $x > 0$.

א. Déterminez les coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.



Soit la fonction $g(x)$ définie sur l'intervalle $x > 0$

et vérifiant $g'(x) = f(x)$.

L'ordonnée du point d'extremum de la fonction $g(x)$ est $-\frac{1}{4}$.

א. (1) Déterminez la fonction $g(x)$.

(2) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $g(x)$ avec l'axe des abscisses.

(3) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $g(x)$.

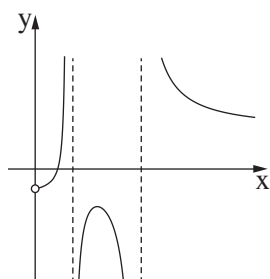
Soit la fonction $h(x)$ définie ainsi : $h(x) = 1 + \frac{b}{g(x)}$, b est un paramètre supérieur à $\frac{1}{4}$.

א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $h(x)$.

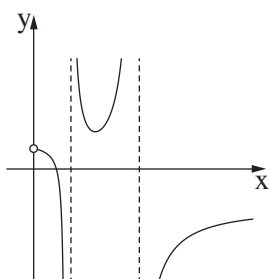
(2) Déterminez si le graphe de la fonction $h(x)$ coupe l'axe des abscisses. Justifiez votre réponse.

ב. Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $h(x)$, puis déterminez son type. Exprimez votre réponse en fonction de b , si cela est nécessaire.

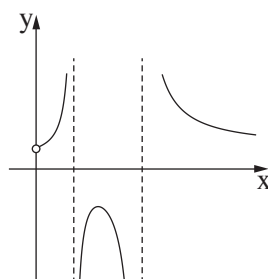
ג. Déterminez lequel des graphes I-IV ci-dessous représente la fonction $h(x)$.



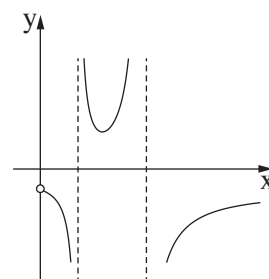
IV



III



II



I

Bonne chance !

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans
l'autorisation du ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך