

Attention : cet examen comporte des instructions particulières.
Résolvez les exercices en suivant ces instructions.

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Mathématiques
4 unités d'étude - premier questionnaire

Instructions

- א. Durée de l'examen : quatre heure et quart.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire comporte trois parties comprenant huit questions au total.
Première partie — Algèbre, géométrie analytique, probabilités
Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie planes
Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine
Répondez à quatre questions, au moins à une question de chaque partie. — $4 \times 25 = 100$ points.

- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.
L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
(2) Formulaires (jointes au sujet).
(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

- ד. Instructions supplémentaires :
(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page.
Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.
Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.
Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.
Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

Bonne chance !

מתמטיקה
4 יחידות לימוד-שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק
— $25 \times 4 = 100$ נקודות.

- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה"
בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה
עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה !

Exercices

Résolvez quatre des exercices 1-8, au moins un exercice de chaque partie. (25 points par exercice).

Attention : si vous résolvez plus de quatre exercices, seuls les quatre premiers exercices de votre cahier seront corrigés.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités

1. La distance entre la ville α et la ville β est de 600 km.

Un train roule tous les jours de la ville α vers la ville β à une vitesse constante.

Un jour, à cause d'une panne, le train est sorti de la ville α 6 minutes après son heure de départ habituelle.

Ce même jour, la vitesse du train était supérieure de 10 km/h à sa vitesse habituelle.

Ce jour-ci, le train est arrivé à la ville β à son heure habituelle d'arrivée.

α . (1) Déterminez la vitesse habituelle du train.

(2) Déterminez le temps de trajet du train de la ville α vers la ville β lors d'un jour normal.

Un autre jour, après que le train a roulé durant un certain temps à sa vitesse habituelle, il a été contraint de réduire sa vitesse de 40 km/h et par conséquent il est arrivé à la ville β 27 minutes après son heure d'arrivée habituelle.

α . Déterminez combien de temps le train a roulé à sa vitesse habituelle ce jour-là.

2. Soit un cercle de centre M et d'équation $x^2 + (y - 15)^2 = 90$.

La droite $y = 2x$ coupe le cercle en des points A et B tel que cela est représenté sur la figure ci-contre.

α . Déterminez les coordonnées des points A et B .

On a tracé une tangente au cercle passant par le point A .

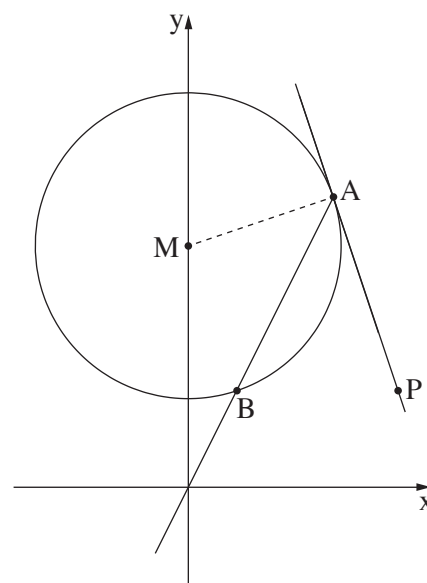
α . Déterminez l'équation de cette tangente.

Le point P se trouve sur la tangente de sorte que la droite PB est parallèle à l'axe des abscisses.

Le point G est le centre du cercle dans lequel le triangle PAM est inscrit.

α . Déterminez l'équation du cercle dans lequel le triangle PAM est inscrit.

7. Déterminez si le point G se trouve sur le cercle de centre M , à l'intérieur ou à l'extérieur de celui-ci. Justifiez votre réponse.



3. Galit et Roy jouent à un jeu. Chaque tour du jeu peut se terminer par l'une des trois possibilités suivante : victoire de Galit, victoire de Roy ou égalité.

La probabilité que Galit remporte un tour quelconque est 3 fois supérieure à la probabilité que Roy remporte un tour quelconque.

La probabilité qu'un tour se termine par une égalité est de 0,28 .

- א. Déterminez la probabilité que Galit remporte un tour quelconque de ce jeu.

Le jeu auquel Galit et Roy participe comporte deux tours. Les résultats des tours ne dépendent pas l'un de l'autre.

- ב. Quelle est la probabilité qu'aucun tour ne se termine par une égalité ?
ג. Quelle est la probabilité que Galit remporte l'un des tours au moins ?
ג. On sait que Galit a remporté l'un des tours au moins. Quelle est la probabilité que l'un des tours se soit terminé par une égalité ?

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie planes

4. Le triangle ABC est inscrit dans un cercle.

La droite FA est tangente au cercle en un point A .

Le point D se trouve sur le côté AB de sorte que

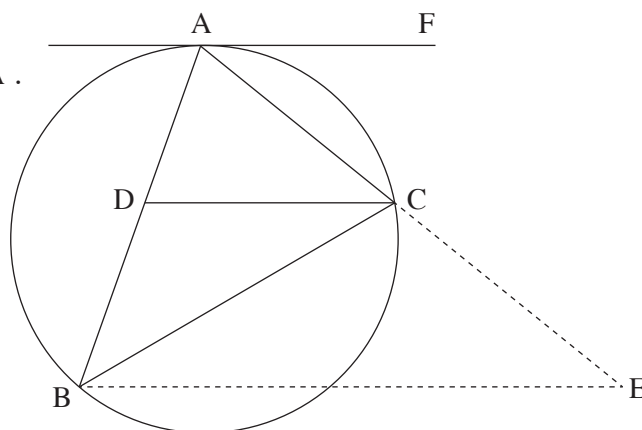
DC est parallèle à la tangente (voir figure).

- א. Démontrez que $\triangle ABC \sim \triangle ACD$.

Données : $AB = 9$, $AD = 4$.

- ב. Déterminez la longueur du côté AC .

- ג. Déterminez combien de fois l'aire du triangle BCD est supérieure à l'aire du triangle ACD .



Le point E se trouve sur le prolongement du côté AC de sorte que BE est parallèle à DC .

- ד. Déterminez la longueur du côté CE .

5. La figure ci-contre représente un triangle acutangle ABC .

Donnée : la longueur du rayon du cercle dans lequel

le triangle ABC est inscrit vaut $4,6$,

$BC = 9$.

- א. Déterminez la mesure de l'angle BAC .

Le point D se trouve sur le côté AC .

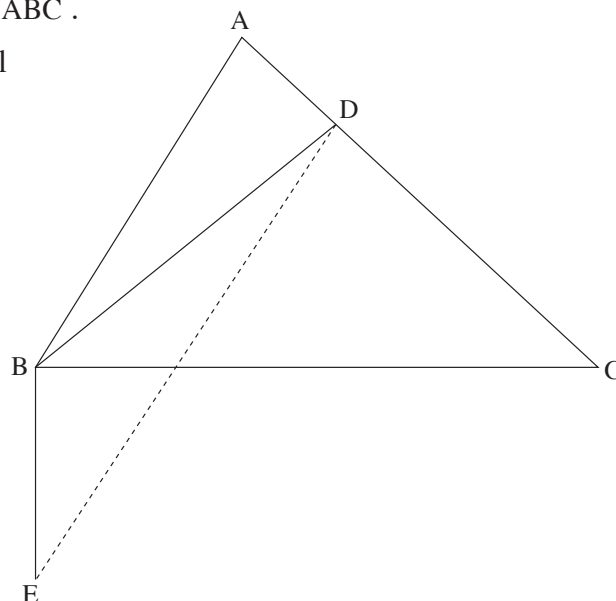
Données : $AB = 3AD$,

l'aire du triangle ABD est égale à 6 .

- ב. (1) Déterminez la longueur AD .

- (2) Déterminez la mesure de l'angle ABD .

- ג. Déterminez la mesure de l'angle ACB .



Le segment BE est perpendiculaire au côté BC , tel que cela est décrit sur la figure ci-contre.

Donnée : $BE = 4$.

- ד. Déterminez l'aire du triangle DBE .

Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{x+4}{5x-x^2} - b$. b est un paramètre.

- א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- ב. Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type (exprimez votre réponse en fonction de b , si cela est nécessaire).

Donnée : la droite $y = -1$ est tangente au graphe de la fonction $f(x)$ en son point de minimum.

- ג. Déterminez b .

Substituez $b = 2$ dans la fonction $f(x)$, puis répondez aux articles 7-ה.

7. (1) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.
- (2) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes (s'il en existe).
- (3) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x)$, dont la fonction dérivée vérifie $g'(x) = f(x) + 1$.

Le domaine de définition de la fonction $g(x)$ est identique au domaine de définition de la fonction $f(x)$.

- ה. Déterminez si la fonction $g(x)$ admet des points d'extremum. Justifiez votre réponse.

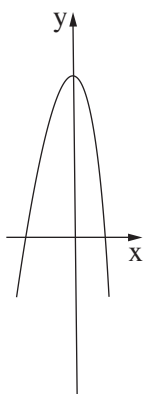
7. Soit la fonction $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-\frac{1}{2}x + 5}$.

- א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- ב. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.
- ג. Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- ד. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.
- ה. L'un des graphes I-IV figurant à la fin de la question représente le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$.
Déterminez lequel, puis justifiez votre choix.

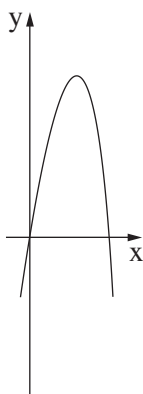
Donnée : l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$ et par le graphe de la fonction $a \cdot f'(x)$ vaut 160.

a est un paramètre négligé.

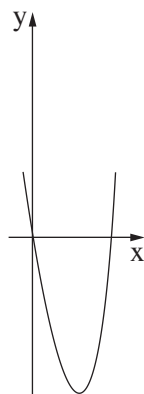
- ו. Déterminez la valeur de a .



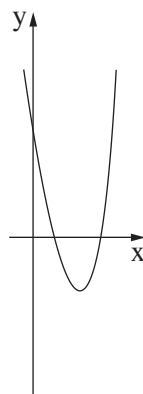
IV



III



II



I

8. La figure ci-contre représente le graphe de la fonction $f(x) = 3 - \frac{6}{x}$, sur l'intervalle $x > 0$.

Le graphe de la fonction $f(x)$ coupe l'axe des abscisses en un point A.

À partir du point B(8, 0), on a tracé une perpendiculaire à l'axe des abscisses.

C est un point quelconque du graphe de la fonction $f(x)$.

On note t l'abscisse du point C, $2 < t < 8$.

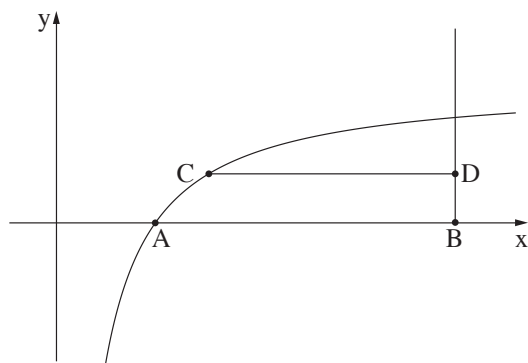
À partir du point C, on a tracé une droite parallèle à l'axe des abscisses et qui coupe la perpendiculaire en un point D.

- א. Déterminez les coordonnées des points A, C et D.

Exprimez vos réponses en fonction de t , si cela est nécessaire.

- ב. Déterminez les coordonnées du point C pour lequel l'aire du triangle ACD est maximale.

- ג. Déterminez s'il est possible que l'aire du triangle ACD soit égale à 1. Justifiez votre réponse.



Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך