מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ד, **מועד ב**
מספר השאלון: 35581
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: صيف 2024، **الموعد "ب"**
رقم النّموذج: 35581
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

انتبهوا: في هذا الامتحان توجد توجيهات خاصّة.
يجب الإجابة عن الأسئلة حسب التّوجيهات.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: אלגברה והסתברות
פרק שני: גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק — 4×25 = 100 נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات

5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

تعليمات

أ. مدّة الامتحان: أربع ساعات ورُبْع.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة
يجب الإجابة عن أربعة أسئلة، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل – 4×25 = 100درجة.

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تـنسخوا السّـؤال؛ يجب كتابة رقمـه فقط.
2. يجب بدء كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة مراحل الحلّ في الدّفتر، حتّى إذا أُجرِيَت الحسابات بواسطة حاسبة.
يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تُستعمَل مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النّموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فرديّ.

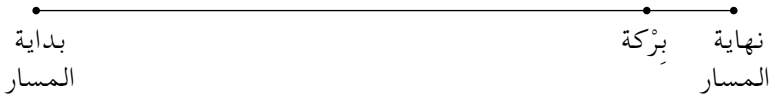
ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لكم النّجاح!**

الأسئلة

أجيبوا عن أربعة من الأسئلة 1-8، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل. (لكلّ سؤال – 25 درجة.)
انتبهوا: إذا أجبتم عن أكثر من أربعة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الأربع الأولى التي في دفتركم.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال

1. خرج كريم ويوسف في الساعة 8:00 للسَّيْر في نفس المسار (انظروا الرسم).



سار يوسف من بداية المسار حتّى نهايته بسرعة ثابتة، وبدون توقُّف في الطريق.
سار كريم من بداية المسار مسافة 1.8 كم بسرعة ثابتة، وبعد ذلك قرَّر العودة إلى بداية المسار.
في طريق عودته، سار كريم بسرعة هي 1.5 أضعاف سرعة سَيْره الابتدائيّة.
عندما وصل كريم عائدًا إلى بداية المسار، كان يوسف في بُعد 4.8 كم عن بداية المسار.
نرمز بِـ v كم/الساعة إلى سرعة سَيْر كريم الابتدائيّة.

أ. عبِّروا بدلالة v عن سرعة سَيْر يوسف.

توجد بِرْكة في بُعد 3.5 كم عن نهاية المسار.
بعد أن وصل كريم عائدًا إلى بداية المسار، خرج مرّة ثانية للسَّيْر في نفس المسار.
سار كريم بسرعة $(v+2)$ كم/الساعة لمدّة t ساعات، حتّى وصل إلى البركة.
عندما وصل كريم إلى البركة، وصل يوسف إلى نهاية المسار.

ب. عبِّروا عن t بدلالة v.

وصل كريم إلى البركة في الساعة 15:30.

جـ. جدوا v، إذا عُلِمَ أنّ v أكبر من 1 كم/الساعة.

/يتبع في صفحة 3/

2. معطاة متوالية هندسيّة فيها $2n+1$ حدود (n هو عدد طبيعيّ).
جميع حدود المتوالية $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{2n+1}$ هي موجبة.
مجموع حدود المتوالية بدون الحدَّيْن الأوّلَيْن هو 4 أضعاف مجموع حدود المتوالية بدون الحدَّيْن الأخيرَيْن.
معطى أنّ مجموع الحدود الواقعة بعد الحدّ الأوسط هو 256 ضعف مجموع الحدود الواقعة قبل الحدّ الأوسط.

أ. جدوا n.

أَكْمَلوا المتوالية المعطاة، بحيث تكوّنت متوالية هندسيّة لانهائيّة.

معطى أنّ: B هي متوالية لانهائيّة تُحقِّق لكلّ k طبيعيّ $b_k = \frac{1}{(a_k + a_{k+1})^2}$.

ب. برهِنوا أنّ المتوالية B هي متوالية هندسيّة، وَجِدوا أساسها.

في المتوالية B، يضربون في 2 كلّ حدّ يقع في مكان زوجيّ.
معطى أنّه بَعْد الضرب، مجموع الحدود الواقعة في الأماكن الفرديّة هو أكبر بِـ $\frac{1}{30}$ من مجموع الحدود الواقعة في الأماكن الزوجيّة.

جـ. جدوا a_1.

3. في بحث أُجري في أوساط طلّاب في مدرسة معيّنة، فُحِصَت العلاقة بين العضويّة في حركة شبابيّة وبين التطوّع في المجتمع.
80% من أعضاء الحركة الشبابيّة يتطوّعون في المجتمع.
يختارون بشكل عشوائيّ 5 طلّاب أعضاء في حركة شبابيّة (إخراج مع إعادة).

أ. ما هو الاحتمال بأن يكونوا قد اختاروا على الأقلّ طالبًا واحدًا يتطوّع، وعلى الأقلّ طالبًا واحدًا لا يتطوّع؟

معطى أنّ 55% من الطلّاب ليسوا أعضاء في حركة شبابيّة ولا يتطوّعون، وَ $\frac{1}{12}$ من الطلّاب الذين ليسوا أعضاء في حركة شبابيّة يتطوّعون.

ب. ما هي النسبة المئويّة للطلّاب الأعضاء في حركة شبابيّة؟

شارك في البحث ما مجموعه 100 طالب.

جـ. كم من الطلّاب هم أعضاء في حركة شبابيّة ولا يتطوّعون؟

د. يختارون بشكل عشوائيّ 3 من الطلّاب الذين لا يتطوّعون (إخراج بدون إعادة).

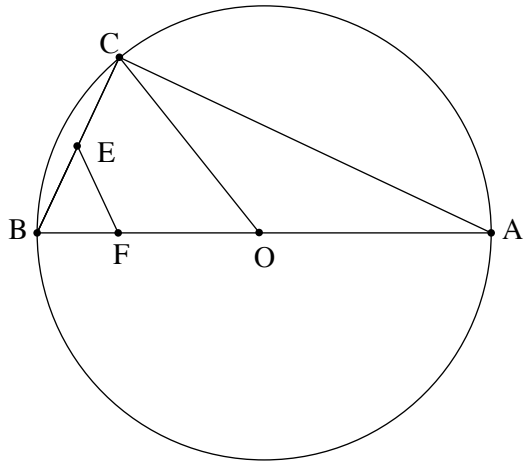
(1) ما هو الاحتمال بأن يكون الطالب الأوّل الذي اختير عضوًا في حركة شبابيّة، والطالبان اللّذان اختيرا بَعْدَه ليسا عضوَيْن في حركة شبابيّة؟

(2) ما هو الاحتمال بأن يكون أحد الطلّاب الذين اختيروا عضوًا في حركة شبابيّة، والاثنان الآخران ليسا عضوَيْن في حركة شبابيّة، إذا عُلِمَ أنّ الطالب الأوّل الذي اختير ليس عضوًا في حركة شبابيّة؟

/ يتبع في صفحة 4 /

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

4. المثلّث ABC محصور في دائرة مركزها O بحيث AB هو قطر في الدائرة.



النقطة E تقع على الضلع BC ،

والنقطة F تقع على القطعة BO ، كما هو موصوف في الرسم.

معطى أنّ الشكل الرباعيّ CEFO هو قابل للحصر في دائرة.

أ. برهِنوا أنّ: $EF = EB$.

الدائرة التي تحصر الشكل الرباعيّ CEFO تقطع الضلع AC

في النقطة D ، بحيث ED يوازي AB .

ب. **(1)** برهِنوا أنّ الشكل الرباعيّ EDOB هو متوازي أضلاع.

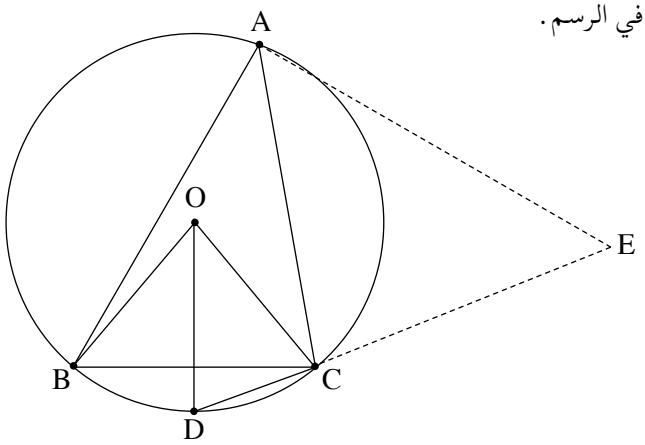
(2) برهِنوا أنّ: $OD \perp AC$.

المستقيم ℓ يمسّ في النقطة C الدائرة التي تحصر المثلّث ABC .

جـ. برهِنوا أنّ المستقيم ℓ يمسّ الدائرة التي تحصر الشكل الرباعيّ CEFO .

5. المثلّث ABC الحادّ الزاوية محصور في دائرة مركزها O ونصف قطرها R .

النقطة D هي منتصف القوس الصغير BC ، كما هو موصوف في الرسم.



معطى أنّ: $\sphericalangle ABC = 60^o$.

نرمز: $\sphericalangle BAC = \alpha$.

أ. عبِّروا بدلالة R وَ α عن مساحتَي

المثلّثَيْن ABC وَ ODC .

معطى أنّ النسبة بين مساحة المثلّث ABC

ومساحة المثلّث ODC هي $2\sqrt{3}\sin(80^o)$.

ب. جدوا قيمة α .

النقطة E تقع على امتداد وتر الدائرة DC بحيث $\sphericalangle CAE = 50^o$ ، كما هو موصوف في الرسم.

جـ. عبِّروا بدلالة R عن نصف قطر الدائرة المحصورة في المثلّث ACE .

/ يتبع في صفحة 5 /

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{x-1}{(x-a)^3}$ ، المعرَّفة في المجال $x \neq a$ ، a هو پارامتر لا يساوي 0 .

أ. أجيبوا عن البندَيْن الفرعيَّيْن (1) – (2). عبِّروا عن إجابتَيْكم بدلالة a ، إذا دعت الحاجة.

(1) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $f(x)$.

(2) جدوا إحداثيّات نقطة تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور y .

ب. جدوا بالنسبة لأيّة قِيَم لِـ a توجد للدالّة $f(x)$ نقطة قصوى تقع عن يسار خطّ التقارب المعامد للمحور x ، وحدِّدوا نوع هذه النقطة.

الرسوم البيانيّة 1–4 التي في آخر السؤال تصف الدالّة $f(x)$ بالنسبة لِقيَم مختلفة لِـ a.

جـ. لائموا لكلّ واحدة من القِيَم I–IV لِـ a الرسم البيانيّ الذي يلائمها، وعلِّلوا إجاباتكم.

I. $a=-1$ II. $a=0.5$ III. $a=1$ IV. $a=2$

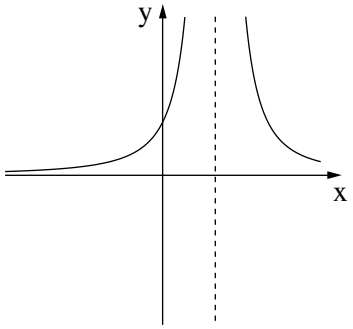
معطاة الدالّة $g(x)$، التي تُحقِّق $g(x)=f(x)-b$ بالنسبة لقيمة a التي تلائم الرسم البيانيّ 2 .

b هو پارامتر موجب.

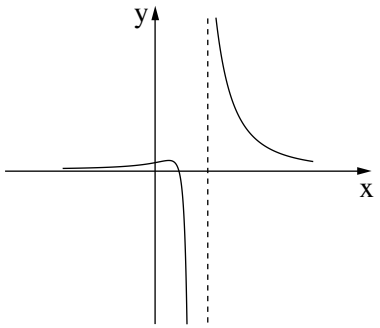
إحدى نقاط تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ مع المحور x هي $(t,0)$ ، $1<t<5$.

معطى أنّ المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ وخطّ التقارب الأفقيّ للدالّة $g(x)$ والمستقيم $x=t$ والمستقيم $x=5$ هي 1.75.

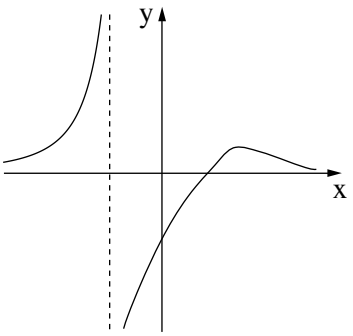
د. جدوا قيمة b.



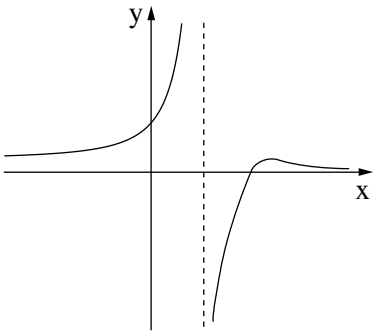
2



1



4



3

/ يتبع في صفحة 6 /

7. معطاة الدالّة: $f(x)=(b+\cos x)\sin x$ ، المعرَّفة في المجال $-\pi \le x \le \pi$ ، b هو پارامتر.

أ. هل الدالّة $f(x)$ هي زوجيّة أم فرديّة؟ علِّلوا إجابتكم.

معطى أنّه توجد ثلاث نقاط تقاطُع بالضبط للرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x.

ب. أمامكم ثلاث إمكانيّات I–III لِقيَم b.

حدِّدوا أيّة إمكانيّة يمكن أن تلائم الدالّة $f(x)$ ، وعلِّلوا تحديدكم.

I. $b=0$ II. $0<b<1$ III. $1\le b$

معطى أنّ مَيْل المماسّ للرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ ، عندما $\cos x=\frac{1}{4}$ ، هو $\left(-\frac{5}{8}\right)$.

جـ. جدوا قيمة b.

عوِّضوا $b=1$ في الدالّة $f(x)$ ، وأجيبوا عن البنود "د – و".

د. جدوا إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط.

هـ. **(1)** ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

(2) ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا لدالّة المشتقّة $f'(x)$.

معطاة الدالّة $g(x)$ التي تُحقِّق $g(x)=(f(x))^2\cdot f'(x)$. الدالّة $g(x)$ معرَّفة في المجال $0\le x\le \pi$.

و. احسبوا المساحة في الرُّبْع الأوّل، المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ والمحور x.

/ يتبع في صفحة 7 /

8. معطاة الدالّة $f(x)=\sqrt{x}$ ، المعرَّفة في المجال $x \geq 0$ ، ومعطاة الدالّة $g(x)=\frac{16}{x^2+3}$ ، المعرَّفة لكلّ x .

أ. **(1)** جدوا إحداثيّات النقطة القصوى للدالّة $g(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقطة.

(2) جدوا إحداثيّات نقاط الْتواء الدالّة $g(x)$.

(3) ارسموا في هيئة محاور واحدة، رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا لكلّ واحدة من الدالّتَيْن $f(x)$ وَ $g(x)$.

يمرِّرون عمودًا على المحور x في النقطة $C(t,0)$ ، $t>0$.

العمود يقطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في النقطة A ، ويقطع الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ في النقطة B .

ب. عبِّروا بدلالة t عن حاصل ضرب طولَي القطعتَيْن AC وَ BC .

جـ. برهِنوا أنّ حاصل ضرب طولَي القطعتَيْن AC وَ BC يكون أكبر ما يمكن، عندما تكون النقطة B هي نقطة الْتواء للدالّة $g(x)$.

معطاة الدالّة $k(x)=\frac{8\sqrt{x-4}}{(x-4)^2+3}$ ، المعرَّفة في المجال $x \geq 4$.

د. استعينوا ببنود السؤال السابقة. جدوا إحداثيّات النقطة القصوى الداخليّة للدالّة $k(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقطة. علِّلوا إجابتكم.

ב ה צ ל ח ה!
نتمنّى لكم النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.