מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ד, **מועד ב**
מספר השאלון: 35571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: صيف 2024، **الموعد "ب"**
رقم النّموذج: 35571
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

انتبهوا: في هذا الامتحان توجد توجيهات خاصّة.
يجب الإجابة عن الأسئلة حسب التّوجيهات.

מתמטיקה

الرياضيّات

תוכנית חדשה

المنهاج الجديد

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: שאלות קצרות
פרק שני: סדרות והסתברות
פרק שלישי: גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק רביעי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על ארבע שאלות, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי.
4×25 = 100 נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

تعليمات

أ. مدّة الامتحان: أربع ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج أربعة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: أسئلة قصيرة
الفصل الثّاني: المتواليات والاحتمال
الفصل الثّالث: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الرّابع: حساب التّفاضل والتّكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر ولدوالّ النّسبيّة ولدوالّ المثلّثيّة
يجب الإجابة عن أربعة أسئلة، على الأقلّ عن سؤال واحد من الفصل الأوّل أو الثّاني، وعلى الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ واحد من الفصلَيْن الثّالث والرّابع.
4× 25 = 100درجة.

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخوا السّؤال؛ يجب كتابة رقمه فقط.
2. يجب بدء كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة مراحل الحلّ في الدّفتر، حتّى إذا أُجرِيَت الحسابات بواسطة حاسبة.
يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تُستعمَل مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النّموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فرديّ.

ב ה צ ל ח ה!

نتمنّى لكم النّجاح!

الأسئلة

أجيبوا عن أربعة من الأسئلة 1-8، على الأقلّ عن سؤال واحد من الفصل الأوّل أو الثاني، وعلى الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ واحد من الفصلَيْن الثالث والرابع. (لكلّ سؤال – 25 درجة.)

انتبهوا: إذا أجبتم عن أكثر من أربعة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الأربع الأولى التي في دفتركم.

الفصل الأوّل: أسئلة قصيرة

1. أجيبوا عن اثنين من أربعة البنود "أ – د" التي أمامكم. إذا أجبتم عن أكثر من بندَيْن، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفتركم.

أ. **(1)** برهنوا بالاستقراء الرياضيّ أو بطريقة أخرى أنّ التساوي الذي أمامكم يتحقّق لكلّ n طبيعيّ.

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1}$$

(2) هل التعبير $1\cdot 2+2\cdot 3+\cdots+n(n+1)$ يساوي $\frac{n+1}{n}$ بالنسبة لكلّ n طبيعيّ؟ علِّلوا إجابتكم.

ب. المثلّث ABC محصور في دائرة مركزها O.

نرمز: $\sphericalangle ACB=\alpha$ ، $0^o<\alpha<90^o$.

(1) عبِّروا بدلالة α عن النسبة بين نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث ABC،
ونصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث AOB.

معطى أنّ النسبة التي عبّرتم عنها في البند الفرعيّ (1) تساوي $\sqrt{2}$،
وأنّ الضلع CB يمسّ الدائرة التي تحصر المثلّث AOB.

(2) برهِنوا أنّ مركز الدائرة O يقع على الضلع AC.

/ يتبع في صفحة 3 /

جـ. معطى أنّ الدالّة $f(x)$ هي دالّة فرديّة ومتّصلة (متتابعة) معرَّفة لكلّ x .

توجد للدالّة $f(x)$ نقطة نهاية صغرى واحدة فقط وفيها $x=-\frac{1}{2}$.

إحدى نقاط تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x هي في النقطة $(1,0)$.

(1) ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا ممكنًا للدالّة $f(x)$.

معطى أنّ الدالّة $g(x)$ هي دالّة زوجيّة معرَّفة لكلّ x .

دالّة المشتقّة $g'(x)$ تُحقِّق $g'(x)=-f(x)$.

معطى أنّ: $g(1)=2$.

(2) جدوا إحداثيّات نقاط النهاية الصغرى للدالّة $g(x)$.

(3) أمامكم قولان I–II . حدِّدوا بالنسبة لكلّ قول إذا كان صحيحًا أم غير صحيح . علِّلوا تحديدَيْكم .

I. الإحداثيّ y لنقطة النهاية العظمى للدالّة $g(x)$ هو بين 0 وَ 2 .

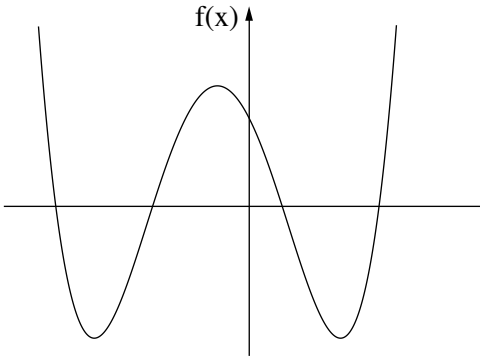
II. الدالّة $g(x)$ موجبة لكلّ x .

د. الرسم الذي أمامكم يصف الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ المعرَّفة لكلّ x .

أحد التعابير I–IV التي أمامكم يمثّل الدالّة $f(x)$.

(1) حدِّدوا أيّ واحد من التعابير يمثّل الدالّة $f(x)$.

علِّلوا تحديدكم .



I. $f(x)=x(x-4)(x+6)$

II. $f(x)=x(x-1)(x+3)(x+6)$

III. $f(x)=(x-4)(x-1)(x+3)(x+6)$

IV. $f(x)=(x-4)(x+1)(x+3)(x+6)$

معطاة الدالّة $g(x)=\sqrt{f(x)}$.

(2) جدوا مجال تعريف الدالّة $g(x)$.

(3) ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$.

معطى أنّ: $\int_4^7 g(x)\,dx=k$.

(4) عبِّروا بدلالة k عن قيمة $\int_5^8 [(2\cdot g(x-1)+1]dx$.

/ يتبع في صفحة 4 /

الفصل الثّاني: المتواليات والاحتمال

2. معطاة متوالية هندسيّة فيها $2n+1$ حدود (n هو عدد طبيعيّ).
جميع حدود المتوالية $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_{2n+1}$ هي موجبة.
مجموع حدود المتوالية بدون الحدَّيْن الأوّلَيْن هو 4 أضعاف مجموع حدود المتوالية بدون الحدَّيْن الأخيرَيْن.
معطى أنّ مجموع الحدود الواقعة بعد الحدّ الأوسط هو 256 ضعف مجموع الحدود الواقعة قبل الحدّ الأوسط.

أ. جدوا n.

أَكْمَلوا المتوالية المعطاة، بحيث تكوّنت متوالية هندسيّة لانهائيّة.

معطى أنّ: B هي متوالية لانهائيّة تُحقِّق لكلّ k طبيعيّ $b_k = \frac{1}{(a_k + a_{k+1})^2}$.

ب. برهِنوا أنّ المتوالية B هي متوالية هندسيّة، وَجِدوا أساسها.

في المتوالية B، يضربون في 2 كلّ حدّ يقع في مكان زوجيّ.
معطى أنّه بَعْد الضرب، مجموع الحدود الواقعة في الأماكن الفرديّة هو أكبر بِـ $\frac{1}{30}$ من مجموع الحدود الواقعة في الأماكن الزوجيّة.

جـ. جدوا a_1.

3. في بحث أُجري في أوساط طلّاب في مدرسة معيّنة، فُحِصَت العلاقة بين العضويّة في حركة شبابيّة وبين التطوّع في المجتمع.
80% من أعضاء الحركة الشبابيّة يتطوّعون في المجتمع.
يختارون بشكل عشوائيّ 5 طلّاب أعضاء في حركة شبابيّة (إخراج مع إعادة).

أ. ما هو الاحتمال بأن يكونوا قد اختاروا على الأقلّ طالبًا واحدًا يتطوّع، وعلى الأقلّ طالبًا واحدًا لا يتطوّع؟

معطى أنّ 55% من الطلّاب ليسوا أعضاء في حركة شبابيّة ولا يتطوّعون، وَ $\frac{1}{12}$ من الطلّاب الذين ليسوا أعضاء في حركة شبابيّة يتطوّعون.

ب. ما هي النسبة المئويّة للطلّاب الأعضاء في حركة شبابيّة؟

شارك في البحث ما مجموعه 100 طالب.

جـ. كم من الطلّاب هم أعضاء في حركة شبابيّة ولا يتطوّعون؟

د. يختارون بشكل عشوائيّ 3 من الطلّاب الذين لا يتطوّعون (إخراج بدون إعادة).

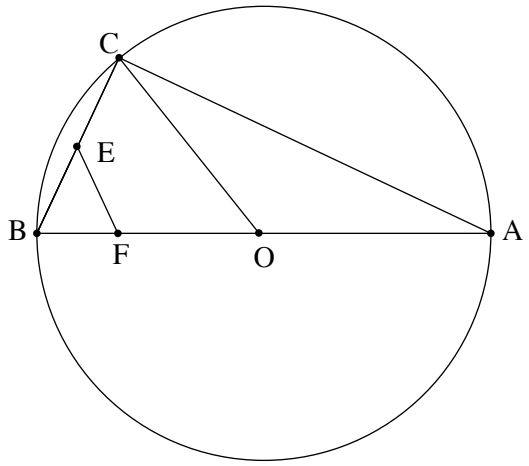
(1) ما هو الاحتمال بأن يكون الطالب الأوّل الذي اختير عضوًا في حركة شبابيّة، والطالبان اللّذان اختيرا بَعْدَه ليسا عضوَيْن في حركة شبابيّة؟

(2) ما هو الاحتمال بأن يكون أحد الطلّاب الذين اختيروا عضوًا في حركة شبابيّة، والاثنان الآخران ليسا عضوَيْن في حركة شبابيّة، إذا عُلِمَ أنّ الطالب الأوّل الذي اختير ليس عضوًا في حركة شبابيّة؟

/ يتبع في صفحة 5 /

الفصل الثالث: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

4. المثلّث ABC محصور في دائرة مركزها O بحيث AB هو قطر في الدائرة.
النقطة E تقع على الضلع BC ،
والنقطة F تقع على القطعة BO ، كما هو موصوف في الرسم.
معطى أنّ الشكل الرباعيّ CEFO هو قابل للحصر في دائرة.



أ. برهِنوا أنّ: $EF = EB$.

الدائرة التي تحصر الشكل الرباعيّ CEFO تقطع الضلع AC في النقطة D ، بحيث ED يوازي AB .

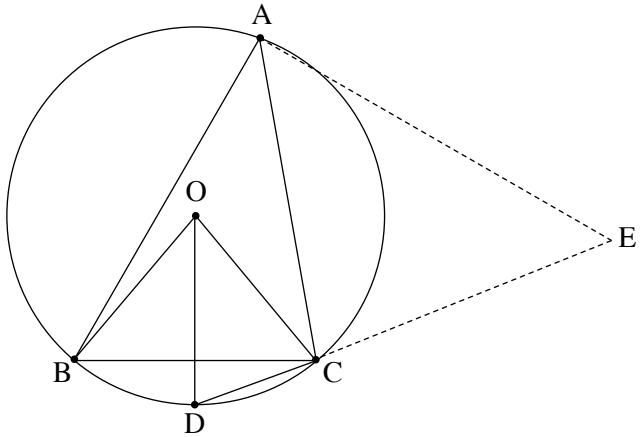
ب. **(1)** برهِنوا أنّ الشكل الرباعيّ EDOB هو متوازي أضلاع.

(2) برهِنوا أنّ: $OD \perp AC$.

المستقيم ℓ يمسّ في النقطة C الدائرة التي تحصر المثلّث ABC .

جـ. برهِنوا أنّ المستقيم ℓ يمسّ الدائرة التي تحصر الشكل الرباعيّ CEFO .

5. المثلّث ABC الحادّ الزاوية محصور في دائرة مركزها O ونصف قطرها R .
النقطة D هي منتصف القوس الصغير BC ، كما هو موصوف في الرسم.
معطى أنّ: $\sphericalangle ABC = 60^o$.
نرمز: $\sphericalangle BAC = \alpha$.



أ. عبِّروا بدلالة R وَ α عن مساحتَي
المثلّثَيْن ABC وَ ODC .

معطى أنّ النسبة بين مساحة المثلّث ABC
ومساحة المثلّث ODC هي $2\sqrt{3}\sin(80^o)$.

ب. جدوا قيمة α .

النقطة E تقع على امتداد وتر الدائرة DC بحيث $\sphericalangle CAE = 50^o$ ، كما هو موصوف في الرسم.

جـ. عبِّروا بدلالة R عن نصف قطر الدائرة المحصورة في المثلّث ACE .

/ يتبع في صفحة 6 /

الفصل الرابع: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{x-1}{(x-a)^3}$ ، المعرَّفة في المجال $x \neq a$ ، a هو بارامتر لا يساوي 0 .

أ. أجيبوا عن البندَيْن الفرعيَّيْن (1) – (2). عبِّروا عن إجابتَيْكم بدلالة a ، إذا دعت الحاجة.

(1) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $f(x)$.

(2) جدوا إحداثيّات نقطة تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور y .

ب. جدوا بالنسبة لأيّة قِيَم لِـ a توجد للدالّة $f(x)$ نقطة قصوى تقع عن يسار خطّ التقارب المعامد للمحور x ، وحدِّدوا نوع هذه النقطة.

الرسوم البيانيّة 1–4 التي في آخر السؤال تصف الدالّة $f(x)$ بالنسبة لِقيَم مختلفة لِـ a.

جـ. لائموا لكلّ واحدة من القِيَم I–IV لِـ a الرسم البيانيّ الذي يلائمها، وعلِّلوا إجاباتكم.

I. $a=-1$ II. $a=0.5$ III. $a=1$ IV. $a=2$

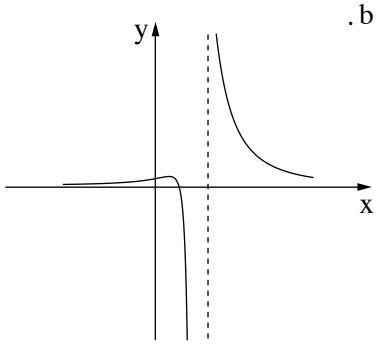
معطاة الدالّة $g(x)$، التي تُحقِّق $g(x)=f(x)-b$ بالنسبة لقيمة a التي تلائم الرسم البيانيّ 2 .

b هو بارامتر موجب.

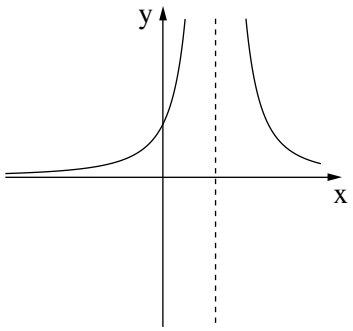
إحدى نقاط تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ مع المحور x هي $(t,0)$ ، $1<t<5$.

معطى أنّ المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ وخطّ التقارب الأفقيّ للدالّة $g(x)$ والمستقيم $x=t$ والمستقيم $x=5$ هي 1.75.

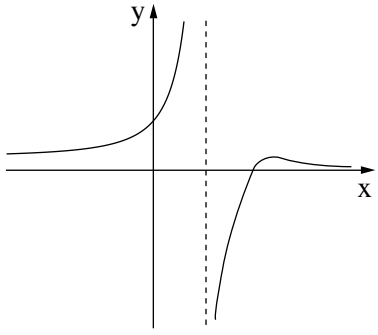
د. جدوا قيمة b.



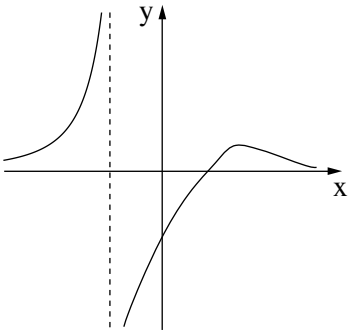
1



2



3



4

/ يتبع في صفحة 7 /

7. معطاة الدالّة: $f(x)=(b+\cos x)\sin x$ ، المعرَّفة في المجال $-\pi \le x \le \pi$ ، b هو پارامتر.

أ. هل الدالّة $f(x)$ هي زوجيّة أم فرديّة؟ علِّلوا إجابتكم.

معطى أنّه توجد ثلاث نقاط تقاطُع بالضبط للرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x.

ب. أمامكم ثلاث إمكانيّات I–III لِقيَم b.

حدِّدوا أيّة إمكانيّة يمكن أن تلائم الدالّة $f(x)$ ، وعلِّلوا تحديدكم.

I. $b=0$ II. $0<b<1$ III. $1\le b$

معطى أنّ مَيْل المماسّ للرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ ، عندما $\cos x=\frac{1}{4}$ ، هو $\left(-\frac{5}{8}\right)$.

جـ. جدوا قيمة b.

عوِّضوا $b=1$ في الدالّة $f(x)$ ، وأجيبوا عن البنود "د – و".

د. جدوا إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط.

هـ. **(1)** ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

(2) ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا لدالّة المشتقّة $f'(x)$.

معطاة الدالّة $g(x)$ التي تُحقِّق $g(x)=(f(x))^2\cdot f'(x)$. الدالّة $g(x)$ معرَّفة في المجال $0\le x\le \pi$.

و. احسبوا المساحة في الرُّبْع الأوّل، المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ والمحور x.

/ يتبع في صفحة 8 /

8. معطاة الدالّة $f(x)=\sqrt{x}$ ، المعرَّفة في المجال $x \geq 0$ ، ومعطاة الدالّة $g(x)=\frac{16}{x^2+3}$ ، المعرَّفة لكلّ x .

أ. **(1)** جدوا إحداثيّات النقطة القصوى للدالّة $g(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقطة.

(2) جدوا إحداثيّات نقاط الْتواء الدالّة $g(x)$.

(3) ارسموا في هيئة محاور واحدة، رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا لكلّ واحدة من الدالّتَيْن $f(x)$ وَ $g(x)$.

يمرِّرون عمودًا على المحور x في النقطة $C(t,0)$ ، $t>0$.

العمود يقطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في النقطة A ، ويقطع الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ في النقطة B .

ب. عبِّروا بدلالة t عن حاصل ضرب طولَي القطعتَيْن AC وَ BC .

جـ. برهِنوا أنّ حاصل ضرب طولَي القطعتَيْن AC وَ BC يكون أكبر ما يمكن، عندما تكون النقطة B هي نقطة الْتواء للدالّة $g(x)$.

معطاة الدالّة $k(x)=\frac{8\sqrt{x-4}}{(x-4)^2+3}$ ، المعرَّفة في المجال $x \geq 4$.

د. استعينوا ببنود السؤال السابقة. جدوا إحداثيّات النقطة القصوى الداخليّة للدالّة $k(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقطة. علِّلوا إجابتكم.

בהצלחה!
نتمنّى لكم النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.