

Attention : cet examen comporte des instructions particulières.

Résolvez les exercices en suivant ces instructions.

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Mathématiques

5 unités d'étude – deuxième questionnaire

Instructions au candidat

א. Durée de l'examen : trois heures.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire comporte deux parties constituées de cinq exercices.

Première partie — Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace, nombres complexes.

Deuxième partie — Croissance et décroissance, fonctions puissance, fonctions exponentielles et logarithmiques.

Résolvez trois exercices au choix – $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ points

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.

L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (jointes au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas l'exercice, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque exercice sur une nouvelle page.

Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.

Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.

Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה!

Exercices

Résolvez trois des exercices 1-5 ($33\frac{1}{3}$ points par exercice).

Attention : si vous résolvez plus de trois exercices, seuls les trois premiers exercices de votre cahier seront corrigés.

Première partie - Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace et nombres complexes

1. Soit le cercle I d'équation $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 9$, et de centre K .

Soit le cercle II d'équation $(x + 5)^2 + (y - 2)^2 = 1$, et de centre L .

Le point A se trouve sur le cercle I, et le point B se trouve sur le cercle II .

On trace une tangente au cercle I passant par le point A ainsi qu'une tangente au cercle II passant par le point B . Ces deux tangentes se coupent en un point M .

⌘. Montrez que le lieu géométrique de tous les points M vérifiant $MA = MB$ est une droite, puis déterminez son équation.

Ⓐ. (1) Montrez que la droite dont vous avez déterminé l'équation à l'article ⌘ et la droite KL sont perpendiculaires.

(2) Existe-t-il un point M vérifiant $ML = MK$? Justifiez votre réponse.

On sait que pour l'un des points M, situé au-dessus de la droite KL, l'aire du triangle KLM vaut 9 .

Ⓐ. Déterminez les coordonnées de ce point M .

Le point M que vous avez déterminé à l'article Ⓐ se trouve sur la parabole $y^2 = 2px$, p est un paramètre .

Ⓙ. Déterminez l'équation de la tangente à cette parabole au point M .

2. Soit deux droites ℓ_1 et ℓ_2 . Voici la représentation paramétrique de chacune de ces droites.

$$\ell_1 : \underline{x} = t(-1, 3, 0)$$

$$\ell_2 : \underline{x} = (1, -3, 0) + m(0, k, 1)$$

k est un paramètre.

Le point A est le point d'intersection des droites ℓ_1 et ℓ_2 .

א. Déterminez les coordonnées du point A .

On note α l'angle formé par les droites ℓ_1 et ℓ_2 .

א. Déterminez la valeur de k qui vérifie $\cos \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{5}$.

Substituez $k = 2$, puis répondez aux articles ג-ה.

Le plan π contient les droites ℓ_1 et ℓ_2 .

א. Déterminez l'équation du plan π .

Le point B se trouve sur la droite ℓ_2 , et le point O est l'origine du repère.

Le triangle AOB est isocèle, $AO = AB$.

ב. Expliquez pourquoi le triangle AOB se trouve dans le plan π .

À partir du point A , on élève une perpendiculaire au plan π puis on marque un point S sur celle-ci.

Donnée : le volume de la pyramide $SAOB$ vaut $\frac{14\sqrt{2}}{3}$.

ג. Déterminez les coordonnées du point S (les deux possibilités).

3. Dans un losange $ABCD$, le sommet A se trouve dans le premier quadrant, et le sommet B se trouve dans le deuxième quadrant du plan de Gauss.

Les diagonales du losange se croisent à l'origine du repère.

Le nombre complexe z est représenté par le sommet A .

Donnée : $BD = 2AC$.

א. Exprimez en fonction de z les nombres représentés par les sommets B , C et D .

On note : $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$.

א. Répondez aux sous-articles (1) et (2). Exprimez vos réponses en fonction de r et de θ si cela est nécessaire.

(1) Écrivez une représentation polaire des quatre nombres inverses $(\frac{1}{z}, \dots)$ des nombres représentés par les sommets du losange.

(2) Les quatre nombres que vous avez déterminés au sous-article א(1) sont représentés par les sommets d'un quadrilatère.

Déterminez l'aire du quadrilatère formé par ces sommets.

א. Soit l'équation $w^{11} = \bar{w}$, w est un nombre complexe différent de 0 .

Déterminez la somme des 12 solutions de cette équation.

Les solutions de l'équation de l'article א sont représentées par les sommets d'un polygone dont l'aire est égale à celle du quadrilatère que vous avez déterminée au sous-article א(2).

ב. Déterminez la valeur de r .

Deuxième partie – Croissance et décroissance, fonctions puissances, fonctions exponentielles et logarithmiques

4. Soit la fonction $f(x) = \frac{e^x - b}{(e^x - 4)^2}$, b est un paramètre positif, $b \neq 4$.

א. Répondez aux sous-articles (1)-(3). Exprimez vos réponses en fonction de b si cela est nécessaire.

(1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.

(2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.

(3) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.

On sait que la fonction $f(x)$ admet un point d'extremum au point d'abscisse $x = \ln(12)$.

א. Déterminez la valeur de b , et le type de ce point d'extremum.

Substituez dans la fonction $f(x)$ la valeur de b que vous avez déterminée, puis répondez aux articles א-ג.

Soit la fonction $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $g(x)$.

(2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $g(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.

ב. Tracez dans un même repère, une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$ et une esquisse du graphe de la fonction $g(x)$.

ג. Quelle est l'ordonnée des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec le graphe de la fonction $g(x)$? Justifiez votre réponse.

ד. Déterminez si la valeur de $\int_{-2}^{-1} (f(x) - g(x))dx$ est inférieure ou supérieure à $1\frac{1}{2}$. Justifiez votre réponse.

5. Soit la fonction $f(x) = x((\ln(x))^2 - 2\ln(x) + 2)$, définie sur l'intervalle $x > 0$.

א. Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$ (s'il en existe).

ב. Déterminez les coordonnées du point d'inflexion de la fonction $f(x)$.

ג. Déterminez les intervalles sur lesquels la fonction $f(x)$ est positive et ceux sur lesquels elle est négative (s'il en existe).

ד. (1) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

(2) Tracez une esquisse du graphe de la fonction dérivée $f'(x)$.

Soit les fonctions $g(x) = (\ln(x))^2 - 4$, $h(x) = \frac{f(x)}{x^2}$ définies sur l'intervalle $x > 0$.

ה. Déterminez l'aire délimitée par le graphe de la fonction $g(x)$ et par l'axe des abscisses.

On trace des perpendiculaires à l'axe des abscisses passant par les points d'intersection du graphe de la fonction $g(x)$ avec l'axe des abscisses.

ו. Déterminez l'aire délimitée par le graphe de la fonction $g(x)$, par le graphe de la fonction $h(x)$ et par ces perpendiculaires.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans
l'autorisation du Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך