מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ד, 2024
מספר השאלון: 35571
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: صيف 2024
رقم النّموذج: 35571
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

انتبهوا: في هذا الامتحان توجد توجيهات خاصّة.
يجب الإجابة عن الأسئلة حسب التّوجيهات.

מתמטיקה

תוכנית חדשה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה ארבעה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: שאלות קצרות
פרק שני: סדרות והסתברות
פרק שלישי: גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק רביעי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על ארבע שאלות, על שאלה אחת לפחות מן הפרק הראשון או השני ועל שאלה אחת לפחות מכל אחד מן הפרקים השלישי והרביעי.
25x4 = 100 נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات

المنهاج الجديد

5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

تعليمات

أ. مدّة الامتحان: أربع ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج أربعة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: أسئلة قصيرة
الفصل الثّاني: المتواليات والاحتمال
الفصل الثّالث: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الرّابع: حساب التّفاضل والتّكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدّوالّ النّسبيّة وللدّوالّ المثلّثيّة
يجب الإجابة عن أربعة أسئلة، على الأقلّ عن سؤال واحد من الفصل الأوّل أو الثّاني، وعلى الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ واحد من الفصلَيْن الثّالث والرّابع.
4x 25 = 100درجة.

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة.
استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخوا السّؤال؛ يجب كتابة رقمه فقط.
2. يجب بدء كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة مراحل الحلّ في الدّفتر، حتّى إذا أُجرِيَت الحسابات بواسطة حاسبة.
يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تُستعمَل مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النّموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فرديّ.

ב ה צ ל ח ה! **نتمنّى لكم النّجاح!**

الأسئلة

أجيبوا عن أربعة من الأسئلة 1-8، على الأقلّ عن سؤال واحد من الفصل الأوّل أو الثاني، وعلى الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ واحد من الفصلَيْن الثالث والرابع. (لكلّ سؤال – 25 درجة.)

انتبهوا: إذا أجبتم عن أكثر من أربعة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الأربع الأولى التي في دفتركم.

الفصل الأوّل: أسئلة قصيرة

1. أجيبوا عن اثنين من أربعة البنود "أ–د" التي أمامكم. إذا أجبتم عن أكثر من بندَيْن، تُفحص فقط الإجابتان الأوليان اللتان في دفتركم.

أ. برهِنوا بالاستقراء الرياضيّ أو بطريقة أخرى أنّ التساوي الذي أمامكم يتحقّق بالنسبة لكلّ n طبيعيّ:

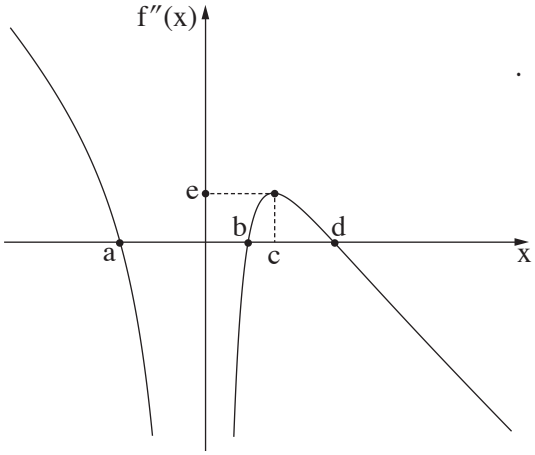
$$4+13+\ldots+\frac{5n^2+3n}{2}=\frac{n(n+1)(5n+7)}{6}$$

ب. معطاة الدوالّ $f(x)$ وَ $f'(x)$ وَ $f''(x)$، المعرَّفات لكلّ $x\neq 0$.

الرسم الذي أمامكم يصف الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة الثانية $f''(x)$.

للرسم البيانيّ للدالّة $f''(x)$ توجد ثلاث نقاط تقاطُع مع المحور x، وإحداثيّاتها هي $(d\,,0)$، $(b\,,0)$، $(a\,,0)$.

النقطة $(c\,,e)$ هي النقطة القصوى للدالّة $f''(x)$.



(1) عبِّروا بدلالة e، d، c، b، a، إذا دعت الحاجة، عن مجالات تصاعد وتنازل دالّة المشتقّة $f'(x)$.

معطاة الدالّة $h(x)$، التي تحقِّق: $h'(x)=f''(x)-e$.

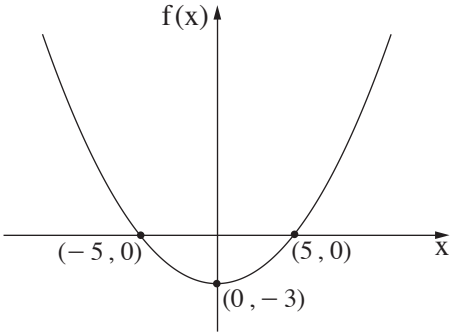
الدالّة $h(x)$ معرَّفة لكلّ $x\neq 0$.

(2) جدوا كم نقطة قصوى وكم نقطة الْتواء توجد للدالّة $h(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه النقاط).

علِّلوا إجابتكم.

/ يتبع في صفحة 3 /

جـ. الرسم الذي أمامكم يصف الرسم البيانيّ للدالّة f(x) ، وعليه مكتوبة جميع نقاط تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة f(x) مع المحور x وإحداثيّات نقطة نهايتها الصغرى.



الدالّة معرَّفة لكلّ x .

معطاة الدالّتان: $g(x)=|f(x)+m|$ ، $h(x)=|f(x)|+m$.

m هو پارامتر، $0<m<2$.

(1) عبِّروا بدلالة m ، إذا دعت الحاجة، عن إحداثيّات نقطة النهاية العظمى للدالّة g(x) .

(2) عبِّروا بدلالة m ، إذا دعت الحاجة، عن إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة h(x) ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط.

(3) أمامكم ادّعاءان، I–II . حدِّدوا بالنسبة لكلّ ادّعاء إذا كان صحيحًا أم غير صحيح. علِّلوا تحديدَيْكم.

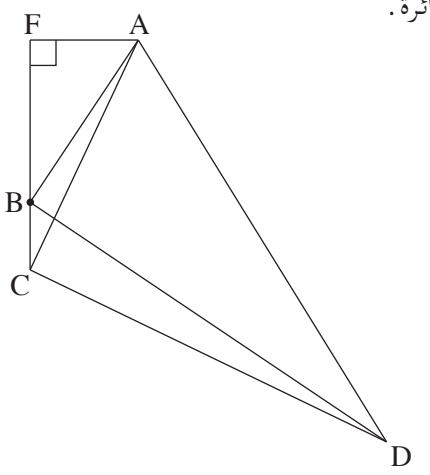
I. الدالّتان g(x) وَ h(x) موجبتان لكلّ قيمة لِـ x .

II. لكلّ قيمة لِـ m في المجال $0<m<2$ يتحقّق أنّ المستقيم $y=m+\frac{1}{2}$ يقطع كلّ واحدة من الدالّتَيْن g(x) وَ h(x) في ثلاث نقاط.

د. الشكل الرباعيّ ABCD هو قابل للحصر في دائرة، بحيث AD هو قطر في الدائرة.

النقطة F تقع على امتداد الضلع CB ، بحيث $FA \perp FB$ ،

كما هو موصوف في الرسم الذي أمامكم.



(1) برهِنوا أنّ: $\triangle ACD \sim \triangle AFB$.

معطى أنّ: $\sphericalangle BDA = 24^o$.

(2) جدوا النسبة بين مساحة المثلّث ACD ومساحة المثلّث AFB .

/ يتبع في صفحة 4 /

الفصل الثّاني: المتواليات والاحتمال

2. المتوالية A هي متوالية هندسيّة حدودها هي $a_1, a_2, a_3 \ldots$ وأساسها هو q ، $-1 < q < 0$.
معطى أنّ: $a_1 = 1$.
المتوالية B معرَّفة لكلّ n طبيعيّ على النحو التالي: $b_n = a_n \cdot a_{n+2}$.

أ. برهِنوا أنّ المتوالية B هي متوالية هندسيّة، وعبِّروا عن أساسها بدلالة q .

ب. أمامكم ثلاثة ادّعاءات I–III . حدِّدوا بالنسبة لكلّ ادّعاء إذا كان صحيحًا أم غير صحيح. علِّلوا تحديداتكم.

I. المتوالية A ليست تصاعديّة وليست تنازليّة.

II. المتوالية B هي متوالية تصاعديّة.

III. الحدود التي تقع في الأماكن الزوجيّة في المتوالية A تُكوِّن متوالية تصاعديّة.

معطى أنّ: المتوالية B هي متوالية لانهائيّة مجموعها هو $\frac{1}{8}$.

جـ. جدوا قيمة q .

معطاة متوالية هندسيّة أخرى C ، وهي معرَّفة لكلّ n طبيعيّ على النحو التالي: $c_n = \frac{a_n}{b_n}$.

معطى أنّ: $c_3 + c_4 + \ldots + c_m = 44{,}307$ ، m هو عدد طبيعيّ.

د. جدوا قيمة m .

3. توجد في مسابقة 5 أسئلة. احتمال الإجابة صحيحًا عن كلّ واحد من الأسئلة هو P .
معلوم أنّ الاحتمال بأن يجيب المتنافس في المسابقة صحيحًا عن 4 أسئلة على الأكثر هو 0.83193 .

أ. جدوا P .

ب. جدوا الاحتمال بأن يجيب المتنافس في المسابقة صحيحًا عن 3 أسئلة بالضبط.

عدد النقاط الذي يُعطى لكلّ سؤال مساوٍ لرقم السؤال. أي أنّ المتنافس الذي أجاب صحيحًا عن السؤال 1، يحصل على نقطة واحدة. المتنافس الذي أجاب صحيحًا عن السؤال 2 يحصل على نقطتين، وهكذا.

جـ. جدوا الاحتمال بأن يُجمِّع المتنافس 14 نقطة على الأقلّ.

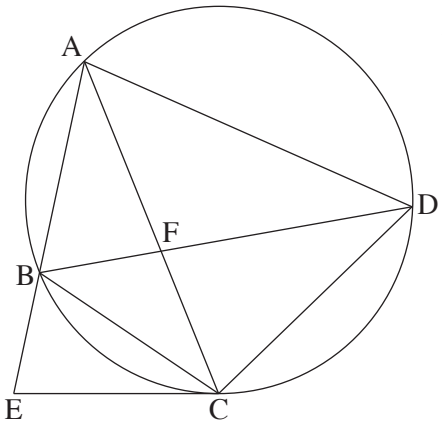
د. جدوا الاحتمال بأن يُجمِّع المتنافس في المسابقة 6 نقاط بالضبط.

هـ. معلوم أنّ سلوى أجابت صحيحًا عن 3 أسئلة بالضبط. جدوا الاحتمال بأن تكون قد جمّعت 6 نقاط بالضبط.

/ يتبع في صفحة 5 /

الفصل الثالث: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

4. الشكل الرباعيّ ABCD محصور في دائرة. قطرا الشكل الرباعيّ يتقاطعان في النقطة F .
المماسّ للدائرة في النقطة C يقطع امتداد الوتر AB في النقطة E (انظروا الرسم).
معطى أنّ: $AB = CB$.



أ. برهِنوا أنّ: $\sphericalangle EBC = 2 \cdot \sphericalangle BDC$.

معطى أنّ: AC يُنصِّف الزاوية ECD ،
$\frac{CD}{CF} = \frac{7}{4}$.

ب. **(1)** برهِنوا أنّ: $AC = AD$.

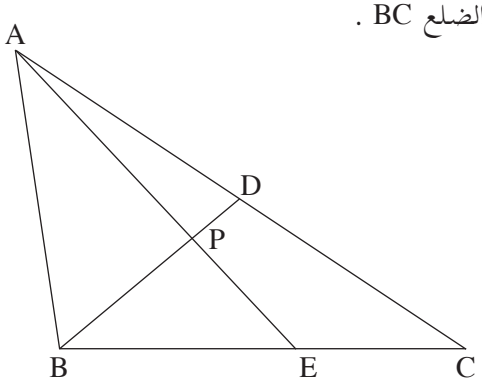
(2) جدوا النسبة $\frac{AD}{CD}$.

(3) جدوا النسبة بين مساحة المثلّث ABF ومساحة المثلّث CBF .

نرمز بِـ S إلى مساحة المثلّث ABF .

جـ. عبِّروا بدلالة S عن مساحة المثلّث AEC .

5. في المثلّث ABC ، BD هو مستقيم متوسّط للضلع AC. النقطة E تقع على الضلع BC .
BD وَ AE يتقاطعان في النقطة P (انظروا الرسم).
معطى أنّ: $BP = 3 \cdot PD$.



نرمز: $AB = k$ ، $\sphericalangle BAP = \alpha$ ، $\sphericalangle ABP = \beta$ ، $\alpha < \beta$.

أ. عبِّروا بدلالة α وَ β وَ k عن طولَي القطعتين AP وَ BP .

معطى أنّ AE وَ BD متعامدان، وأنّ مساحة المثلّث ABD هي $\frac{1}{4}k^2$.

ب. جدوا مقدار الزاوية α .

جـ. جدوا النسبة بين نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث AEC
وبين نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث AEB .

د. جدوا طول نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث AEC ، بحيث يتحقّق $\sphericalangle ABC = 90^o$.
عبِّروا عن إجابتكم بدلالة k .

/ يتبع في صفحة 6 /

الفصل الرّابع: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطاة الدالّة: $f(x)=\frac{4x}{(x^2-a)^2}$ ، a هو بارامتر موجب.

أجيبوا عن البنود "أ–هـ". عبِّروا عن إجاباتكم بدلالة a ، إذا دعت الحاجة.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $f(x)$.

(3) جدوا مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

ب. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

$g(x)$ هي دالّة تحقّق $g'(x)=f(x)$. الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ يمرّ في النقطة $(0\,,0)$.

الدالّتان $f(x)$ وَ $g(x)$ معرَّفتان في نفس المجال.

جـ. جدوا مجالات التقعّر باتّجاه الأعلى وباتّجاه الأسفل للدالّة $g(x)$.

د. **(1)** جدوا دالّة $g(x)$ تحقّق هذه الشروط.

(2) ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$ التي وجدتموها في البند الفرعيّ "د(1)".

$h(x)$ هي دالّة معرَّفة على النحو التالي: $h(x)=f(x)\cdot g(x)$.

الدالّتان $h(x)$ وَ $f(x)$ معرَّفتان في نفس المجال.

هـ. **(1)** جدوا معادلات خطوط التقارب الموازية للمحورين، للدالّة $h(x)$.

(2) جدوا مجالات موجبيّة الدالّة $h(x)$.

/ يتبع في صفحة 7 /

7. معطاة الدالّة: $f(x)=\cos x-\sqrt{\cos x}$ ، في المجال $-\pi\le x\le\pi$.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) بيِّنوا أنّ الدالّة $f(x)$ هي دالّة زوجيّة.

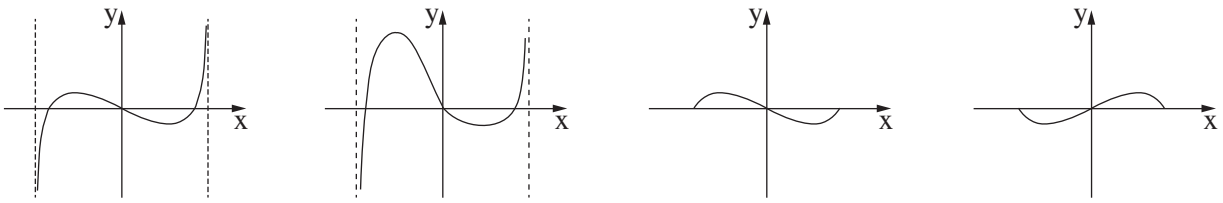
(3) جدوا إحداثيّات نقاط تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

(4) جدوا إحداثيّات جميع النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط (في إجابتكم، دقِّقوا حتّى رقمين بعد النقطة العشريّة).

ب. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

جـ. جدوا مجالات موجبيّة وسالبيّة الدالّة $f(x)$ (إذا وُجدت مثل هذه المجالات).

د. حدِّدوا أيّ رسم بيانيّ من الرسوم البيانيّة I–IV التي أمامكم يصف دالّة المشتقّة $f'(x)$.



IV III II I

معطاة الدالّة $g(x)=k-f(x)$ ، k هو پارامتر موجب. الدالّتان $f(x)$ وَ $g(x)$ معرَّفتان في نفس المجال.

نرمز بِـ S إلى المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ والمحور x في المجال الذي بين 0 وَ $\frac{\pi}{2}$.

معطى أنّ المساحة المحصورة بين الرسمَيْن البيانيَّيْن للدالّتين $f(x)$ وَ $g(x)$ والمستقيمَيْن $x=\frac{\pi}{2}$ وَ $x=-\frac{\pi}{2}$ هي $10\cdot S$.

هـ. عبِّروا عن k بدلالة S .

/ يتبع في صفحة 8 /

8. القطعة AB هي قطر في دائرة نصف قطرها R .

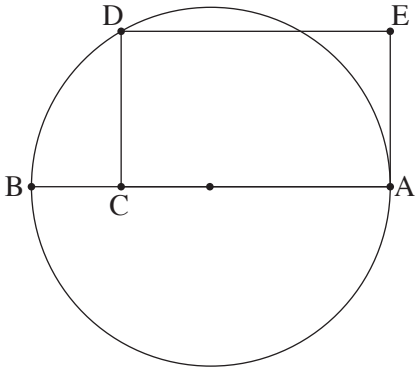
نُشير إلى نقطة C على القطر، ونُشير إلى نقطة D على محيط الدائرة،
بحيث تكون القطعة CD معامدة للقطعة AB . القطعة AC أكبر من R .

نُمرِّر عبر النقطة D مستقيمًا يوازي القطر AB .

نُمرِّر عبر النقطة A مماسًّا للدائرة.

المستقيم الموازي والمماسّ يتقاطعان في النقطة E .

نرمز: $AC = x$.



أ. عبِّروا بدلالة R عن قيمة x التي بالنسبة لها تكون مساحة
المستطيل ACDE أكبر ما يمكن.

النقطة F تقع على الضلع DE .

ب. عبِّروا بدلالة R عن أكبر مجموع ممكن لمساحتَي المثلّثَيْن CDF وَ AFE .

בהצלחה!
نتمنّى لكم النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.