

מערכות תקשורת ובקרה ה'

למתמחים במערכות אלקטרוניות במגמת הנדסת אלקטרוניקה ומחשבים

(כיתה י"ד)

הוראות לנבחנים

- א. משך הבחינה: ארבע שעות ו-45 דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שמונה שאלות. עליכם להשיב על ארבע שאלות בלבד. לכל שאלה - 25 נקודות. סך-הכול - 100 נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש: מחשבון. כל חומר הכתוב (בכתב יד או בהדפסה) על שלושה דפי A4, משני הצדדים.
- ד. הוראות מיוחדות:
- ענו על מספר השאלות הנדרש בשאלון. המעריך יקרא ויעריך את מספר התשובות הנדרש בלבד, לפי סדר כתיבתן במחברת, ולא יתייחס לתשובות נוספות.
 - התחילו כל תשובה לשאלה חדשה בעמוד חדש.
 - כתבו את כל התשובות אך ורק בעט.
 - הקפידו לנסח את התשובות כהלכה ולסרטט את התרשימים בבהירות.
 - כתבו את התשובות בכתב-יד ברור, כדי לאפשר הערכה נאותה שלהן.
 - בכל שאלה ניתנו הנתונים לפתרונה. אם לדעתכם חסר נתון, הוסיפו אותו על-פי שיקול דעתכם ופתרו בעזרתו את השאלה. כתבו בתשובות את הנתון שהוספתם.
 - בכתיבת פתרונות חישוביים, קבלת מֶרֶב הנקודות מותנית בהשלמת כל המהלכים שלהן, בסדר שבו הם כתובים:
- * כתיבת הנוסחה המתאימה.
 - * הצבה של כל הערכים ביחידות המתאימות.
 - * חישוב (אפשר באמצעות מחשבון).
 - * כתיבת התוצאה המתקבלת, ולצדה יחידות המידה המתאימות.
 - * ליווי הפתרון החישובי בהסבר קצר.
- בנספח ג' לשאלון זה מובא מילון מונחים בשפות עברית, ערבית, אנגלית ורוסית. תוכלו להיעזר בו בעת הצורך.
 - צרפו את שלושת דפי ה-A4 למחברת הבחינה.

הוראות למשגיחים: יש לוודא כי הנבחנים צירפו את דפי ה-A4 למחברת הבחינה.

כתבו במחברת הבחינה בלבד, בעמודים נפרדים, כל מה שברצונכם לכתוב כטייטה (ראשי פרקים, חישובים וכדומה).

כתבו "טייטה" בראש כל עמוד טייטה. כתיבת טייטות כלשהן על דפים שמחוץ למחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה!

בשאלון זה 6 עמודים ו-20 עמודי נספחים.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים,
אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף

השאלות

בשאלון זה שמונה שאלות. עליכם להשיב על ארבע מבין השאלות 1-8 (לכל שאלה – 25 נקודות).

תקשורת מודרנית

שאלה 1

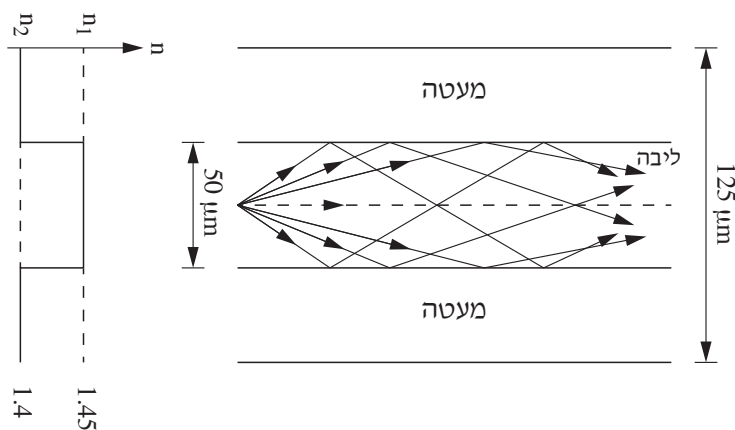
- א. (5 נק') הסבירו את המונח: דרגת שירות – GOS.
- ב. (9 נק') כתבו **שלושה** יתרונות שיש למערכת תאית מדור שני לעומת מערכת תאית מדור ראשון.
- ג. (11 נק') מערכת תקשורת תאית כוללת 394 תאים, שלכל אחד מהם מוקצים 19 ערוצים. הרשויות דורשות דרגת שירות $GOS = 2\%$ לכל היותר. בהנחה שמנוי ממוצע מבצע שתי שיחות יוצאות בשעה, ושאוורך שיחה ממוצע הוא 3 דקות, חשבו כמה משתמשים יכולה המערכת לשרת בו זמנית.

שאלה 2

- א. (5 נק') באיור א' לשאלה 2 מתואר סיב אופטי והתפלגות מקדם השבירה לרוחב שטח החתך שלו. כתבו מהו סוג הסיב האופטי המתואר באיור. נמקו את התשובה.

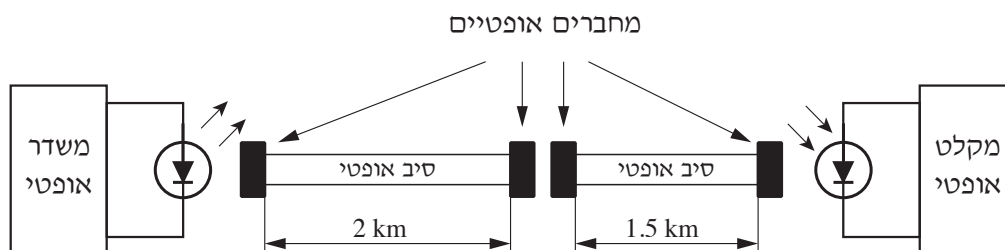
התפלגות מקדם השבירה
לרוחב חתך הסיב

התקדמות קרני-אור
לאורך חתך הסיב



איור א' לשאלה 2

20 נק') ב. באיור ב' לשאלה מתוארת מערכת תקשורת אופטית.



איור ב' לשאלה 2

להלן נתוני המערכת:

20 mW	הספק האור המופק מה-LED:
14 dB	הפסדי הצימוד בין ה-LED לסיב:
5 dB/km	מקדם הניחות של הסיב:
0.3 dB	הפסדי מחבר אופטי:
6 dB	הפסדי הצימוד בין הסיב לפוטו־דיודה:
-30 dBmW	רגישות המקלט:

1. חשבו את הניחות הכולל של הסיבים ללא המחברים.
2. חשבו את הניחות הכולל בין המשדר למקלט.
3. חשבו את ההספק הנקלט במקלט האופטי. הציגו את התוצאה ב-mW.
4. חשבו את שולי ההספק של המערכת.

שאלה 3

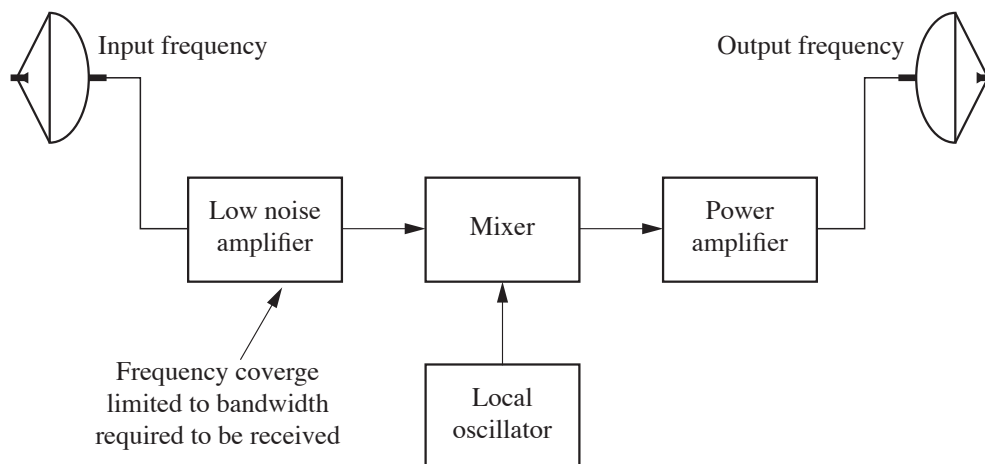
להלן נתוני סיב אופטי:

1.45	מקדם השבירה של ליבת הסיב:
1.4	מקדם השבירה של מעטה הסיב:
1 km	אורך הסיב:
125 nsec	הנפיצה התוך-אופנית:

- 5 נק' (א.) הסבירו מהו מפתח נומרי (N.A.) של סיב אופטי.
- 5 נק' (ב.) חשבו את המפתח הנומרי של הסיב.
- 5 נק' (ג.) חשבו את הנפיצה הבין-אופנית.
- 5 נק' (ד.) חשבו את הנפיצה הכוללת בסיב.
- 5 נק' (ה.) האם ניתן להעביר בסיב מידע בקצב 10 Mbps ? נמקו את התשובה.

שאלה 4

- 5 נק' (א.) הסבירו מדוע לוויין גיאוסטציונרי נמצא תמיד מעל קו המשווה.
- 5 נק' (ב.) האם באמצעות לוויין גיאוסטציונרי ניתן לקיים קשר עם משלחת הנמצאת בקוטב הצפוני? נמקו את התשובה.
- 10 נק' (ג.) באיור לשאלה 4 מתואר תרשים מלבנים של משיב – transponder.
1. הסבירו מהו תפקידו של משיב – transponder.
 2. האם המשיב המופיע באיור הוא פסיבי או אקטיבי? נמקו את התשובה.



איור לשאלה 4

- 5 נק' (ד.) הסבירו כיצד מקלט GPS מזהה את מיקומו. ציינו מכמה לוויינים נדרש מקלט ה-GPS לקלוט נתונים כדי שיוכל להציג מיקום, כולל הנתון גובה מעל פני הים.

עיבוד אותות

שאלה 5

(12 נק') א. נתון האות הרציף: $x_1(t) = 2^{-t} \cdot [u(t+2) - u(t-2)]$.

1. סרטטו את האות במערכת צירים בתחום הזמנים: $-4 \leq t \leq 4 \text{ sec}$.

2. סרטטו את תמונת הראי של האות $x_1(t) \leftarrow x_1(-t)$.

(13 נק') ב. נתון האות הבדיד: $x_2[n] = 4 \cdot \delta[n+1] + 2 \cdot u[n-1] + \delta[n-2] - 2 \cdot u[n-4]$.

1. סרטטו את האות $x_2[n]$ במערכת צירים עבור ערכי n בתחום: $-4 \leq n \leq 4$.

2. האות $x_2[n]$ הוכנס למערכת המבצעת את הפעולה הבאה: $y[n] = \frac{x_2[n-1] + x_2[n]}{2}$.

חשבו את ערכי אות המוצא $y[n]$ בתחום: $-4 \leq n \leq 4$.

שאלה 6

נתון האות הרציף: $x(t) = 3 \cos(2\pi \cdot 40 \cdot t) + 2 \cos(2\pi \cdot 70 \cdot t)$.

(8 נק') א. סרטטו את הספקטרום של האות, $x(t)$, ציינו בסרטוטכם את ערכי התדרים והעוצמות.

האות נדגם בתדר דגימה של $f_s = 100 \text{ Hz}$.

(5 נק') ב. כתבו את משוואת האות הדגום $x[nT_s]$, המתקבל לאחר פעולת הדגימה.

(8 נק') ג. סרטטו את הספקטרום של האות הדגום בתחום: $-150 \leq f \leq 150 \text{ [Hz]}$ או בתחום $\left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$ $-300\pi \leq \omega \leq 300\pi$.

(4 נק') ד. כתבו את הפונקציית של האות המשוחזר, בהנחה שהוא שוחזר באמצעות משחזר אידיאלי.

שאלה 7

נתון מסנן FIR המתואר באמצעות משוואת ההפרשים הבאה: $y[n] = 2x[n] - 3x[n-1] + 2x[n-2]$.

(5 נק') א. חשבו את התגובה להלם של המסנן, $h[n]$.

(6 נק') ב. חשבו את התגובה למדרגת יחידה של המסנן. הציגו את הערכים עבור: $0 \leq n \leq 5$.

(6 נק') ג. חשבו את תגובת התדר של המסנן, $H(\Theta)$.

(8 נק') ד.

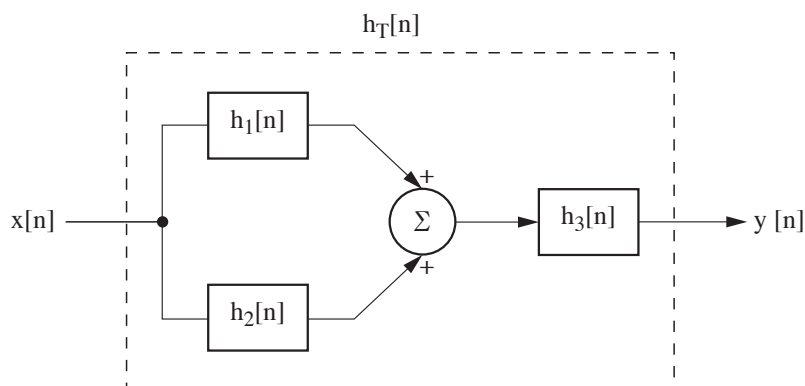
1. חשבו את הערך המוחלט של תגובת התדר בזוויות: $0, \pi/2, \pi$.

2. חשבו את הזווית שבה תגובת התדר מתאפסת.

3. סרטטו בקנה מידה מתאים את הערך המוחלט של תגובת התדר $|H(\Theta)|$ עבור התחום: $-\pi \leq \Theta < \pi$.

שאלה 8

באיור א' לשאלה 8 נתונה מערכת הבנויה משלוש תתי-מערכות ליניאריות וקבועות בזמן.
 $h_1[n]$, $h_2[n]$, $h_3[n]$ מייצגות את התגובה להלם של כל אחת מתתי-המערכות.



איור א' לשאלה 8

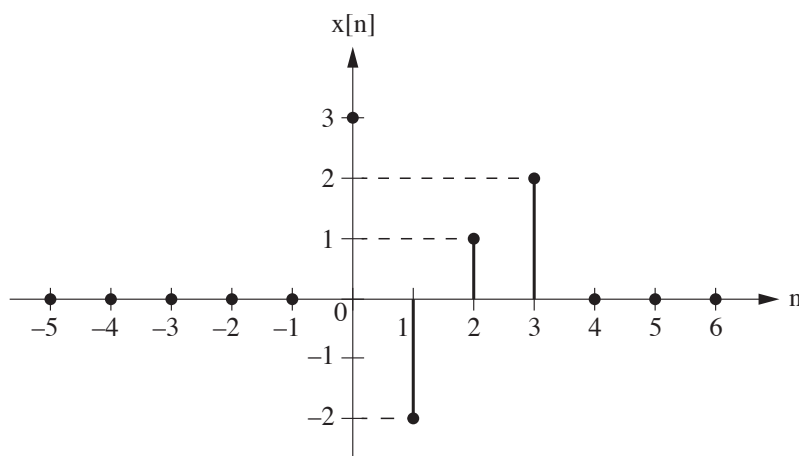
א. (6 נק') כתבו ביטוי לתגובת ההלם השקולה $h_T[n]$ של המערכת הנתונה, באמצעות התגובות להלם של שלוש תתי-המערכות.

נתונות התגובות להלם של שלוש תתי-המערכות שבאיור א':

$$h_1[n] = \delta[n], \quad h_2[n] = \delta[n-2], \quad h_3[n] = 2 \cdot \delta[n]$$

ב. (7 נק') כתבו ביטוי לתגובת ההלם השקולה $h_T[n]$ של המערכת הנתונה באמצעות התגובות הנתונות.

ג. (12 נק') בכניסת המערכת מספקים את אות המבוא $x[n]$ המתואר באיור ב' לשאלה. חשבו וסרטטו את מוצא המערכת $y[n]$ המתקבל.



איור ב' לשאלה 8

בהצלחה!

אין להעביר את הנוסחאון
לנבחן אחר

נוסחאון עיבוד אות ספרתי (12 עמודים)

זהויות טריגונומטריות שימושיות

$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} \cdot [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} \cdot [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$	$\sin(2\alpha) = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
$\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} \cdot [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$	$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
	$\cos(2\alpha) = 2 \cdot \cos^2 \alpha - 1$
	$\cos(2\alpha) = 1 - 2 \cdot \sin^2 \alpha$

נוסחאות אוילר:

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha \quad ; \quad e^{-j\alpha} = \cos \alpha - j \sin \alpha$$
$$\cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2} \quad ; \quad \sin \alpha = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j}$$

1. אותות

אות סינוסואידלי רציף : $s(t) = A \sin(\omega t + \phi) = A \sin(2\pi f \cdot t + \phi)$	A - תנופת האות ω $[\frac{rad}{sec}]$ - תדירות זוויתית ϕ $[rad]$ - זווית המופע f $[Hz]$ - תדר האות הרציף T $[sec]$ - זמן מחזור האות הרציף
אות סינוסואידלי בדיד : $s[n] = A \sin[\Omega n + \phi] = A \sin[2\pi \cdot F \cdot n + \phi]$	Ω $[rad]$ - זווית באות בדיד F - "תדירות" האות הבדיד (ללא יחידות)
פונקציית מדרגת יחידה בזמן בדיד $u[n] = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$	$u[n]$ - מדרגת יחידה בזמן בדיד n - מספר שלם
פונקציית הלם יחידה בזמן בדיד $\delta[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$	$\delta[n]$ - פונקציית הלם בזמן בדיד

קשר בין מדרגת יחידה להלם יחידה בזמן בדיד

$$u[n] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-k] \quad \delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

טרנספורמציות פשוטות של המשתנה הבלתי תלוי	זמן רציף t	זמן בדיד n
החזרת תמונת ראי סביב	$x(t) \rightarrow x(-t)$ סביב $t = 0$	$x[n] \rightarrow x[-n]$ סביב $n = 0$
הזזה בזמן	$x(t) \rightarrow x(t - T_0)$	$x[n] \rightarrow x[n - N_0]$
כיווץ או הרחבה	$x(t) \rightarrow x(a \cdot t)$ $a > 0$	

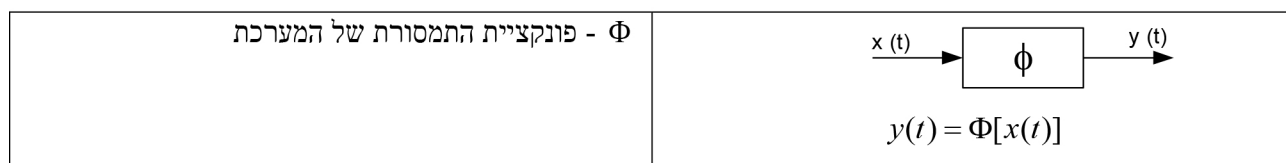
2. דגימת אותות

הקשר בין תדירות בזמן רציף לתדירות בזמן בדיד : $F = f \cdot T_s$ משפט הדגימה של נייקוויסט : $F_s \geq 2f_{\max}$	T_s $[sec]$ - מרווח הדגימה F_s $[Hz]$ - תדר הדגימה $f_{\max}$ $[Hz]$ - התדר המרבי של האות הנדגם
---	--

מעבר בין תמונת ספקטרום של אות בדיד $X^f(\theta) = DTFT\{x[n]\}$ לתמונת הספקטרום של האות הדגום $X^F(\omega)$, כאשר האות נדגם במרווחי דגימה T_s :

$$X^f(\theta) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X^F\left(\frac{\theta - 2\pi k}{T_s}\right) \Leftrightarrow X^f(\omega T_s) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X^F\left(\omega - \frac{2\pi k}{T_s}\right)$$

3. מערכות בסיסיות



התנאי לליניאריות

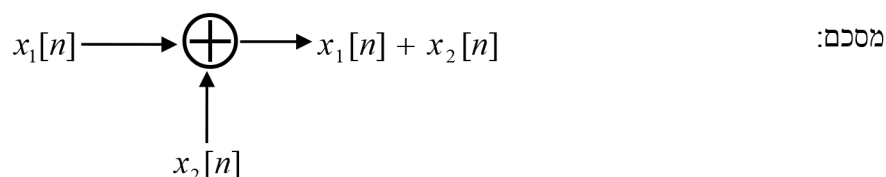
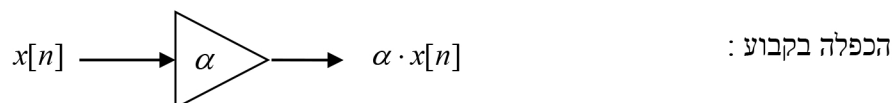
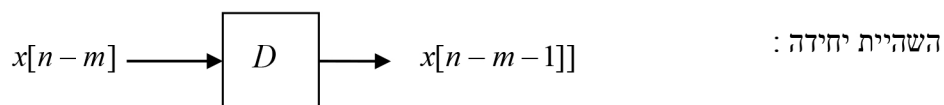
$$\Phi[a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t)] = a \cdot \Phi[x_1(t)] + b \cdot \Phi[x_2(t)] \quad a, b - \text{קבועים כלשיהם}$$

$x_1(t)$, $x_2(t)$ - אותות המבוא למערכת

התנאי למערכת קבועה בזמן (TI=Time Invariant)

$$y(t + \theta) = \Phi[x(t + \theta)] \quad \theta - \text{הזזה בזמן}$$

* הערה: הסימנים הנ"ל תקפים גם לאות בדיד כאשר $x(t)$ הופך ל- $x[n]$, $y(t)$ הופך ל- $y[n]$.
אבני בניין בסיסיות לתיאור מערכת ליניארית קבועה בזמן (LTI):



4. תגובת מערכת ליניארית קבועה בזמן (LTI = Linear Time Invariant)

א. נוסחת הקונבולוציה בזמן רציף : * - סימול פעולת הקונבולוציה

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau$$

התגובה להלם של מערכת בזמן רציף - $h(t)$

ב. נוסחת הקונבולוציה בזמן בדיד:

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n - k]$$

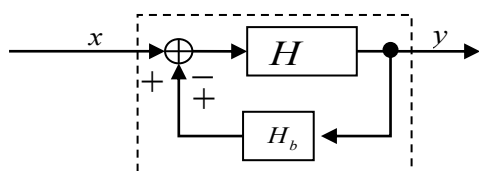
התגובה להלם של מערכת בזמן בדיד - $h[n]$

קונבולוציה עם פונקציית דלתא :

$$x(t) * \delta(t - t_0) = x(t - t_0) \quad x(t) * \delta(t) = x(t)$$

$$x[n] * \delta[n - N_0] = x[n - N_0] \quad x[n] * \delta[n] = x[n]$$

אפיון מערכת LTI בתוספת משוב (שלילי או חיובי):



$$H_{Total} = \frac{H}{1 \pm H \cdot H_b}$$

5. שחזור אותות

$$H_r(\omega) = \begin{cases} T, & |\omega| < \omega_m \\ 0, & |\omega| \geq \omega_m \end{cases} \Rightarrow h_r(t) = \text{sinc}\left(\frac{t}{T}\right)$$

שחזור ע"י מסנן אידיאלי (לא סיבתי) :

שחזור על-ידי משחזר מסדר אפס (ZOH=Zero Order Hold)

התגובה להלם של משחזר מסדר אפס - $h_{Zoh}(t)$

$$h_{Zoh}(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < T_s \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

6. התמרות / טורי פורייה הגדרות

- טור פורייה - Fourier Series (FS)
- התמרת פורייה - Fourier Transform (FT)
- התמרת פורייה לאות בדיד - Discrete Time Fourier Transform (DTFT)
- התמרת פורייה בדידה - Discrete Fourier Transform (DFT)

ייצוג בתדר	נוסחת האנליזה	ייצוג בזמן	נוסחת הסינתזה	
בדיד לא מחזורי	$a_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) \cdot e^{-jk\frac{2\pi}{T}t} dt$	רציף מחזורי $x(t) = x(t+T)$	$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \cdot e^{jk\frac{2\pi}{T}t}$	FS
רציף לא מחזורי	$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$	רציף לא מחזורי	$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega$	FT
רציף מחזורי $X^f(\theta) = X^f(\theta + 2\pi)$	$X^f(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] \cdot e^{-j\theta n}$	בדיד לא מחזורי	$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X^f(\theta) \cdot e^{j\theta n} d\theta$	DTFT
בדיד מחזורי $X[k] = X[k+N]$	$X^D[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$	בדיד מחזורי $x[n] = x[n+N]$	$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X^D[k] \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$	DFT

סימונים:

a_k, C_n - מייצגים את מקדמי טור פורייה

$X(\omega), X^f(\omega)$ - התמרת פוריה של אות רציף $-\infty < \omega < +\infty$

$X(\theta), X^f(\theta), X(\Omega)$ - התמרת DTFT כאשר התחום הוא $(-\pi, \pi)$

$X^D[k], X^d[k], X[k]$ - התמרת DFT של $x[n]$

7. התמרת פורייה - Fourier Transform (FT)

תכונות

Operation	האות בזמן	התמרת פורייה	תכונה
Linearity	$a \cdot x(t) + b \cdot y(t)$	$a \cdot X(\omega) + b \cdot Y(\omega)$	ליניאריות
Time shifting	$x(t - t_0)$	$e^{-j\omega t_0} \cdot X(\omega)$	הזזה בזמן
Frequency shifting	$e^{j\omega_0 t} \cdot x(t)$	$X(\omega - \omega_0)$	הזזה בתדר
Scaling	$x(at)$	$\frac{1}{ a } X\left(\frac{\omega}{a}\right)$	כיווץ / מתיחה בזמן
Convolution	$x(t) * y(t)$	$X(\omega) \cdot Y(\omega)$	קונבולוציה
	$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) ^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) ^2 d\omega$		שוויון פרסבל לאותות לא מחזוריים

פונקציות נבחרות

מס'	אות	התמרת פורייה
1.	$\delta(t)$	1
2.	$x(t) = 1$	$2\pi\delta(\omega)$
3.	$\cos \omega_0 t$	$\pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$
4.	$\sin \omega_0 t$	$\frac{\pi}{j}[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]$
5.	$x(t) \cdot \cos(\omega_0 t)$	$\frac{1}{2}(X(\omega - \omega_0) + X(\omega + \omega_0))$
6.	$\frac{W}{\pi} \text{sinc}(Wt) = \frac{\sin Wt}{\pi t}$	$X(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega < W \\ 0 & \omega > W \end{cases}$
7.	$x(t) = \begin{cases} b & t < a \\ 0 & t > a \end{cases}$	$b \cdot 2 \cdot a \cdot \text{sinc}(a\omega)$
8.	$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$	$\frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega), \omega \neq 0 ; \pi\delta(0), \omega = 0$
9.	$e^{-at}u(t) ; \text{Re}(a) > 0$	$\frac{1}{a + j\omega}$

8. התמרת פורייה לאות בזיז - Discrete Time Fourier Transform (DTFT)

תכונות

תכונה	התמרת פורייה	האות בזמן	Operation
ליניאריות	$a \cdot X^f(\theta) + b \cdot Y^f(\theta)$	$a \cdot x[n] + b \cdot y[n]$	Linearity
הזזה בזמן	$e^{-j\omega n_0} \cdot X^f(\theta)$	$x[n - n_0]$	Time shifting
הזזה בתדר	$X^f(\theta - \omega_0)$	$e^{j\omega_0 n} \cdot x[n]$	Frequency shifting
קונבולוציה	$X^f(\theta) \cdot Y^f(\theta)$	$x[n] * y[n]$	Convolution
שוויון פרסבל לאותות לא מחזוריים	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] ^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X^f(\theta) ^2 d\theta$		

9. התמרת פורייה בדידה - Discrete Fourier Transform (DFT)

ייצוג מטריצי של DFT:

סימון: $W_N \equiv e^{j\frac{2\pi}{N}}$

$$x_N = [x[0] \ x[1] \ \dots \ x[N-1]]^T, \quad X_N^d = [X^d[0] \ X^d[1] \ \dots \ X^d[N-1]]^T$$

$$F_N = \begin{bmatrix} W_N^0 & W_N^0 & W_N^0 & \dots & W_N^0 \\ W_N^0 & W_N^{-1} & W_N^{-2} & \dots & W_N^{-(N-1)} \\ W_N^0 & W_N^{-2} & W_N^{-4} & \dots & W_N^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_N^0 & W_N^{-(N-1)} & W_N^{-2(N-1)} & \dots & W_N^{-(N-1)^2} \end{bmatrix} \quad \boxed{X_N^d = F_N \cdot x_N}$$

קונבולוציה מחזורית:

נתונות הסדרות $x[n], y[n]$ בעלות אורך (או מחזור) שווה $N < \infty$, נגדיר קונבולוציה מחזורית ע"י:

$$(x \otimes y)[n] \equiv \sum_{m=0}^{N-1} x[m] y[(n-m) \bmod N] = \sum_{m=0}^{N-1} \tilde{x}[m] \tilde{y}[n-m], \quad 0 \leq n \leq N-1$$

▪ $\tilde{x}[n] = x[n \bmod N] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n-kN]$: בהתאמה של $x[n], y[n]$ בהתאמה:

▪ אם אורכי הסדרות אינם שווים ניתן לרפד באפסים.

תכונות הקונבולוציה המחזורית:

$$z[n] = (x \otimes y)[n] \Rightarrow Z^d[k] = X^d[k] Y^d[k]$$

$$z[n] = x[n] y[n] \Rightarrow Z^d[k] = \frac{1}{N} (X^d \otimes Y^d)[k]$$

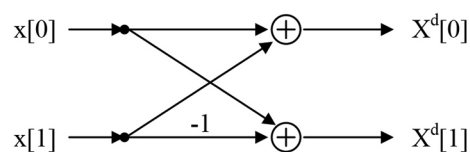
תכונות

▪ האותות $x[n], y[n], X[k], Y[k]$ הינם בעלי אורך זהה – באורך N .

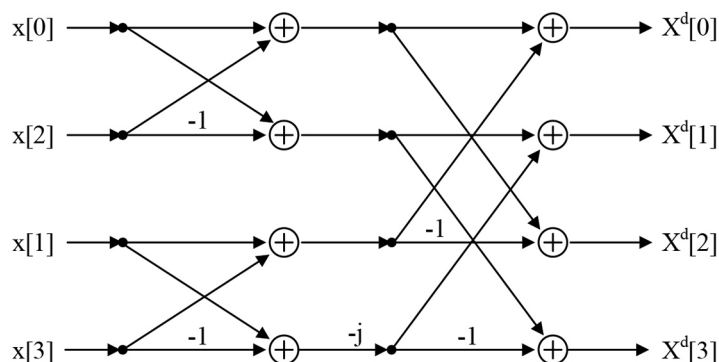
Operation	האות בזמן בדיד	התמרת פורייה	תכונה
Linearity	$a \cdot x[n] + b \cdot y[n]$	$aX^d[k] + bY^d[k]$	ליניאריות
Time shifting	$x[(n-m) \bmod N]$	$e^{-j\frac{2\pi}{N}km} \cdot X^d[k] = W_N^{-km} X^d[k]$	הזזה בזמן
Frequency shifting	$e^{j\frac{2\pi}{N}mn} \cdot x[n] = W_N^{mn} x[n]$	$X^d[(k-m) \bmod N]$	הזזה בתדר
Cyclic Convolution	$\sum_{m=0}^{N-1} x[m] \cdot y[(n-m) \bmod N]$	$X^d[k] \cdot Y^d[k]$	קונבולוציה מעגלית
	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] ^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[k] ^2$		שוויון פרסבל לאותות מחזוריים

חישוב DFT באמצעות תרשים "פרפר" FFT

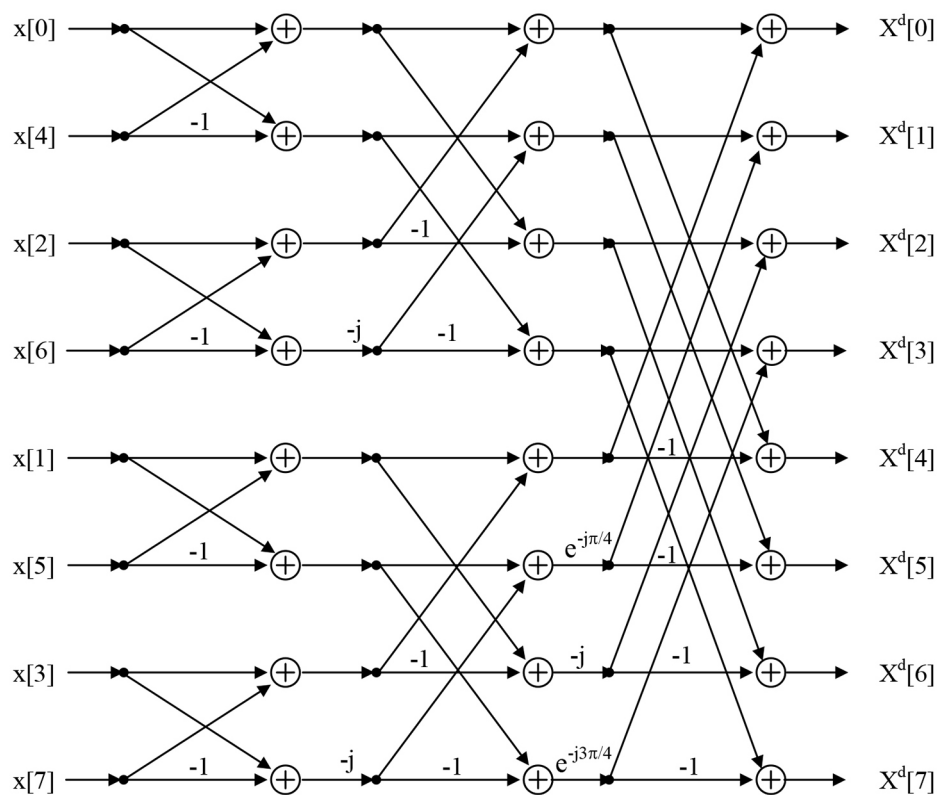
חישוב FFT עבור סדרה באורך 2:



חישוב FFT עבור סדרה באורך 4 (סידור סדרת המבוא):



חישוב FFT עבור סדרה באורך 8 (סידור סדרת המבוא):



10. חלונות ותכונותיהם

שם החלון	רמת אונת הצד הראשונה	רוחב אונה ראשית	δ_p, δ_s	$A_p [dB]$	$A_s [dB]$
מלבני	-13.5 dB	$\frac{4\pi}{N+1}$	0.09	0.75	21
Barlett (משולש)	-27 dB	$\frac{8\pi}{N+1}$	0.05	0.45	26
Hann	-32 dB	$\frac{8\pi}{N+1}$	0.0063	0.055	44
Hamming	-43 dB	$\frac{8\pi}{N+1}$	0.0022	0.019	53
Blackman	-57 dB	$\frac{12\pi}{N+1}$	0.0002	0.0017	74

להבטחת יכולת הפרדה בין תדרים יש לדרוש:

א. חלון רחב מספיק $\Leftrightarrow$ אונה ראשית צרה מספיק, כלומר $|\theta_2 - \theta_1| > \frac{2\pi}{N}$

ב. רמת אונות צד נמוכה מספיק בהתאם ליחס האמפליטודות: $\left(20 \log_{10} \frac{A_1}{A_2}\right)$.

ג. אם הנ"ל אינו מתקיים, ניתן להשתמש בחלון אחר ולנתח את $x[n] = y[n]w[n]$

11. מסננים ספרתיים:

מסנן LP מעשי:

1. תחום ההעברה – pass band – $0 \leq \theta \leq \theta_p$; $1 - \delta_p \leq |H^f(\theta)| \leq 1 + \delta_p$; $A_p = 20 \log_{10}(1 + \delta_p)$

2. תחום המעבר – transition band – $\theta_p \leq \theta \leq \theta_s$; $|H^f(\theta)|$ שרירותי אך מונוטוני יורד

3. תחום הניחות – stop band – $\theta_s \leq \theta \leq \pi$; $|H^f(\theta)| \leq \delta_s$; $A_s = -20 \log_{10}(\delta_s)$

מסנני פאזה לינארית

פאזה לינארית גורמת להזזה בזמן ללא עיוות של תדרים.

מסנן כללי בעל פאזה לינארית בייצוג פאזה רציפה:

השיפוע τ_p - נקרא השהיית פאזה (phase delay).
$$H^f(\theta) = A(\theta) e^{-j\theta\tau_p} \quad -\pi < \phi(\theta) < \pi$$

מסנן בעל פאזה לינארית מוכללת (GLP):

השיפוע $\tau_g = -\frac{d\phi(\theta)}{d\theta}$ נקרא השהיית החבורה (group delay).
$$H^f(\theta) = A(\theta) e^{j(\phi_0 - \theta\tau_g)} \quad -\pi < \phi(\theta) < \pi$$

(delay).

תכונות GLP:

א. $2\tau_g \in \mathbb{Z}$ (שלם) $\Leftrightarrow H^f(\theta) = H^f(\theta + 2\pi)$.

ב. $\phi_0 = \left\{0, \frac{\pi}{2}\right\} \Leftrightarrow H^f(-\theta) = \bar{H}^f(\theta) \Leftrightarrow h[n]$ ממשיית

ג. מתקיים $h[n] = e^{2j\phi_0} h[2\tau_g - n]$ ולכן:

עבור $\phi_0 = 0$ נקבל מסנן סימטרי, כלומר $h[n] = h[2\tau_g - n]$

עבור $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$ נקבל מסנן אנטי-סימטרי, כלומר $h[n] = -h[2\tau_g - n]$

ד. אם מסנן GLP הינו גם סיבתי ($h[n] = 0 \quad \forall n < 0$),

אזי הוא בהכרח FIR בעל $2\tau_g + 1$ מקדמים, כלומר $h[n] = 0 \quad \forall n \notin \{0, 1, \dots, 2\tau_g\}$

המשך סעיף 11

סוגי מסנני GLP : קיימים 4 סוגים של מסנני GLP

סוג המסנן	פרמטרי המסנן		תגובת ההלם	סדר המסנן	מסננים אפשריים
Type I	$\phi_0 = 0$	$\tau_g = M$	סימטרי	N - זוגי	כל סוג
Type II	$\phi_0 = 0$	$\tau_g = M + 0.5$	סימטרי	N - אי-זוגי	BP, LP
Type III	$\phi_0 = \frac{\pi}{2}$	$\tau_g = M$	אנטי-סימטרי	N - זוגי	BP, גוזר
Type IV	$\phi_0 = \frac{\pi}{2}$	$\tau_g = M + 0.5$	אנטי-סימטרי	N - אי-זוגי	HP, גוזר

למשל עבור Type I : $A_l(\theta) = \sum_{n=0}^m g[n] \cos(\theta n)$; $H^f(\theta) = A_l(\theta) e^{-j\theta M}$; סימטרי ובעל מחזור של 2π .

מסנן FIR ממשי הינו בעל פאזה לינארית אם"ם מקדמיו הינם סימטריים או אנטי-סימטריים סביב מרכזו

12. תכן מסנני FIR

תכן מסנני FIR בשיטת IRT (Input Response Truncation) תוך שימוש בחלונות קבועים:

1. בחירת תגובת אמפליטודה האידיאלית הרצויה $A_d(\theta)$, בהתאם למסנן הרצוי (HP, BP, LP, וכו').
2. בחירת טיפוס המסנן: נסמן $\tau_g = \frac{N}{2}$ ונבחר $\phi_0 = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} & \text{אנטי סימטרי,} \\ 0 & \text{סימטרי} \end{cases}$ עפ"י הרצוי.

$$H_d^f(\theta) = A_d(\theta) e^{j\left(\phi_0 - \theta \frac{N}{2}\right)} \quad 3. \text{ בחר סדר מסנן } N \text{ ומכאן ע"י הצבה:}$$

$$h_d[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d^f(\theta) e^{j\theta n} d\theta \quad 4. \text{ חשב את תגובת ההלם הרצויה}$$

$$\text{למשל, עבור בחירת } A_d(\theta) = \begin{cases} 1, & \theta_1 \leq |\theta| \leq \theta_2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \text{ נקבל:}$$

$$h_{d,BP}[n] = \frac{\theta_2}{\pi} \sin c \left[\frac{\theta_2 \left(n - \frac{1}{2}N \right)}{\pi} \right] - \frac{\theta_1}{\pi} \sin c \left[\frac{\theta_1 \left(n - \frac{1}{2}N \right)}{\pi} \right] \quad \text{א. עבור BP כללי נקבל:}$$

$$h_{d,LP}[n] = \frac{\theta_2}{\pi} \sin c \left[\frac{\theta_2 \left(n - \frac{1}{2}N \right)}{\pi} \right] \quad \text{ב. עבור LP } (\theta_1 = 0) \text{ נקבל:}$$

$$h_{d,HP}[n] = \delta \left[n - \frac{1}{2}N \right] - \frac{\theta_1}{\pi} \sin c \left[\frac{\theta_1 \left(n - \frac{1}{2}N \right)}{\pi} \right] \quad \text{ג. עבור HP } (\theta_2 = \pi) \text{ (N זוגי) נקבל:}$$

5. על מנת לקבל תגובה סופית בזמן (FIR) יש לקטוע את התגובה האידיאלית:

$$h[n] = \begin{cases} h_d[n], & n = 0, 1, \dots, N \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad \text{א. עבור חלון מלבני:}$$

ב. עבור חלון קבוע אחר:

(1) ניוחות אונות הצד (A_s, A_p) קובע את החלון המתאים לקטימת תגובת התדר האידיאלית, $w_N[n]$.

$$(2) \text{ רוחב תחום המעבר קובע את סדר המסנן המינימלי האפשרי, } \Delta\theta = \theta_s - \theta_p \geq \frac{a\pi}{N+1}$$

a - נקבע בהתאם לסוג החלון שנבחר (עפ"י הטבלה). עבור Multiband יש לבחור $\min(\Delta\theta)$.

$$(3) \text{ קטימת התגובה להלם: } h[n] = h_d[n] \cdot w_N[n] \Rightarrow \frac{1}{2\pi} \{ H_d^f(\theta) \otimes W(\theta) \}$$

$$\bullet \text{ בחירת תדר הקיטעון נעשית ע"י: } \theta_0 = \frac{\theta_p + \theta_s}{2}$$

בהצלחה!

נוסחאון במערכות תקשורת מודרנית (7 עמודים)

תקשורת בסיב אופטי

חוק סנל:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$v = \frac{c}{n}$$

$$\theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)$$

$$v = \lambda \cdot f$$

עקרון הפעולה של סיב אופטי:

$$\cos \theta_{1c} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$N.A. = n_1 \sin \theta_{1c} = \sin \theta_a$$

$$N.A. = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

$$NA = n_1 \sqrt{2\Delta}$$

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} = \frac{(N.A.)^2}{2n_1^2}$$

זווית הפגיעה	-	θ_1 [°]
זווית השבירה	-	θ_2 [°]
מהירות האור בחומר 1	-	V_1 [m/sec]
מהירות האור בחומר 2	-	V_2 [m/sec]
מהירות האור בריק (באוויר)	-	c [m/sec]
מקדם השבירה של חומר 1	-	n_1
מקדם השבירה של חומר 2	-	n_2
הזווית הקריטית	-	θ_c [°]
אורך הגל	-	λ [m]
תדירות הגל	-	f [Hz]
זווית ההתפשטות הקריטית	-	θ_{1c} [°]
זווית הקליטה	-	$2\theta_a$ [°]
מפתח נומרי - Numerical Aperture	-	N.A.
מקדם השבירה של ליבת הסיב	-	n_1
מקדם השבירה של מעטה הסיב	-	n_2
הפרש היחסי בין מקדמי השבירה	-	Δ
מקדם השבירה של ליבת הסיב	-	n_1
מקדם השבירה של מעטה הסיב	-	n_2

(בסיב מעשי):

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

נפיצה בין-אופנית:

הנפיצה הבין-אופנית	-	$\Delta t [\text{sec}]$	$\Delta t = \frac{n_1 \cdot L \cdot (1 - \cos \theta_{1c})}{c} = \frac{n_1 \cdot L}{c} \cdot \left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right)$
אורך הסיב	-	$L [\text{m}]$	$\Delta t = \frac{n_1 \cdot L \cdot \Delta}{c}$
זווית ההתפשטות הקריטית	-	$\theta_{1c} [^\circ]$	$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$
מהירות האור בריק (באוויר)	-	$c \left[\frac{\text{m}}{\text{sec}} \right]$	

הנפיצה הבין-אופנית ליחידת אורך	-	$\frac{\Delta t}{L} \left[\frac{\text{sec}}{\text{m}} \right]$	$\frac{\Delta t}{L} = \frac{n_1 \cdot \Delta}{c} = \frac{(N.A.)^2}{2n_1 \cdot c}$
התדר המנורמל	-	V	$V = \frac{2\pi a}{\lambda} \cdot n_1 \cdot \sqrt{2\Delta} = \frac{2\pi a}{\lambda} \cdot N.A.$
רדיוס ליבת הסיב	-	$a [\mu\text{m}]$	
אורך הגל של האור	-	$\lambda [\mu\text{m}]$	

מספר האופנים בסיב מדרגה רב-אופני	-	M_n	$M_n = \frac{V^2}{2}$
מספר האופנים בסיב פרבולי רב-אופני	-	M_{*n}	$M_{*n} = \frac{V^2}{4}$

נפיצה כוללת:

רוחב דופק כניסה	-	$t_{p_1} [\text{sec}]$	$\Delta t_T = \sqrt{t_{p_2}^2 - t_{p_1}^2}$
רוחב דופק מוצא	-	$t_{p_2} [\text{sec}]$	$\Delta t_T = \sqrt{\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2}$
נפיצה כוללת בסיב	-	Δt_T	

הקשר בין רוחב הפס של האות החשמלי לרוחב

הפס של האות האופטי:

רוחב פס	-	$BW [\text{Hz}]$	$BW_{\text{el}} = 0.707 \cdot BW_{\text{opt}}$
---------	---	------------------	--

הפסד ההספק הכולל בסיס אופטי:

$$LOSS_{TOTAL} = L_{sf} + Att + n \cdot L_{conn} + L_{fd}$$

- הפסדים הנובעים מהצימוד בין מקור האור לסיב	$L_{sf} [dB]$
- הפסדים הנובעים מניחות הסיב	$Att [dB]$
- מספר המחברים בסיב	n
- הפסדים הנובעים מהמחברים בסיב	$L_{conn} [dB]$
- הפסדים הנובעים מהצימוד בין הסיב לגלאי	$L_{fd} [dB]$
- מקדם ניחות של סיב אופטי	$\beta \left(\frac{dB}{km} \right)$
- אורך הסיב	$L [Km]$
- הספק במוצא הסיב	$P_o [w]$
- הספק במבוא הסיב	$P_i [w]$

$$Att = 10 \log \frac{P_i}{P_o} = \beta \cdot L$$

ההספק המתקבל במוצא של סיב אופטי:

- הספק מקור האור	$P_L [dBw]$ או $[dBm]$	$P_R = P_L - LOSS_{TOTAL}$
- הספק במוצא הסיב האופטי	$P_R [dBw]$ או $[dBm]$	
- הפסד ההספק הכולל בסיב האופטי	$LOSS_{TOTAL} [dB]$	

שולי הספק:

- שולי ההספק	$L_m [dB]$	$L_m = P_R - P_d$
- רגישות הגלאי	$P_d [dBw]$ או $[dBm]$	

המרת היחידות של הספק:

$$P [dBm] = 10 \cdot \log P [mW]$$

$$P [dBw] = 10 \log P [W] = P [dBm] - 30 \text{ dB}$$

$$P (mw) = 10^{\frac{P (dBm)}{10}}$$

תחום דינמי של מקלט:

- רוויה	$P_{max} [W]$	$D.R. = 10 \cdot \log \frac{P_{max}}{P_{min}}$
- רגישות (הספק מינימלי)	$P_{min} [W]$	

תקשורת תאית

שימוש חוזר בתדרים ברשת תאית:

מספר ערוצי התדר בתא	-	K
מספר התאים באשכול	-	N
מספר הערוצים במערכת	-	S
מספר ערוצי התדר ברשת	-	P
מספר אשכולות התאים ברשת	-	M

$$S = K \cdot N$$

$$P = M \cdot S = M \cdot K \cdot N$$

$$\frac{1}{N} \equiv \text{מקדם השימוש החוזר של המערכת.}$$

מספר השיחות שמנוי יזם בשעה אחת	-	λ
אורך שיחה ממוצע	-	H [sec]
כמות התעבורה (זמן השיחות הכולל) שמנוי יצר בשעה אחת	-	Au [Erlang]
מספר המנויים בתא	-	U
כמות התעבורה הכוללת בתא בשעה אחת	-	A [Erlang]
דרגת השירות (Grade of Service)	-	GOS
מספר הערוצים בתא	-	C

דרגת השירות:

$$Au = \frac{\lambda \cdot H}{3600}$$

$$A = U \cdot Au$$

$$GOS = \frac{\frac{A^C}{C!}}{\sum_{k=0}^C \frac{A^k}{k!}}$$

:TDMA

תחום התדרים הכולל	- BW_T [Hz]	$BW_T = BW \cdot X$
רוחב-הפס של ערוץ	- BW [Hz]	
מספר הערוצים	- X	$S = X \cdot (N - C)$
מספר חריצי-הזמן בערוץ (מסגרת)	- N	
מספר ערוצי-הבקרה במסגרת	- C	
מספר המנויים שניתן לשרת בו-זמנית	- S	

:CDMA

שיטת CDMA מאפשרת לכל יחידות הקצה שבתא להשתמש בכל טווח התדרים במשך כל הזמן. כל יחידת קצה מזוהה על-ידי קוד אישי. המידע המשודר מקודד בשיטה המבוססת על מכפלה סקלרית של וקטורים.

רקע מתמטי – פעולות בווקטורים

נתונים הווקטורים a ו- b :

$$a = (a_1, a_2, \dots, a_k) \quad ; \quad b = (b_1, b_2, \dots, b_k)$$

הווקטור c הוא מכפלה סקלרית של הווקטורים a ו- b :

$$c = a \cdot b = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_k \cdot b_k$$

* אם המכפלה של a ו- b נותנת את התוצאה אפס, אזי הווקטורים a ו- b אורתוגונליים.

פעולות בסיסיות בווקטורים:

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$k a \cdot kb = k \cdot (a \cdot b) \quad (\text{הוא סקלר})$$

$$|a| = \sqrt{a \cdot a} \quad (\text{מספר ממשי})$$

$$a \cdot (a + b) = |a|^2$$

$$a \cdot (-a + b) = -|a|^2$$

$$b \cdot (a + b) = |b|^2$$

$$b \cdot (a - b) = -|b|^2$$

אם הווקטורים a ו- b אורתוגונליים, אז מתקיים:

קידוד CDMA

$$\text{data} = d_1 \ d_2 \ \dots \ d_k$$

-

$$d = (d_1, d_2, \dots, d_k)$$

$$t = d' \cdot V$$

מחרוזת מידע ספרתי (סיביות)	- data
וקטור המייצג את data	- d
וקטור d לאחר הצבת (-1) במקום איברים בעלי הערך אפס	- d'
וקטור הקידוד	- V
וקטור מידע משודר	- t
מחרוזת הסיביות המייצגת את t (האות המשודר)	- t _s
מחרוזת הסיביות הנקלטת	- data'
וקטור המייצג את data	- r
וקטור הקידוד (ידוע ליחידה הקולטת)	- V
וקטור המידע המפוענח	- d
וקטור מנורמל המייצג את d	- d''
מחרוזת סיביות המייצגת את d''	- data

פיענוח CDMA

$$d = r \cdot V$$

הערה: d'' מתקבל על-ידי המרת מספרים חיוביים ל-'1' ומספרים שליליים ל-'0'.

טבלת Erlang :

בטבלה זו מוצגת כמות התעבורה הכוללת בתא בשעה אחת ביחידות Erlang (A) , כפונקצייה של מספר הערוצים בתא (C) ודרגת השירות (1% - GOS או 2%).

C	GOS	
	2%	1%
1	0.02	0.01
2	0.223	0.153
3	0.602	0.455
4	1.09	0.869
5	1.66	1.36
6	2.28	1.91
7	2.94	2.5
8	3.63	3.13
9	4.34	3.78
10	5.08	4.46
11	5.84	5.16
12	6.61	5.88
13	7.4	6.61
14	8.2	7.35
15	9.01	8.11
16	9.83	8.88
17	10.7	9.65
18	11.5	10.4
19	12.3	11.2
20	13.2	12

C	GOS	
	2%	1%
21	14	12.8
22	14.9	13.7
23	15.8	14.5
24	16.6	15.3
25	17.5	16.1
26	18.4	17
27	19.3	17.8
28	20.2	18.6
29	21	19.5
30	21.9	20.3
31	22.8	21.2
32	23.7	22
33	24.6	22.9
34	25.5	23.8
35	26.4	24.6
36	27.3	25.5
37	28.3	26.4
38	29.2	27.3
39	30.1	28.1
40	31	29

C	GOS	
	2%	1%
41	31.9	29.9
42	32.8	30.8
43	33.8	31.7
44	34.7	32.5
45	35.6	33.4
46	36.5	34.3
47	37.5	35.2
48	38.4	36.1
49	39.3	37
50	40.3	37.9
51	41.2	38.8
52	42.1	39.7
53	43.1	40.6
54	44	41.5
55	44.9	42.4
56	45.9	43.3
57	46.8	44.2
58	47.8	45.1
59	48.7	46
60	49.6	46.9

C	GOS	
	2%	1%
61	50.6	47.9
62	51.5	48.8
63	52.5	49.7
64	53.4	50.6
65	54.4	51.5
66	55.3	52.4
67	56.3	53.4
68	57.2	54.3
69	58.2	55.2
70	59.1	56.1
71	60.1	57
72	61	58
73	62	58.9
74	62.9	59.8
75	63.9	60.7
76	64.9	61.7
77	65.8	62.6
78	66.8	63.5
79	67.7	64.4
80	68.7	65.4

C	GOS	
	2%	1%
81	69	66
82	70	67
83	71	68
84	72	69
85	73	70
86	74	71
87	75	72
88	76	73
89	77	74
90	78	75
91	79	76
92	80	77
93	81	78
94	82	78
95	83	79
96	84	80
97	85	81
98	86	82
99	87	83
100	88	84

נספח ג': מילון מונחים

לשאלון 711913, אביב תשפ"ד

תרגום המונח			המונח
אנגלית	רוסית	ערבית	
input signal	Входной сигнал	إشارة الدخل	אות מבוא
Bode plots	График Бодэ	مُخَطَّطات (بوديه)	גרפי בודה
power	Мощность	الطاقة	הספק
open loop	Схема без обратной связи	حلقة مفتوحة	חוג פתוח
velocity unit	Скоростной блок, Блок скорости	وحدة سرعة	יחידת מהירות
acceleration unit	Ускорительный блок	وحدة تسارع	יחידת תאוצה
stable	Устойчивый (стабильный)	مستقر	יציבה
RL – Root Locus	Геометрическое положение корней	المكان الهندسي للجذور	מג"ש – מקום גיאומטרי של שורשים
step unit	Шаговый блок	درجة وحدة	מדרגת יחידה
receiver	Приемник	مُستقبل	מקלט
transmitter	Передатчик	جهاز الإرسال	משדר
unit feedback	Единичная обратная связь	تغذية مرتدة (راجعة) أحاديّة	משוב יחידה
gain margin	Чрезмерное усиление	زيادة التضخم	עודף הגבר
phase margin	Перефазировка	زيادة الطور	עודף מופע
transmission function	Передаточная функция	دالة النقل	פונקציית תמסורת
error	ошибка	خطأ	שגיאה
substance, medium	Пространство, эфир	وسط	תווך