מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: חורף תשפ"ד, 2024
מספר השאלון: 35581
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: شتاء 2024
رقم النّموذج: 35581
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

انتبهوا: في هذا الامتحان توجد توجيهات خاصّة.
يجب الإجابة عن الأسئلة حسب التّوجيهات.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: אלגברה והסתברות
פרק שני: גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על ארבע שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק — 4×25 = 100 נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات

5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

تعليمات

أ. مدّة الامتحان: أربع ساعات وربع.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة
يجب الإجابة عن أربعة أسئلة، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل – 4× 25 = 100درجة.

ج. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخوا السّؤال؛ يجب كتابة رقمه فقط.
2. يجب بدء كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة مراحل الحلّ في الدّفتر، حتّى إذا أُجرِيَت الحسابات بواسطة حاسبة.
يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تُستعمَل مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النّموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فرديّ.

ב ה צ ל ח ה!

نتمنّى لكم النّجاح!

الأسئلة

أجيبوا عن أربعة من الأسئلة 1-8، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل. (لكلّ سؤال – 25 درجة.)
انتبهوا: إذا أجبتم عن أكثر من أربعة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الأربع الأولى التي في دفتركم.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال

1. خرج أكرم في الساعة 8:00 من المدينة "أ" إلى المدينة "ب". سار أكرم بسرعة ثابتة لمدّة نصف ساعة، وبعد ذلك توقّف لاستراحة مدّتها 10 دقائق.
بعد الاستراحة، بدأ أكرم بالركض باتّجاه المدينة "ب" بسرعة هي ضعف سرعة سَيْره.
ركض أكرم $\frac{1}{6}$ المسافة التي بين المدينتين في نصف ساعة، وبعد ذلك توقّف مرّة ثانية لاستراحة مدّتها 10 دقائق.
بعد الاستراحة الثانية، واصَلَ أكرم الركض بنفس السرعة حتّى وصل إلى المدينة "ب".
خرج داني من المدينة "ب" وسافر على درّاجة هوائيّة إلى المدينة "أ". سافر داني بسرعة ثابتة. بعد مرور ساعة وَ 50 دقيقة، وصل داني إلى النقطة التي استراح فيها أكرم في المرّة الأولى.

أ. جدوا بِكم ضعفًا سرعة سفر داني هي أكبر من سرعة سَيْر أكرم.

عندما وصل داني إلى النقطة التي توقّف فيها أكرم للاستراحة في المرّة الأولى، زاد سرعة سفره إلى سرعة هي أكبر بِـ 12.6 كم/الساعة من سرعته الابتدائيّة.
وصل أكرم وداني إلى غايتهما في نفس الساعة بالضبط.

ب. جدوا سرعة سَيْر أكرم إذا كان معطًى أنّ داني خرج من المدينة "ب" في الساعة 9:40.

جـ. جدوا بين أيّة ساعات كان يجب على داني أن يخرج من المدينة "ب"، لو أراد أن يمرّ عن أكرم أثناء استراحته الثانية.

2. في المتوالية الحسابيّة A معطى أنّ: $a_1 = -4-4k$ ، $a_3 = -16+2k$. k هو پارامتر.

أ. جدوا بالنسبة لأيّة قيَم لِـ k تكون:
(1) المتوالية A تصاعديّة، (2) المتوالية A تنازليّة، (3) المتوالية A ثابتة.

معطى أنّ $a_{17} = -232$.

ب. جدوا قيمة k.

عوِّضوا قيمة k التي وجدتموها، وأجيبوا عن البندين "جـ–د".
معطاة متوالية جديدة، B، حدودها معرَّفة على النحو التالي: لكلّ n طبيعيّ، $b_n = a_n + 24n + 17$.

جـ. برهِنوا أنّ المتوالية B هي حسابيّة.

د. احسبوا المجموع: $b_1^2 - b_2^2 + b_3^2 - b_4^2 + \ldots\ldots\ldots + b_{29}^2 - b_{30}^2$.

/يتبع في صفحة 3/

3. تَقَرَّرَ في بلدة معيّنة إجراء استطلاع للرأي يتعلّق بإنشاء متنزّه في البلدة.
شارك في الاستطلاع سكّان كبار في السنّ وسكّان صغار في السنّ فقط.
كلّ واحد من السكّان الذين شاركوا في الاستطلاع كتب إذا كان يؤيّد إنشاء المتنزّه أم يعارض إنشاءه (لم يمتنع أحد).
جميع السكّان الكبار الذين شاركوا في الاستطلاع أيّدوا إنشاء المتنزّه.
اختاروا بشكل عشوائيّ ساكنًا واحدًا من بين السكّان الذين شاركوا في الاستطلاع.

نرمز بِـ p إلى الاحتمال بأن يكون الساكن الذي اختير صغيرًا.
نرمز بِـ k إلى الاحتمال بأن يكون الساكن الذي اختير قد أيّد إنشاء المتنزّه.

أ. عبِّروا بدلالة p وَ k عن الاحتمال بأنّ الساكن الذي اختير كان صغيرًا يؤيّد إنشاء المتنزّه.

نصف السكّان الصغار الذين شاركوا في الاستطلاع أيّدوا إنشاء المتنزّه.
$\frac{3}{7}$ من المشاركين في الاستطلاع الذين أيّدوا إنشاء المتنزّه كانوا صغارًا.

ب. جدوا p وَ k.

يوسف، مراسل أخبار محلّيّ، قابَلَ بشكل عشوائيّ 6 من السكّان الصغار الذين شاركوا في الاستطلاع.

جـ. ما هو الاحتمال بأن يكون على الأقلّ واحد منهم قد أيّد إنشاء المتنزّه وعلى الأقلّ واحد منهم قد عارض إنشاء المتنزّه؟

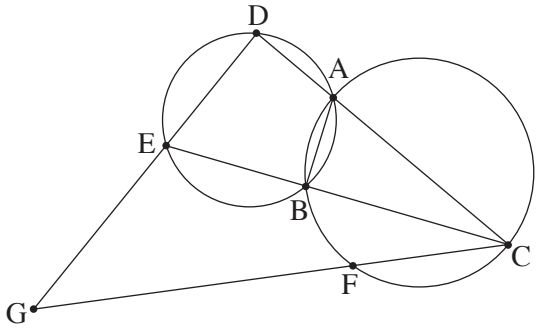
بعد ذلك، قابَلَ يوسف بشكل عشوائيّ، الواحد تلو الآخر، 5 سكّان شاركوا في الاستطلاع.

د. ما هو الاحتمال بأن يكون بالضبط 3 من الذين قابَلَهم يوسف صغارًا، وبأن يكون الأخير الذي قابَلَه يوسف منهم صغيرًا؟

/ يتبع في صفحة 4 /

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

4. دائرتان تتقاطعان في النقطتين A وَ B . C هي نقطة على محيط الدائرة اليمنى.
امتدادا القطعتين CA وَ CB يقطعان الدائرة اليسرى
في النقطتين D وَ E بالتلاؤم.
النقطة F تقع على القوس BC ، كما هو موصوف في الرسم.
امتدادا القطعتين CF وَ DE يلتقيان في النقطة G .



أ. برهِنوا أنّ: $\sphericalangle EDA = \sphericalangle CBA$.

ب. برهِنوا أنّ: الشكل الرباعيّ GDAF هو قابل للحصر في دائرة.

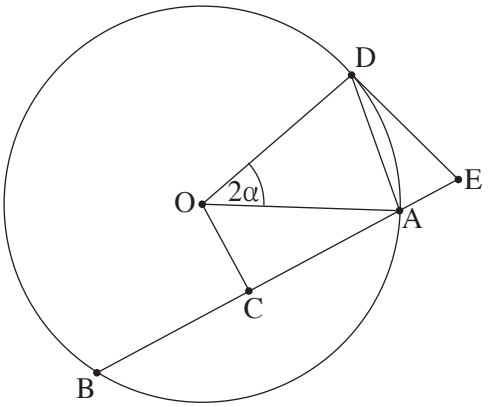
الوتران AF وَ BC يلتقيان في النقطة H .
معطى أنّ: $\sphericalangle GEC = \sphericalangle CHA$.

جـ. برهِنوا أنّ: $\frac{CG}{CD} = \frac{GE}{DE}$.

معطى أنّ: CE يعامد AB .
$DE = 18$ ، $CD = 36$.

د. احسبوا طولَي القطعتين EG وَ CG .

5. معطاة دائرة مركزها O ونصف قطرها R .
من النقطة E، التي تقع خارج الدائرة، مرَّروا مستقيمًا يقطع الدائرة
في النقطتين A وَ B ، كما هو موصوف في الرسم.
النقطة D تقع على القوس الكبير AB ،
بحيث القطعة ED تمسّ الدائرة.
النقطة C هي منتصف الوتر AB .



نرمز بِـ 2α إلى الزاوية التي بين نصفَي القطر OD وَ OA ، $(\alpha < 60^o)$.
معطى أنّ: بُعد النقطة O عن الوتر AB هو $0.5R$.

أ. جدوا زوايا الشكل الرباعيّ DOCE . عبِّروا بدلالة α إذا دعت الحاجة.

ب. عبِّروا بدلالة R وَ α عن طول القطعة DE .

معطى أنّ نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث AOD هو $\frac{4}{7}R$.

جـ. جدوا α .

د. جدوا النسبة بين مساحة الدائرة التي تحصر الشكل الرباعيّ DOCE وبين مساحة الدائرة المعطاة.

/ يتبع في صفحة 5 /

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطاة الدالّة: $f(x)=\frac{\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}-2)^2}$.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $f(x)$.

(3) جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

(4) جدوا إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$، وحدِّدوا نوع هذه النقاط.

ب. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

معطاة الدالّة: $g(x)=\frac{2x}{\sqrt{x}-2}$ المعرَّفة في نفس مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

جـ. بيِّنوا أنّه لكلّ $x>0$ في مجال تعريف الدالّتين، يتحقّق $f(x)=g'(x)$.

د. أمامكم ادّعاءان I–II . حدِّدوا بالنسبة لكلّ ادّعاء إذا كان صحيحًا أم غير صحيح. علِّلوا تحديدَيْكم.

I. يوجد مماسّ للرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ مَيْلُهُ هو 2 .

II. توجد للدالّة $g(x)$ نقطة التواء واحدة فقط.

هـ. احسبوا قيمة التعبير $\int_{0.25}^{1} g(x)\cdot f(x)\,dx$.

/ يتبع في صفحة 6 /

7. معطاة الدالّة: $f(x)=\frac{\sin(x)-a}{\sin(x)+a}$. a هو بارامتر موجب.

الدالّة f(x) معرَّفة لكلّ x يُحقِّق $\sin(x)\neq -a$.

معطى أنّ الرسم البيانيّ للدالّة f(x) يمسّ المحور x في جميع نقاطها القصوى.

أ. جدوا قيمة a .

عوِّضوا $a=1$ ، وأجيبوا عن البنود "ب–هـ" بالنسبة للمجال $-2\pi \le x \le 2\pi$.

ب. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة f(x) .

(2) جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة f(x) مع المحورين.

(3) جدوا إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة f(x) ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط.

جـ. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة f(x) .

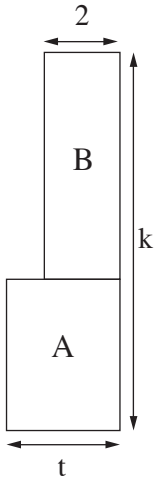
د. كم حلًّا يوجد للمعادلة $f(x)=-1$ في المجال المعطى؟ علِّلوا إجابتكم.

معلوم أنّ الدالّة f(x) مُقعَّرة باتّجاه الأسفل في كلّ واحد من أقسام مجال تعريفها.

هـ. حدِّدوا إذا كان الادّعاء الذي أمامكم صحيحًا أم غير صحيح. علِّلوا تحديدكم.

$$\int_0^{\pi}(f(x)+1)\,dx>\frac{\pi}{2}$$.

8. معطاة حديقتان مستطيلتا الشكل متجاورتان، الحديقة A والحديقة B .



عرض الحديقة A هو t أمتار.

عرض الحديقة B هو مِتْران ومساحتها هي $2t+2$ م^2، كما هو موصوف في الرسم الذي أمامكم.

الطول الكلّيّ للحديقتين هو k أمتار. k هو ثابت.

أ. عبِّروا بدلالة k وَ t عن مساحة الحديقة A .

ب. عبِّروا بدلالة k عن قيمة t التي بالنسبة لها تكون النسبة بين مساحة الحديقة B وبين مساحة الحديقة A هي أصغر ما يمكن.

جـ. عبِّروا بدلالة k عن قيمة t التي بالنسبة لها تكون النسبة بين مساحة الحديقة A وبين مساحة الحديقة B هي أكبر ما يمكن. علِّلوا إجابتكم.

בהצלחה!
نتمنّى لكم النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.