

Mathématiques

5 unités d'étude – deuxième questionnaire

Instructions

א. Durée de l'examen : deux heures et quart.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire, qui comporte deux parties, est constitué de cinq questions.

Première partie — Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace, nombres complexes.

Deuxième partie — Croissance et décroissance, fonctions puissances, fonctions exponentielles et logarithmiques.

Répondez à trois questions, au moins une question de

chaque partie — $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ points.

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable. L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (jointes au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice.

Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement. Inscrivez "טיוטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות

ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק

— $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום

לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי

הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה

ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה!

Questions

Répondez à trois des questions 1-5, au moins une question de chaque partie ($33\frac{1}{3}$ points par question).

Attention : Si vous répondez à plus de trois questions, seules les trois premières réponses de votre copie seront corrigées.

Première partie - Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace et nombres complexes

1. Soit les points $A(0, 24)$, $B(18, 0)$.

- ⌘. Déterminez l'équation du lieu géométrique sur lequel se trouvent les points C vérifiant $AC^2 + BC^2 = 1250$.

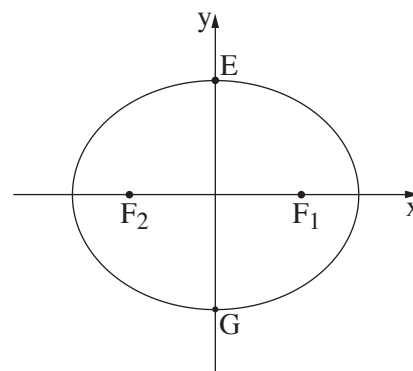
Le lieu géométrique que vous avez déterminé à l'article ⌘ est déplacé de 9 unités vers la gauche et de 12 unités vers le bas de manière à obtenir un nouveau lieu géométrique.

Le nouveau lieu géométrique coupe l'axe des ordonnées aux points E et G (E est au-dessus de G).

Les points F_1 et F_2 sont les foyers d'une ellipse canonique qui passe par les points E et G , comme représenté sur la figure.

Donnée : la distance entre les droites EF_1 et GF_2 vaut 24.

- ⌘. (1) Déterminez les coordonnées du point F_1 .
(2) Déterminez l'équation de l'ellipse.



On trace des cercles tangents à la droite EF_1 , à l'axe des abscisses et à l'axe des ordonnées.

- ⌘. Déterminez les équations de deux cercles tels que ceux-là et qui sont situés dans des quadrants différents.

2. Dans la pyramide ABCD, l'arête DC est perpendiculaire au plan ABC.

Le point E est le milieu de l'arête AD.

Le point F vérifie : $\overrightarrow{DF} = \frac{k}{2} \cdot \overrightarrow{DB} + k \cdot \overrightarrow{DC}$, k est un paramètre.

On note : $\overrightarrow{CD} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

א. Exprimez $\overrightarrow{EF}$ en fonction de $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ et k.

Donnée : $\overrightarrow{EF}$ est parallèle au plan ABC.

א. Déterminez la valeur de k.

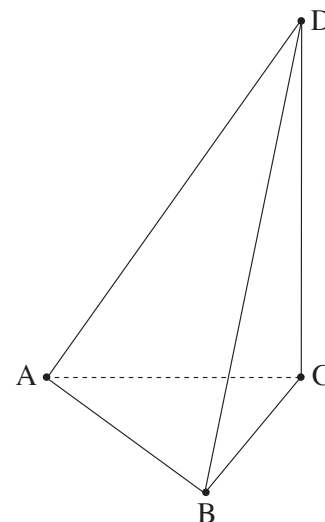
Données : A(0, 0, 0), C(0, n, 0), B(p, 3, 0), n et p sont des paramètres positifs.

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = 24, \overrightarrow{BD} = (-4, 5, 12).$$

א. Déterminez les coordonnées des points C, B et D.

ב. Déterminez le volume de la pyramide ABCD.

ג. Quel est le positionnement relatif de la droite EF et la droite AB ? Justifiez votre réponse.



3. Soit une suite géométrique $z_1, z_2, z_3, \dots$ dont les termes sont des nombres complexes et dont la raison est q.

z_1 se trouve dans le premier quadrant.

Données : $(z_1)^3 = z_3$,

$$-2z_1 = \overline{z_3}$$

א. Démontrez que $q = -z_1$ ou $q = z_1$.

א. Déterminez z_1 .

Répondez aux articles א-ג pour $q = z_1$.

z_{4n} et z_{4n-2} sont deux termes de la suite géométrique donnée (n est un nombre entier naturel).

א. Pour chacun de ces termes, déterminez s'il est imaginaire ou réel. Justifiez vos réponses.

ב. Déterminez la valeur de la somme : $\frac{z_1}{\sqrt{2}} + \frac{z_2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{z_3}{(\sqrt{2})^3} + \dots + \frac{z_{64}}{(\sqrt{2})^{64}}$.

Deuxième partie – Croissance et décroissance, fonctions puissances, fonctions exponentielles et logarithmiques

4. Soit la fonction $f(x) = \frac{\ln(x) + \ln(a)}{\ln(x) - \ln(a)}$, a est un paramètre supérieur à 1.

Dans les articles א-ג, exprimez vos réponses en fonction de a si nécessaire.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
 (2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.
 (3) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes (s'il en existe).
 (4) Déterminez les intervalle de décroissance de la fonction $f(x)$.
 (5) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Voici une affirmation : l'équation $f(x) = f'(x)$ admet exactement une solution sur l'intervalle $x > a$.

- א. Déterminez si cette affirmation est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse.

Soit la fonction $g(x)$, vérifiant $g(x) = \ln(f(x))$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $g(x)$.
 (2) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $g(x)$.

On note S l'aire délimitée par le graphe de la fonction $g(x)$, par l'axe des abscisses et par les droites $x = 2$ et $x = 5$.

Donnée : $1 < a < 2$.

- א. Exprimez la valeur de l'intégrale $\int_2^5 \ln(2 \cdot f(x)) dx$ en fonction de S .

5. Soit la fonction $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 4}$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
 (2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.
 (3) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$ (s'il en existe).
 (4) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

- א. Soit la fonction $g(x)$, vérifiant $g(x) = \frac{1}{f(x)}$. Les fonctions $g(x)$ et $f(x)$ sont définies sur le même intervalle.
 (1) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $g(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes (s'il en existe).
 (2) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $g(x)$.
 (3) Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction $g(x)$, par son asymptote horizontale et par les droites $x = \ln 5$ et $x = \ln 8$.
 א. Déterminez les coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec le graphe de la fonction $g(x)$.

Soit la fonction $s(x) = \int_x^{\ln 3} (f(t) - g(t)) dt$, définie sur l'intervalle $x < \ln 3$.

- א. Déterminez l'abscisse du point d'extremum de la fonction $s(x)$, puis déterminez son type.

Bonne chance !

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
 Toute copie ou publication est interdite sans
 l'autorisation du ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך