

Mathématiques
4 unités d'étude - premier questionnaire

Instructions

- א. Durée de l'examen : trois heures et demie.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire comporte trois parties comprenant huit questions au total.
Première partie — Algèbre, géométrie analytique, probabilités
Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie planes
Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine
Répondez à cinq questions, au moins à une question de chaque partie. — $5 \times 20 = 100$ points.

- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.
L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
(2) Formulaire (joint au sujet).
(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

- ד. Instructions supplémentaires :
(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page.
Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.
Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.
Inscrivez "טיוטה" en haut de chaque page de brouillon.
Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

Bonne chance !

מתמטיקה
4 יחידות לימוד-שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק
— $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה"
בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה !

Questions

Répondez à cinq des questions 1-8, au moins à une question de chaque partie. (20 points par question).

Attention : si vous répondez à plus de cinq questions, seules les cinq premières réponses de votre cahier seront corrigées.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités

1. Ruthy est sortie de sa maison à 7:00 et a commencé à marcher à une vitesse constante vers la maison de sa tante.

Si Ruthy avait continué à marcher à la même vitesse, elle serait arrivée à la maison de sa tante à 9:00 exactement.

Mais, après avoir effectué un quart du trajet, elle s'est arrêtée pour se reposer pendant une demi-heure. Ensuite, elle a continué à marcher à une vitesse constante supérieure de 1,2 km/h à sa vitesse initiale. Ruthy est arrivée à la maison de sa tante à 9:12 .

- א. Quelle était la vitesse à laquelle Ruthy a commencé à marcher lorsqu'elle est sortie de sa maison ?
- ב. Quelle est la distance entre la maison de Ruthy et la maison de sa tante ?
- ג. À quelle heure Ruthy a-t-elle atteint le milieu du trajet ?

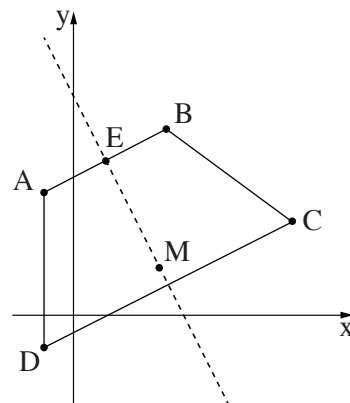
2. Le quadrilatère ABCD de la figure ci-contre est un trapèze isocèle, $AD = BC$, $AB \parallel DC$.

Le point E est le milieu du côté AB .

Données : $B(3, 6)$,

l'équation de la perpendiculaire au côté AB , passant par le point E est $y = -2x + 7$.

- א. (1) Déterminez l'équation de AB .
- (2) Déterminez les coordonnées du sommet A .



Données : $C(7, 3)$,

le côté AD est parallèle à l'axe des ordonnées.

- ב. (1) Déterminez la longueur du côté BC .
- (2) Déterminez les coordonnées du sommet D .

Le point M se situe sur la perpendiculaire donnée tel que $AM = DM$.

- ג. Déterminez les coordonnées du point M .
- ד. Déterminez l'aire du triangle ADM .

3. La trousse de Dana contient 25 crayons de même taille et de trois couleurs :
- 15 crayons bleus,
 - 4 crayons rouges,
 - 6 crayons jaunes.

Dana sort un crayon au hasard de sa trousse. Si le crayon est bleu ou rouge, elle le remet dans la trousse.

Si le crayon est jaune, elle le laisse en dehors de la trousse.

Ensuite, Dana sort au hasard un autre crayon de la trousse.

א. Quelle est la probabilité que Dana sorte deux crayons jaunes ?

ב. (1) Quelle est la probabilité que Dana sorte deux crayons de **la même couleur** ?

(2) On sait que les deux crayons que Dana a sortis sont de la même couleur.

Quelle est la probabilité qu'elle ait sorti deux crayons rouges **ou** deux crayons jaunes ?

Dana a remis tous les crayons dans la trousse, puis elle a sorti de la trousse et a donné à son frère x crayons bleus, 3 crayons rouges et 2 crayons jaunes.

Ensuite, elle a sorti au hasard deux crayons de la trousse sans remise.

Donnée : la probabilité que Dana ait sorti un crayon jaune et ensuite un crayon rouge est de $\frac{1}{60}$.

ג. Déterminez x .

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie planes

4. Le triangle ABC est inscrit dans un cercle de centre O .

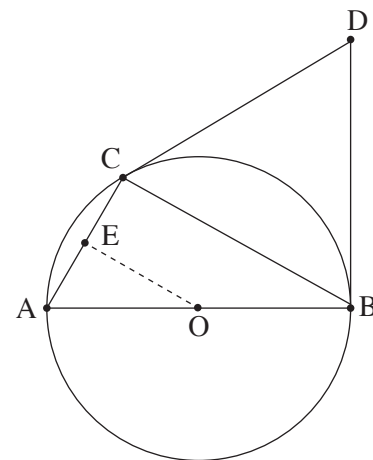
AB est un diamètre du cercle

Le point E est le milieu du côté AC (voir figure).

א. (1) Démontrez que $OE \perp AC$.

(2) Démontrez que $\triangle ABC \sim \triangle AOE$.

- ב. De combien de fois l'aire du quadrilatère $BCEO$ est-elle plus grande que l'aire du triangle AOE ? Justifiez.



Données : AC est égal au rayon du cercle.

Les tangentes au cercle aux points B et C se croisent en un point D .

- ג. Démontrez que le triangle BDC est équilatéral.

Donnée : le rayon du cercle vaut 4.

- ד. Déterminez l'aire du triangle OCD .

5. Le triangle ABC est rectangle, $\angle ACB = 90^\circ$.

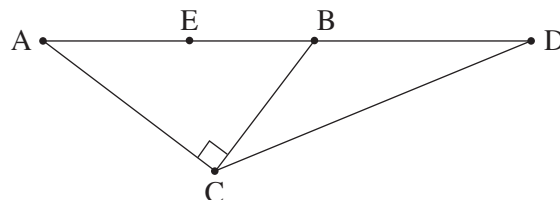
Le point D se situe sur le prolongement du côté AB , tel que cela est décrit sur la figure ci-contre.

Donnée: $BC = 0,75 \cdot AC$.

- א. Déterminez la mesure de l'angle CBD .

Donnée : $BD = 8$, $AB = 10$.

- ב. Déterminez la longueur DC .



Le point E se situe sur le segment AB tel que $DC = DE$.

- ג. Déterminez l'aire du triangle EDC .

- ד. Déterminez le rayon du cercle dans lequel le triangle EBC est inscrit.

Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{9 - 4x^2}{1 - x^2}$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez les asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont parallèles aux axes.
- (3) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.
- (4) Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.
- (5) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$.
- ב. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.
- ג. Soit la fonction $g(x)$ vérifiant $g'(x) = f(x)$. Les fonctions $f(x)$ et $g(x)$ ont le même domaine de définition.

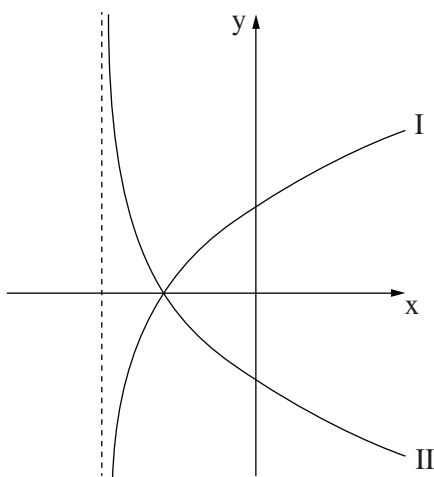
Déterminez les abscisses des points d'extremum de la fonction $g(x)$, puis déterminez leur type. Justifiez votre réponse.

7. Soit la fonction $f(x) = (x - 1) \cdot \sqrt{2x + 10}$.

- א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- ב. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.
- ג. Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- ד. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Deux graphes, I-II, figurent à la fin de la question. L'un de ces graphes représente la fonction dérivée $f'(x)$, et l'autre graphe représente la fonction $g(x) = -f'(x)$.

- ה. Déterminez lequel des graphes I- II représente la fonction dérivée $f'(x)$. Justifiez votre réponse.
- ו. Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$, par la droite $x = 3$ et par l'axe des abscisses.



/suite en page 6/

8. ABC est un triangle rectangle, $\angle ACB = 90^\circ$. L'aire du triangle ABC vaut 72.

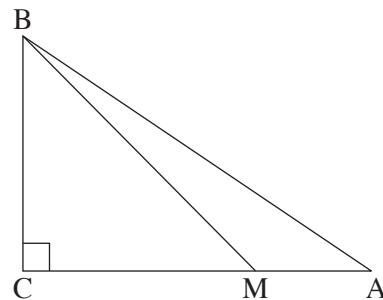
M est un point situé sur le côté AC de sorte que $MC = 2MA$
(voir figure).

On note x la longueur du segment MA.

א. Exprimez la longueur du côté BC en fonction de x .

ב. (1) Déterminez x pour lequel la somme des carrés
des distances du point M aux trois sommets
du triangle ($MA^2 + MB^2 + MC^2$), est minimale.

(2) Est-il possible que la somme ($MA^2 + MB^2 + MC^2$) vaille 300 ? Justifiez votre réponse.



Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך