מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, **מועד ב**
מספר השאלון: **035581**
נספח: דפי נוסחאות ל־5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: صيف 2023، **الموعد** "ب"
رقم النّموذج: **035581**
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

מתמטיקה

5 יחידות לימוד — שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: אלגברה והסתברות
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק — 20×5 = 100 נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات

5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل

تعليمات

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة
يجب الإجابة عن خمسة أسئلة، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل – 20×5= 100 درجة.

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخوا السّؤال؛ يجب كتابة رقمه فقط.
2. يجب بدء كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة مراحل الحلّ في الدّفتر، حتّى إذا أُجرِيَت الحسابات بواسطة حاسبة.
يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تُستعمَل مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النّموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فرديّ.

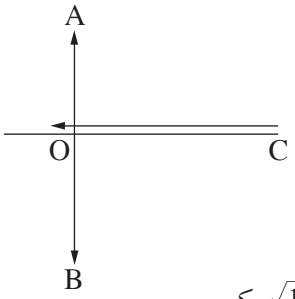
ב ה צ ל ח ה!

نتمنّى لكم النّجاح!

الأسئلة

أجيبوا عن خمسة من الأسئلة 1-8، على الأقلّ عن سؤال واحد من كلّ فصل (لكلّ سؤال – 20 درجة).
انتبهوا: إذا أجبتم عن أكثر من خمسة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الخمس الأولى التي في دفتركم.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال



1. النقطة A تقع شماليّ النقطة O، والنقطة B تقع جنوبيّ النقطة O.
النقطة C تقع شرقيّ النقطة O، في بُعد 15 كم عنها، كما هو موصوف في الرسم.
يوم الأحد، خرج أكرم للسير من النقطة O باتّجاه النقطة A.
في نفس الوقت خرجت سامية للركض من النقطة C باتّجاه النقطة O.
سرعة ركض سامية هي 3 أضعاف سرعة سير أكرم.
معطى أنّه في اللحظة التي وصل فيها أكرم إلى النقطة A، كان البُعد الهوائيّ بينه وبين سامية $\sqrt{145}$ كم.
سرعتا أكرم وسامية ثابتتان.

أ. جدوا المسافة التي سارها أكرم والمسافة التي ركضتها سامية يوم الأحد، إذا كان معطًى أنّ سامية مرّت في ركضها عن النقطة O.

في نفس اليوم، خرج باسل للسير من النقطة O باتّجاه النقطة B. خرج باسل للسير بَعْد 20 دقيقة من خروج أكرم للسير.
سرعة سير باسل كانت ثابتة وأكبر بـ 50% من سرعة سير أكرم.
عندما وصل أكرم إلى النقطة A، كان البُعد بينه وبين باسل 18 كم، وفي هذه اللحظة توقّف كلاهما.

ب. جدوا سرعة سير أكرم وسرعة سير باسل.

يوم الإثنين، خرج أكرم وباسل للسير في نفس الوقت. خرج كلّ واحد منهما من نفس النقطة التي توقّف فيها يوم الأحد، وواصَلَ السير بنفس الاتّجاه الذي سار به يوم الأحد. صَغَّر باسل سرعة سيره بـِ v كم/الساعة، وكَبَّر أكرم سرعة سيره بـِ v كم/الساعة.
توقّف كلاهما عندما كان البُعد بينهما 24 كم.

جـ. جدوا كم دقيقة سار أكرم يوم الإثنين.

/ يتبع في صفحة 3 /

2. معطاة متوالية حسابيّة $a_1, a_2, \ldots a_{3n}$ فيها $3n$ حدود، وفرقها هو d .
نرمز بـ S_n^* إلى مجموع n الحدود الوسطى في المتوالية.

أ. برهِنوا أنّ $S_n^* = \frac{1}{3} \cdot S_{3n}$.

معطى أنّ الحدّ الأوّل في المتوالية هو موجب وأنّ مجموع n الحدود الوسطى يساوي 0 .

ب. هل فرق المتوالية هو موجب أم سالب؟ علِّلوا إجابتكم.

معلوم أنّه يتحقّق $a_1 = 19 \cdot |d|$.

جـ. جدوا عدد الحدود في المتوالية.

يمحون عدّة حدود من الحدود في المتوالية المعطاة، وتتكوّن متوالية حسابيّة جديدة: $a_2, a_5, a_8, \ldots, a_{3n-4}$.
مجموع حدود المتوالية الجديدة هو 36 .

د. جدوا d .

3. جريدة يوميّة تُوزَّع للمشتركين الذي يسكنون في حيفا أو في تل أبيب فقط، يُفترَض أن تُرسَل إلى منازلهم كلّ يوم حتّى الساعة الـ 6:00.
أجرت هيئة تحرير الجريدة استطلاعًا للرأي للمشتركين، وسألت فيما يتعلّق بيوم معيّن، إذا استلموا الجريدة في الوقت.
شارك في الاستطلاع جميع المشتركين في الجريدة اليوميّة، وأجاب كلّ واحد منهم بنعم أو بلا.
تُبيِّن نتائج الاستطلاع أنّ احتمال اختيار مشترِك بشكل عشوائيّ استلم الجريدة في الوقت من بين المشتركين الذين يسكنون في حيفا هو $\frac{3}{4}$ ، واحتمال اختيار مشترِك بشكل عشوائيّ يسكن في حيفا من بين المشتركين الذين استلموا الجريدة في الوقت هو $\frac{5}{9}$.
نرمز بـ p إلى الاحتمال بأن يكون مشترِك اختير بشكل عشوائيّ من بين المشتركين يسكن في حيفا.
يختارون بشكل عشوائيّ أحد المشتركين.

أ. عبِّروا بدلالة p عن الاحتمال بأن يكون المشترِك الذي اختير يسكن في تل أبيب واستلم الجريدة في الوقت.

معطى أنّ عدد المشتركين الذين يسكنون في تل أبيب ولم يستلموا الجريدة في الوقت هو 1.5 ضعف عدد المشتركين الذي يسكنون في تل أبيب واستلموا الجريدة في الوقت.

ب. ما هي النسبة المئويّة للمشتركين الذين استلموا الجريدة في الوقت من بين جميع المشتركين؟

من بين المشتركين الذي لم يستلموا الجريدة في الوقت، يختارون بشكل عشوائيّ مشترِكَيْن.

جـ. ما هو الاحتمال بأن يكون الأوّل الذي اختير يسكن في تل أبيب والثاني الذي اختير يسكن في حيفا؟

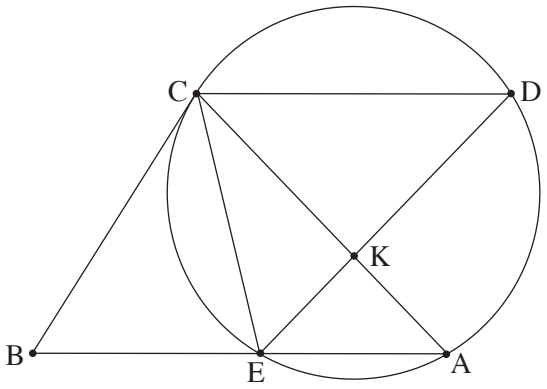
في نفس اليوم، اتّصل بهيئة تحرير الجريدة 6 مشتركين لم يستلموا الجريدة في الوقت.

د. ما هو الاحتمال بأن يكون على الأكثر 4 منهم يسكنون في حيفا؟

/ يتبع في صفحة 4 /

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

4. من النقطة B ، التي تقع خارج دائرة، مرَّروا مستقيمًا يمسّ الدائرة في النقطة C ، ومستقيمًا آخر يقطع الدائرة في النقطتين E وَ A ، كما هو موصوف في الرسم.
النقطة D تقع على محيط الدائرة بحيث يكون الوتر CD موازيًا للوتر EA .
الوتران ED وَ AC يتقاطعان في النقطة K .



أ. برهِنوا أنّ: $\triangle CEB \sim \triangle DCE$.

معطى أنّ: $AK = 3$ ، $ED = 7$.
نرمز إلى مساحة المثلّث CEK بِـ S .

ب. عبِّروا بدلالة S عن مساحة المثلّث CKD .

معطى أنّ: $BC = \frac{35}{\sqrt{32}}$.

جـ. عبِّروا بدلالة S عن مساحة المثلّث CEB .

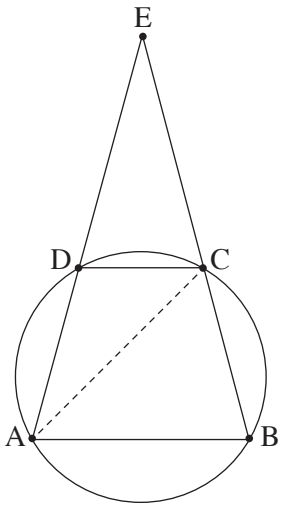
النقطة O هي مركز الدائرة.

د. برهِنوا أنّ: $\sphericalangle COE = \sphericalangle CKE$.

معطى أنّ: $\sphericalangle CAE = 45^o$.

هـ. فسِّروا لماذا النقاط O وَ C وَ E وَ K تقع على محيط دائرة واحدة.

5. معطى شبه منحرف ABCD $(AB \parallel DC)$ ، محصور في دائرة.
امتدادا الضلعين AD وَ BC يلتقيان في النقطة E ، كما هو موصوف في الرسم.
معطى أنّ: $\sphericalangle ACB = 60^o$.
نرمز: $AC = k$ ، $\sphericalangle CDE = \alpha$.



أ. **(1)** جدوا زوايا المثلّث ACE (عبِّروا بدلالة α إذا دعت الحاجة).
(2) عبِّروا بدلالة α وَ k عن طولَي الضلعين AB وَ DC .

معطى أنّ مساحة المثلّث ABE هي 3 أضعاف مساحة المثلّث DCE .

ب. جدوا مقدار الزاوية α .

جـ. جدوا قيمة k التي بالنسبة لها يكون طول المستقيم المتوسّط للضلع EC في المثلّث AEC هو $\sqrt{7}$.

/ يتبع في صفحة 5 /

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{x^2-a^2}{(x-4)^2}$ ، $0<a<4$ هو پارامتر.

أ. أجيبوا عن البنود الفرعيّة (1)–(5). عبِّروا عن إجاباتكم بدلالة a إذا دعت الحاجة.

(1) جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $f(x)$.

(3) جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

(4) جدوا الإحداثيّ x للنقطة القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقطة.

(5) ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

معطاة الدالّة $g(x)=\frac{x^2}{(x-4)^2}$ ، المعرَّفة في نفس مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

ب. (1) برهِنوا أنّ الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ يقع كلّه فوق الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$.

(2) عبِّروا بدلالة a عن المساحة المحصورة بين الرسمين البيانيّين للدالّتين $f(x)$ وَ $g(x)$ والمستقيم $x=1$ والمحور y.

/ يتبع في صفحة 6 /

7. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2+x}}$.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) هل الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ يقطع المحورين؟ علِّلوا إجابتكم.

(3) جدوا معادلات خطوط التقارب المعامدة للمحورين، للدالّة $f(x)$.

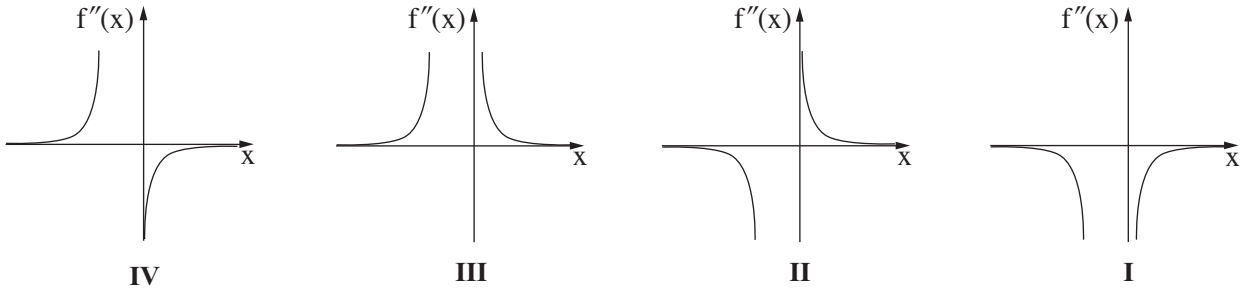
(4) جدوا مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

معطى أنّه لا توجد للدالّة $f(x)$ نقاط التواء.

ب. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

جـ. استعينوا بالرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ ، وحدِّدوا أيّ رسم بيانيّ من الرسوم البيانيّة I–IV التي في آخر السؤال يصف الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة الثانية $f''(x)$. علِّلوا تحديدكم.

د. احسبوا المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة الثانية $f''(x)$ والمحور x والمستقيمين $x=1$ وَ $x=2$.



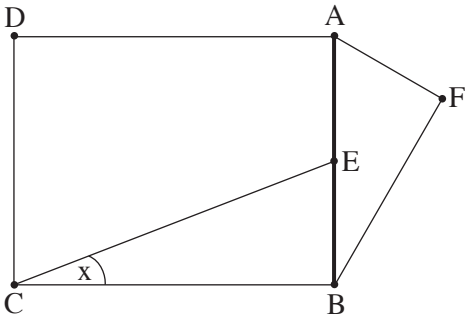
8. النقطة E هي منتصف القطعة AB .

يبنون على القطعة AB مستطيلا ABCD

ومثلّثًا قائم الزاوية AFB ، $\sphericalangle AFB=90^o$ ، كما هو موصوف في الرسم.

معطى أنّ: $\sphericalangle ECB=x$ ، $\sphericalangle FAB=2x$.

نرمز إلى طول القطعة AB بِـ h .



أ. ما هو مجال القيَم الممكن لِـ x ؟ فسِّروا إجابتكم.

ب. عبِّروا بدلالة x وَ h عن الفرق بين طول القطعة CE وطول القطعة AF .

جـ. جدوا قيمة x التي بالنسبة لها يكون الفرق بين طول القطعة CE وطول القطعة AF هو أصغر ما يمكن.

د. بالنسبة لقيمة x التي وجدتموها في البند "جـ"، جدوا النسبة بين مساحة المستطيل ABCD ومساحة المثلّث AFB .

ב ה צ ל ח ה!
نتمنّى لكم النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلّا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.