

Mathématiques

5 unités d'étude - deuxième questionnaire

Instructions

א. Durée de l'examen : deux heures et quart.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire, qui comporte deux parties, est constitué de cinq questions.

Première partie — Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace, nombres complexes.

Deuxième partie — Croissance et décroissance, fonctions puissances, fonctions exponentielles et logarithmiques.

Répondez à trois questions au choix, au moins une question de chaque partie — $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ points.

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.

L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (joint au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice.

Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement. Inscrivez "טיוטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

Bonne chance !

מתמטיקה

5 יחידות לימוד - שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעותיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק

— $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Questions

Répondez à trois des questions 1-5, au moins une question de chaque partie ($33\frac{1}{3}$ points par question).

Attention : Si vous répondez à plus de trois questions, seules les trois premières réponses de votre copie seront corrigées.

Première partie - Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace et nombres complexes

1. Soit une ellipse d'équation $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{144 - 4k^2} = 1$, $0 < k < 6$.

Le point F_1 est le foyer droit de l'ellipse, et le point F_2 est son foyer gauche.

א. Exprimez les coordonnées des points F_1 et F_2 en fonction de k .

Le point A se trouve dans le premier quadrant sur la parabole dont l'équation est canonique et dont le foyer se trouve au point F_1 , de sorte que $AF_1 = 10k$.

ב. (1) Exprimez l'équation de la directrice de la parabole en fonction de k .

(2) Exprimez les coordonnées du point A en fonction de k .

AF_1 est le diamètre d'un cercle. La droite d'équation $5x + 12y = 138$ est tangente à ce cercle.

ג. Déterminez la valeur de k .

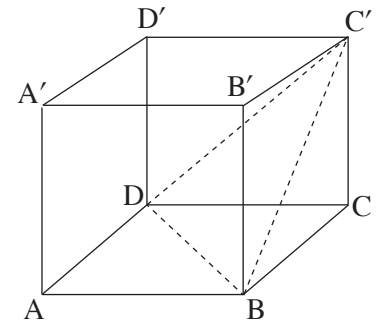
D est un point sur l'ellipse.

ד. Déterminez si le périmètre du triangle F_1AF_2 est supérieur, inférieur, ou égal au périmètre du triangle F_1DF_2 . Justifiez votre réponse.

2. La figure ci-contre représente le cube $ABCD A' B' C' D'$.

On note : $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

⌘. Démontrez que la diagonale CA' est perpendiculaire au plan $BC'D$.



Le point E est le point de concours des médianes dans le triangle $BC'D$.

⌘. (1) Exprimez le vecteur $\overrightarrow{CE}$ en fonction de $\underline{u}$, $\underline{v}$ et $\underline{w}$.

(2) Démontrez que les points C , E et A' se trouvent sur une même droite.

Données : $D(0, 0, 0)$, $C(3, 4, 0)$, $A(4, n, p)$, n et p sont des paramètres.

La cote du point C' est positive.

⌘. (1) Déterminez les coordonnées du point A , puis démontrez que $ABCD$ se trouve sur le plan $z = 0$.

(2) Déterminez les coordonnées du point C' .

ℓ est la droite d'intersection des plans $BC'D$ et $BCC'B'$.

⌘. Déterminez une représentation paramétrique de la droite ℓ .

⌘. Déterminez une représentation paramétrique du plan qui inclut la droite ℓ et qui ne coupe pas l'axe des abscisses.

3. Soit l'équation $z^3 = \frac{1}{z^3}$, z est un nombre complexe.

On sait également que le nombre z_0 est l'une des solutions de cette équation, et qu'il est représenté par un point situé dans le plan de Gauss dans le quatrième quadrant.

⌘. Déterminez le nombre complexe z_0 .

Les points A , B et C représentent respectivement les nombres complexes $d \cdot z_0$, $di \cdot z_0$ et $d \cdot (z_0)^4$ dans le plan de Gauss, $d > 0$ est un paramètre.

On sait que l'aire du triangle ABC est $5d + 6$.

⌘. Déterminez la valeur de d .

On définit : $w = \left((z_0)^2 - \frac{1}{(z_0)^2} \right) (1 + i)$.

⌘. Déterminez $|w|$ ainsi que l'argument (l'angle) de w .

On sait que le nombre w^n (n est un nombre entier naturel) est un nombre imaginaire pur, et qu'il se situe en dehors du cercle dans lequel le triangle ABC est inscrit.

⌘. Déterminez la valeur minimale de n .

Deuxième partie – Croissance et décroissance, fonctions puissances, fonctions exponentielles et logarithmiques

4. Soit la fonction $f(x) = (e^x - 1)^n - 4$ définie pour tout x . n est un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2.

Répondez à l'article $\aleph$ pour n pair et pour n impair.

- $\aleph$. (1) Déterminez l'équation de l'asymptote horizontale de la fonction $f(x)$.
 (2) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type (s'il en existe).
 (3) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Répondez aux articles $\beth$ – $\aleph$ pour $n = 2$.

Soit la fonction $g(x) = 3e^x - 7$, définie pour tout x .

- $\beth$. (1) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec le graphe de la fonction $g(x)$.
 (2) Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction $f(x)$ et par le graphe de la fonction $g(x)$.

Soit la fonction $h(x) = |f(x)|$, définie pour tout x .

- $\aleph$. (1) Combien la fonction $h(x)$ admet-elle de points d'extremum ? Déterminez les coordonnées de ces points, puis déterminez leur type.
 (2) Déterminez l'intervalle des valeurs de k pour lequel la droite $y = k$ coupe le graphe de la fonction $h(x)$ en 3 points.

5. Soit la fonction $f(x) = \ln(x) + \frac{1}{x}$.

- $\aleph$. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
 (2) Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.
 (3) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = (x + 1)(1 - \ln(x))$, définie dans le même domaine de définition que la fonction $f(x)$.

- $\beth$. (1) Déterminez les coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction $g(x)$ avec l'axe des abscisses.
 (2) Déterminez les intervalles de croissance et les intervalles de décroissance de la fonction $g(x)$ (s'il en existe).
 (3) Déterminez l'intervalle de concavité vers le haut $\cup$ et l'intervalle de concavité vers le bas $\cap$ de la fonction $g(x)$.
 (4) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $g(x)$.

Soit la fonction $h(x) = \frac{1}{x} \cdot g'(x)$, définie dans le même domaine de définition que la fonction $g(x)$.

- $\aleph$. Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction $h(x)$, par l'axe des abscisses et par les droites $x = e$ et $x = 1$.

Bonne chance !

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
 Toute copie ou publication est interdite sans
 l'autorisation du Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך