

Mathématiques
4 unités d'étude - premier questionnaire

Instructions

א. Durée de l'examen : trois heures et demie.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire comporte trois parties comprenant huit questions au total.

Première partie — Algèbre, géométrie analytique, probabilités

Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie planes

Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine

Répondez à **cinq** questions, au moins une question de chaque partie — $5 \times 20 = 100$ points.

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.

L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaire (joint au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.

(3) Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée. Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.

Inscrivez "טיוטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד-שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

יש לענות על **חמש** שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק

— $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

(3) יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה"

בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה

עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה !

Questions

Répondez à cinq des questions 1-8, au moins une question de chaque partie (20 points par question).

Attention : si vous répondez à plus de cinq questions, seules les cinq premières réponses de votre cahier seront corrigées.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités

1. Dimanche, Dani et Ariel sont sortis de leur maison respective et ont commencé à marcher l'un vers l'autre.

Dani a marché à une vitesse constante de 6 km/h, et Ariel a marché à une vitesse constante de 8 km/h .

Dani est sorti de chez lui à 8:00 du matin, et Ariel est sorti de chez lui à 8:30 du matin.

Ils se sont rencontrés au milieu du chemin entre leur maison respective.

- א. Déterminez la distance séparant la maison de Dani de la maison d'Ariel.
- ב. Déterminez à quelle heure Dani et Ariel se sont rencontrés.

Lundi, Dani et Ariel sont sortis de leur maison respective en même temps et ont commencé à marcher l'un vers l'autre.

Dani a marché à une vitesse constante qui était différente de la vitesse à laquelle il a marché dimanche, et Ariel a marché à une vitesse constante qui était la même que la vitesse à laquelle il a marché dimanche.

Dani est arrivé à la maison d'Ariel 20 minutes après qu'Ariel est arrivé à la maison de Dani.

- ג. Déterminez la vitesse à laquelle Dani a marché lundi.
- ד. Combien de temps s'est écoulé depuis le moment où Dani et Ariel ont commencé à marcher lundi et le moment où la distance qui les séparait était de 5 km (avant qu'ils se rencontrent) ?

2. Le quadrilatère ABCD de la figure ci-contre est un "cerf-volant" [דלתון].

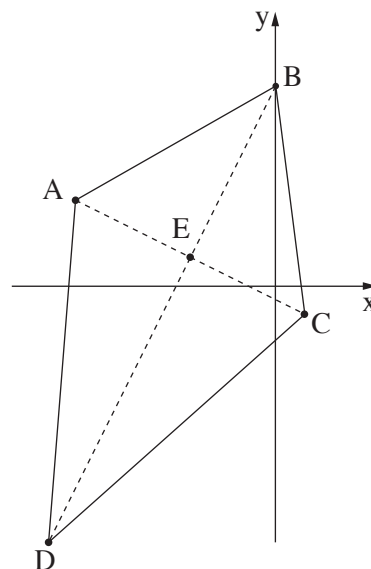
$$DA = DC, BA = BC.$$

Les diagonales du cerf-volant se croisent en un point E.

Données : C(1, -1), A(-7, 3),

le sommet B se situe sur l'axe des ordonnées,

le sommet D se situe dans le troisième quadrant.



⌘. (1) Déterminez l'équation de la diagonale BD.

(2) Déterminez les coordonnées du sommet B.

Donnée : l'aire du cerf-volant ABCD vaut 80.

Ⓐ. Déterminez la longueur de la diagonale BD.

Laissez une racine dans votre réponse.

Ⓐ. Déterminez les coordonnées du sommet D.

Ⓙ. Déterminez l'équation du cercle dont le centre est au point A et auquel la droite BD est tangente. Expliquez.

3. Une partie des habitants d'un village en Chine sont végétariens tandis que les autres habitants sont véganes.

La probabilité qu'un habitant de ce village soit végétarien est supérieure de 0,2 à la probabilité qu'un habitant soit végane.

80 % des habitants du village mangent uniquement avec des baguettes, les autres mangent uniquement avec un couteau et une fourchette.

25 % des habitants du village qui mangent avec un couteau et une fourchette sont végétariens.

On choisit au hasard un habitant du village.

⌘. Quelle est la probabilité que l'habitant qui a été choisi soit un végétarien qui mange avec des baguettes ?

Ⓐ. (1) Quelle est la probabilité que l'habitant qui a été choisi soit un végétarien **ou** qu'il mange avec des baguettes ?

(2) On sait que l'habitant qui a été choisi est végétarien **ou** qu'il mange avec des baguettes.

Quelle est la probabilité que cet habitant soit un végétarien qui mange avec des baguettes ?

On sait que dans ce village vivent 60 habitants en tout.

Ⓐ. On choisit au hasard l'un après l'autre (sans remise), deux habitants du village.

Quelle est la probabilité que les deux habitants choisis soient des végétariens qui mangent avec des baguettes ?

Donnez une réponse avec 3 chiffres après la virgule ou sous forme de fraction réduite.

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie planes

4. Le quadrilatère ABCD est un rectangle.

Le point E se situe sur le prolongement du côté CB, comme représenté sur la figure ci-contre.

Le segment DE coupe le côté AB en un point F.

⌘. Démontrez que $\triangle AFD \sim \triangle BFE$.

Donnée : l'aire du triangle AFD est 9 fois plus grande que l'aire du triangle BFE.

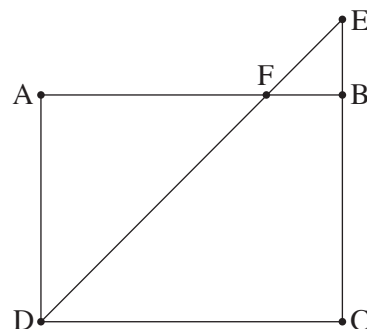
Ⓐ. Déterminez le rapport $\frac{AF}{FB}$.

Données : $EB = 4$,

l'aire du rectangle ABCD vaut 192.

Ⓐ. (1) Déterminez la longueur du côté CB.

(2) Déterminez la longueur du rayon du cercle dans lequel le triangle DCE est inscrit.



5. La figure ci-dessous représente deux triangles :

un triangle ADC dont tous les angles sont aigus, et un triangle isocèle ABC dans lequel $BC = BA$.

Données : l'aire du triangle ABC vaut 113,

$\angle ABC = 50^\circ$.

⌘. Déterminez la longueur du côté AB.

Ⓐ. Déterminez la longueur du côté AC.

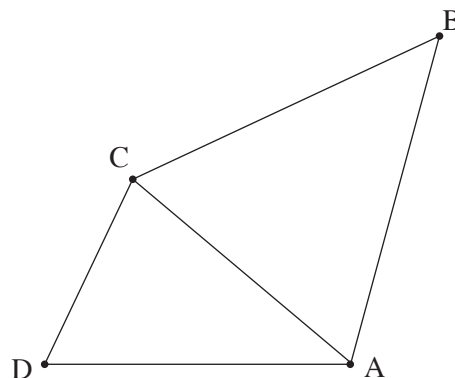
Donnée : le rayon du cercle dans lequel le triangle ADC est inscrit vaut 8.

Ⓐ. Déterminez la mesure de l'angle ADC.

Donnée : $AD = 15$.

Ⓐ. Déterminez la mesure de l'angle CAD.

Ⓐ. Déterminez la longueur BD.



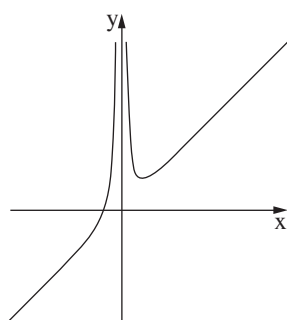
Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines

6. Soit la fonction $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$.

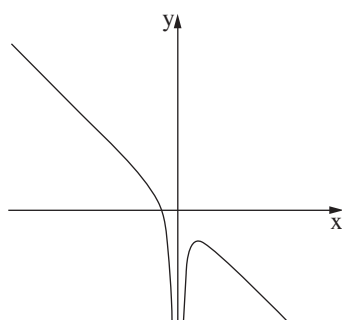
- א. Quel est le domaine de définition de la fonction $f(x)$?
- ב. Déterminez les coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.

Donnez une réponse avec 2 chiffres après la virgule

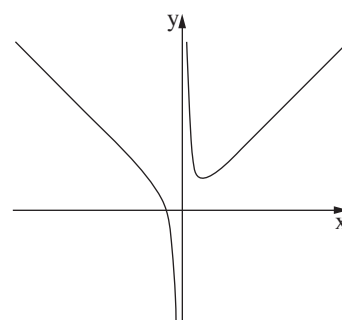
- ג. Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.
- ד. L'un des graphes I-III figurant à la fin de la question, représente la fonction $f(x)$. Déterminez lequel, puis justifiez votre réponse.
- ה. Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction $f(x)$, par la droite $x = 1$ et par la droite $x = 2$, et par l'axe des abscisses.



III



II



I

7. Soit la fonction $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \sqrt{2x + b}$, b est un paramètre.

On sait que le graphe de la fonction $f(x)$ coupe l'axe des abscisses uniquement au point $(8, 0)$.

א. Déterminez b .

Substituez $b = 9$, puis répondez aux articles 7-ב.

ב. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.

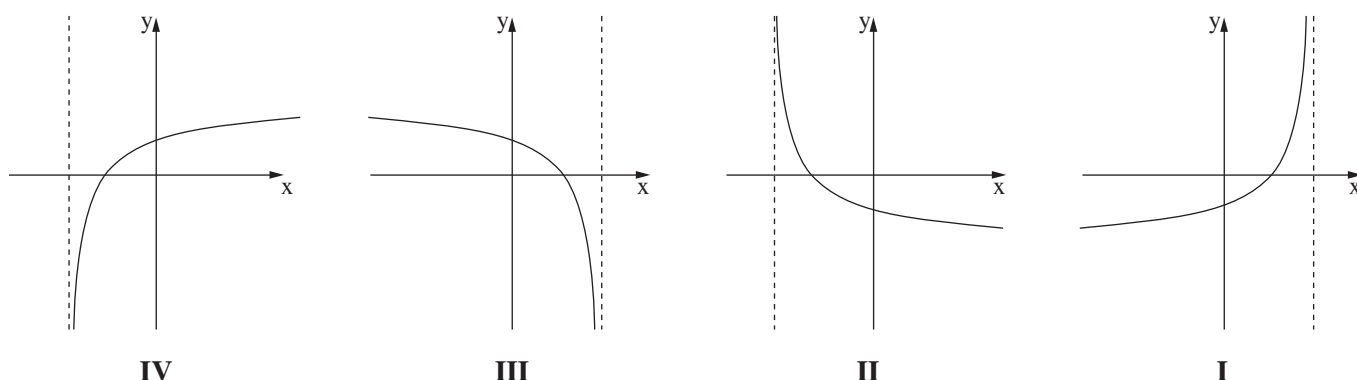
ג. (1) Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.

(2) Déterminez les coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des ordonnées.

(3) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

ד. L'un des graphes I-IV figurant à la fin de la question représente le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$.

Déterminez lequel, puis justifiez votre réponse.



8. Le quadrilatère ABCD est un trapèze rectangle, $AB \parallel DC$ (voir figure).

La hauteur BE du trapèze **coupe en son milieu** la base DC.

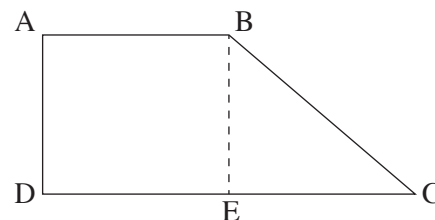
L'aire du trapèze vaut $12\sqrt{2}$.

On note x la longueur du côté AB.

א. Exprimez la longueur de la hauteur du trapèze en fonction de x .

ב. Déterminez la valeur de x pour laquelle la somme des carrés des côtés non-parallèles du trapèze ($AD^2 + BC^2$) est minimale.

ג. Est-il possible que la somme des carrés des côtés non-parallèle du trapèze vaille 30 ? Justifiez.



Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך