

מערכות תקשורת ובקרה ה'

למתמחים במערכות אלקטרוניות במגמת הנדסת אלקטרוניקה ומחשבים

(כיתה י"ד)

הוראות לנבחנים

א. משך הבחינה: ארבע שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים ובהם שמונה שאלות. יש להשיב על ארבע שאלות בלבד, שאלה אחת לפחות מכל פרק. לכל שאלה – 25 נקודות. סך-הכול – 100 נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש: מחשבון.

ד. הוראות מיוחדות:

- ענו על מספר השאלות הנדרש בשאלון. המעריך יקרא ויעריך את מספר התשובות הנדרש בלבד, לפי סדר כתיבתן במחברת, ולא יתייחס לתשובות נוספות.
- התחילו כל תשובה לשאלה חדשה בעמוד חדש.
- כתבו את כל התשובות אך ורק בעט.
- הקפידו לנסח את התשובות כהלכה ולסרטט את התרשימים בבהירות.
- כתבו את התשובות בכתב-יד ברור, כדי לאפשר הערכה נאותה שלהן.
- אם לדעתכם חסר נתון, הוסיפו אותו על-פי שיקול דעתכם ופתרו בעזרתו את השאלה. כתבו בתשובות את הנתון שהוספתם.
- בכתיבת פתרונות חישוביים, קבלת מִרְב הנקודות מותנית בהשלמת כל המהלכים שלהלן, בסדר שבו הם כתובים:
 - * כתיבת הנוסחה המתאימה.
 - * הצבה של כל הערכים ביחידות המתאימות.
 - * חישוב (אפשר באמצעות מחשבון).
 - * כתיבת התוצאה המתקבלת, ולצדה יחידות המידה המתאימות.
 - * ליווי הפתרון החישובי בהסבר קצר.
- בנספח ג' לשאלון זה מובא מילון מונחים בשפות עברית, ערבית, אנגלית ורוסית. תוכלו להיעזר בו בעת הצורך.
- צרפו את שלושת דפי ה-A4 למחברת הבחינה.

כתבו במחברת הבחינה בלבד, בעמודים נפרדים, כל מה שברצונכם לכתוב כטיוטה (ראשי פרקים, חישובים וכדומה).
כתבו "טיוטה" בראש כל עמוד טיוטה. כתיבת טיוטות כלשהן על דפים שמחוץ למחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה!

בשאלון זה 9 עמודים ו-23 עמודי נספחים.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים,
אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

השאלות

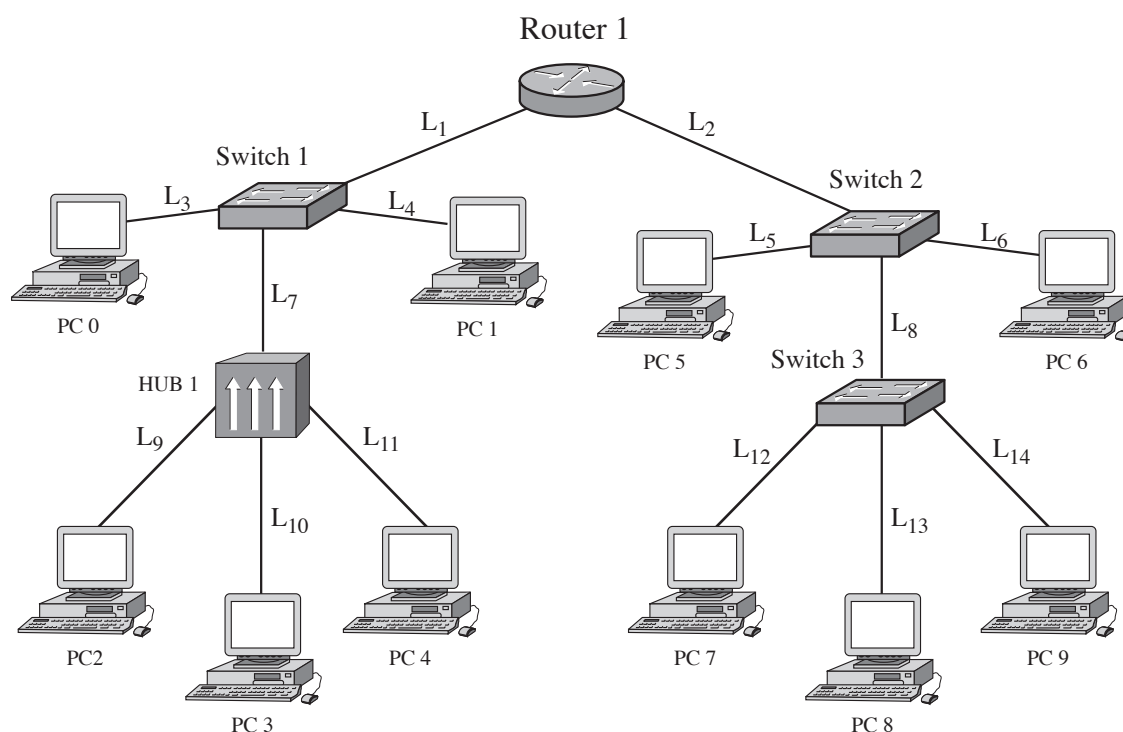
בשאלון זה שני פרקים ובהם שמונה שאלות. ענו על ארבע שאלות בלבד, שאלה אחת לפחות מכל פרק.

פרק ראשון: תקשורת מחשבים

ענו על שאלה אחת לפחות מבין השאלות 1-4 (לכל שאלה – 25 נקודות).

שאלה 1

- 12 נק' א. להלן רשימה של התקנים הפועלים ברשת Ethernet.
משחזר (Repeater), רכזת (HUB), גשר (Bridge), מתג (Switch), נתב (Router).
ציינו עבור כל התקן מה תפקידו ומה השכבה במודל OSI שבה הוא פועל.
באיור לשאלה 1 מתוארת רשת מחשבים.

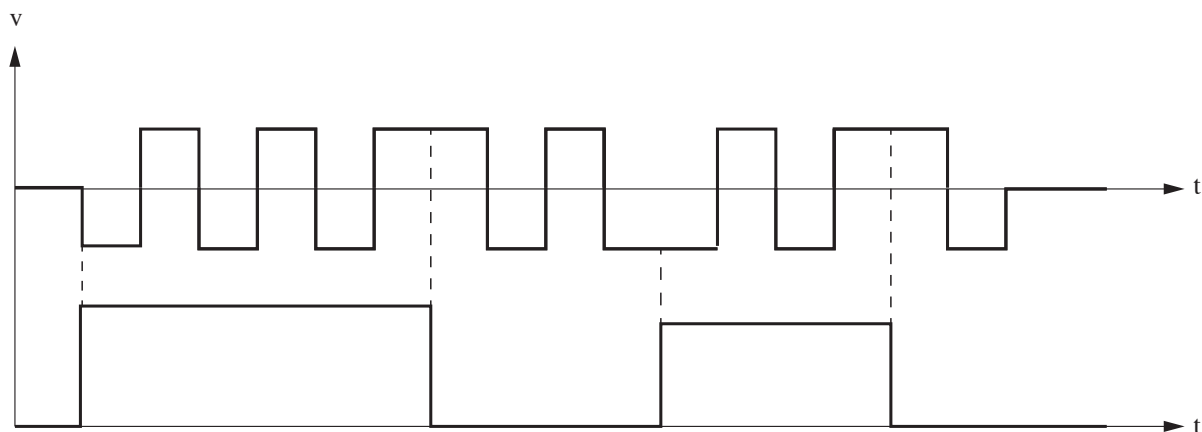


איור לשאלה 1

- 13 נק' ב. 1. כמה מרחבי Broadcast קיימים ברשת זו? ציינו עבור כל מרחב אילו מחשבים שייכים לו, ושייכו כל קישור (L) למרחב שבו הוא נמצא.
2. בדקה האחרונה שלח כל אחד מהמחשבים הודעה אחת לפחות.
בזמן זה שולח PC0 הודעת Ethernet ל-PC2. ציינו את מסלול ההודעה, וכתבו אל מי מהמחשבים והתקני הרשת שבאיור היא תישלח.

שאלה 2

באיור לשאלה 2 נתון תרשים של שני אותות תקשורת המקודדים מידע ספרתי. אחד מהם מקודד בשיטת NRZ והאחר מקודד בשיטת Manchester. שני האותות משדרים את אותם הנתונים בקידודים שונים.



איור לשאלה 2

- א. (8 נק') העתיקו למחברת הבחינה את שני האותות. שחזרו והשלימו בתרשים, בעזרת אחד האותות, את אות השעון. ציינו איזה מבין שני האותות הצלחתם לשחזר, וכיצד עשיתם זאת.
- ב. (6 נק') ציינו כיצד מזהים 1 לוגי ו-0 לוגי בכל אחת משיטות הקידוד המתוארות באיור.
- ג. (5 נק') שחזרו את אות המידע המשודר.
- ד. (6 נק') ציינו יתרון אחד וחיסרון אחד של כל אחת מן השיטות המתוארות בשאלה.

שאלה 3

(12 נק') א. באיור א' לשאלה 3 מתואר פלט של דף אינטרנט כפי שמוצג על-גבי דפדפן.

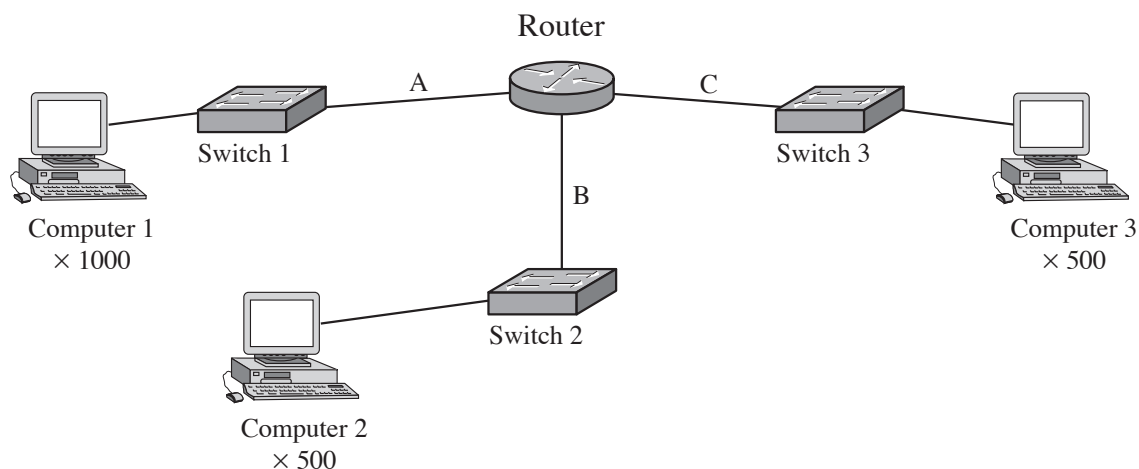
3 × 4 Matrix Keyboard

1	2	3
4	5	6
7	8	9
*	0	#

איור א' לשאלה 3

ממשו את דף האינטרנט שהפלט שלו מוצג באיור בשפת HTML.

- (13 נק') ב. באיור ב' לשאלה 3 מתוארת רשת תקשורת הכוללת נתב המחבר את שלוש תתי-הרשתות A, B ו-C. כל תת-רשת מחוברת למתג המסוגל לחבר מחשבים רבים.

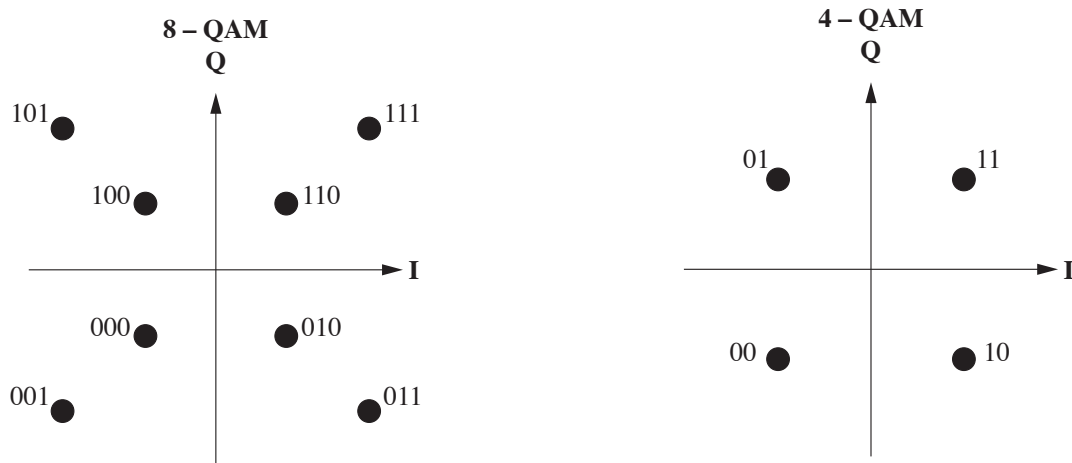


איור ב' לשאלה 3

- תתי-הרשת A נדרשת לתמוך ב-1,000 מחשבים. תתי-הרשתות B ו-C נדרשות לתמוך ב-250 מחשבים כל אחת.
- קיבלתם הקצאת כתובת IP תחת רשת שהקידומת שלה היא: 10.0.0.0/21.
1. (5 נק') קבעו את הקידומות עבור כל אחת משלושת תתי-הרשתות A, B ו-C.
 2. (4 נק') תארו את כתובת ה-IP הנמוכה ביותר והגבוהה ביותר בכל תת-רשת.
 3. (4 נק') כתבו את מסכת הקלט עבור כל תת-רשת בבסיס עשרוני.

שאלה 4

באיור לשאלה 4 נתון גרף המתאר את וקטור המתח במישור הפאזה, במעלות, של שתי שיטות קידוד QAM עבור אותות ספרתיים על תווך אנלוגי:



איור לשאלה 4

- א. (6 נק') מבין שתי השיטות המתוארות באיור, באיזו שיטת קידוד ניתן לשדר כמות גדולה יותר של סיביות על תווך שרוחב הפס שלו קבוע והוא אינו מושפע מרעשים? נמקו את התשובה.
- ב. (6 נק') בכל אחד משתי שיטות הקידוד, חשבו את קצב השידור המרבי, אם ידוע שרוחב הפס של ערוץ התקשורת הוא 100 Mhz.
- ג. (5 נק') מהי השכבה במודל חמש השכבות (יישום, תובלה, רשת, ערוץ ופיזית) המגבילה את קצב העברת המידע במערכת תקשורת בין מחשבים? נמקו את התשובה.
- ד. (8 נק') מערכת שידור וקליטה משתמשת ב-CRC לגילוי שגיאות בעזרת הפולינום $X^5 + X^4 + X^2 + 1$.
1. (4 נק') משדרים את רצף הסיביות 100101011 (ביט שמאל נשלח ראשון). חשבו את סיבית הביקורת שיש לצרף לרצף הסיביות.
2. (4 נק') הניחו שאתם הצד הקולט. בדקו את הרצף שהתקבל, וקבעו אם יש בו שגיאה.

פרק שני: עיבוד אותות

ענו על שאלה אחת לפחות מבין השאלות 5-8 (לכל שאלה – 25 נקודות).

שאלה 5

(13 נק') א. נתון האות הרציף: $x_1(t) = u(t+2) + 2 \cdot u(t) - 3 \cdot u(t-4)$.

1. סרטטו את האות על-גבי מערכת צירים בתחום הזמנים $-8 \leq t \leq 8 \text{ sec}$.

2. סרטטו את תמונת הראי של האות $x(-t) \leftarrow x(t)$.

3. בצעו הזזה בזמן של האות $x(t) \leftarrow x(t-2)$ וסרטטו את האות המתקבל כתוצאה מהזזה זאת.

(12 נק') ב. נתון האות הבדיד: $x_2[n] = u[n+2] + 2 \cdot u[n] - 3 \cdot u[n-4]$.

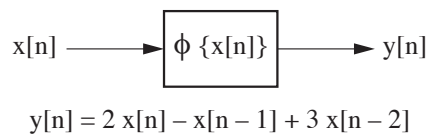
1. סרטטו את האות $x_2[n]$ במערכת צירים עבור ערכי n בתחום: $-6 \leq n \leq 6$.

2. כתבו את האות $x_2[n]$ כסכום של אותות הלם.

3. האות $x_2[n]$ הוכנס לגוזר ספרתי הנתון על ידי הביטוי $y[n] = x[n] - x[n-1]$.
כתבו את האות $y[n]$ כסכום אותות הלם, וסרטטו אותו במערכת צירים עבור ערכי n בתחום $-6 \leq n \leq 6$.

שאלה 6

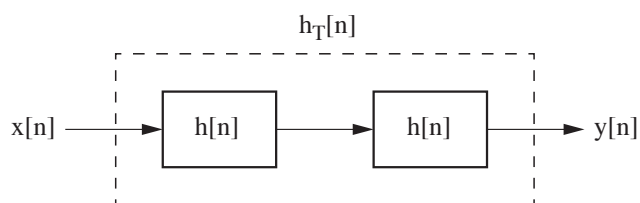
באיור א' לשאלה 6 מתוארת מערכת ליניארית וקבועה בזמן, בזמן בדיד, באמצעות משוואת הפרשים.



איור א' לשאלה 6

- (5 נק') א. חשבו את התגובה להלם, $h[n]$, של המערכת הנתונה.
(8 נק') ב. סרטטו תרשים מלבנים של המערכת. השתמשו באבני הבניין היסודיות: מסכם, הגברה והשהיית יחידה.

- בכניסת המערכת מספקים את האות: $x[n] = 3\delta[n] + \delta[n-1] - 2\delta[n-2] + \delta[n-3]$.
(7 נק') ג. חשבו את האות $y[n]$ המתקבל במוצא המערכת (בצורה ישירה או באמצעות משפט הקונבולוציה).
(5 נק') ד. באיור ב' לשאלה מתואר חיבור של שתי מערכות בטור.



איור ב' לשאלה 6

חשבו את התגובה להלם של המערכת השקולה.

שאלה 7

נתון האות הרציף והמחזורי: $x(t) = 5 \cos(10\pi t) + 2 \cos(30\pi t)$.

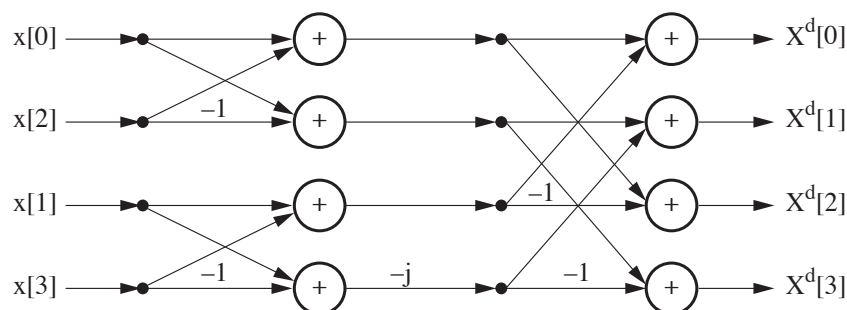
דוגמים את האות הנתון בתדר דגימה $f_s = 40 \text{ Hz}$.

- א. (6 נק') כתבו את משוואת האות הבדיד, $x[n]$, המתקבל לאחר פעולת הדגימה.
- ב. (7 נק') מצאו את התמרת פורייה, $X(\omega)$, של אות המבוא, $x(t)$, וסרטטו את הספקטרום המתקבל.
- ג. (8 נק') סרטטו את הספקטרום, $X_s(\omega)$, של האות הדגום, $x[nT_s]$, בתחום $-\pi \leq \omega \leq \pi \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$.
- ד. (4 נק') סרטטו את הספקטרום, $X^F(\theta)$, של האות הבדיד $x[n]$, בתחום $-\pi \leq \theta \leq \pi [\text{rad}]$. ציינו את ערכי הזוויות בהן מופיע אות.

שאלה 8

נתון אות בדיד המיוצג כסדרה של ארבעה איברים: $x[n] = \{1, -2, -2, 1\}$ עבור $n = 0, 1, 2, 3$ בהתאמה.

- א. (10 נק') 1. חשבו את התמרת פורייה לאות בדיד $X^f(\theta)$.
2. חשבו את הערך המוחלט של ההתמרה בזוויות: $0, \pi/2, \pi$.
- ב. (8 נק') חשבו את ה-DFT $X^d[k]$ של הסדרה בעזרת ייצוג מטריציוני.
- ג. (7 נק') באיור לשאלה 8 נתון חישוב DFT באמצעות אלגוריתם FFT. העתיקו את האיור למחברת, וחשבו באמצעותו את ה-DFT של הסדרה.



איור לשאלה 8

בהצלחה!

אין להעביר את הנוסחאון
לנבחן אחר

נוסחאון בתקשורת מחשבים לכיתה י"ד

(6 עמודים)

יחס אות לרעש

- S.N.R [dB] – יחס אות לרעש
- P_s [W] – הספק נושא המידע (Signal)
- P_n [W] – הספק הרעש (Noise)

$$S.N.R = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{P_s}{P_n} \right)$$

משפט שאנון

- C [bps] – קצב המרבי להעברת נתונים בקו תקשורת
- W [Hz] – רוחב הפס של הקו

$$C = W \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_s}{P_n} \right)$$

משפט נייקוויסט

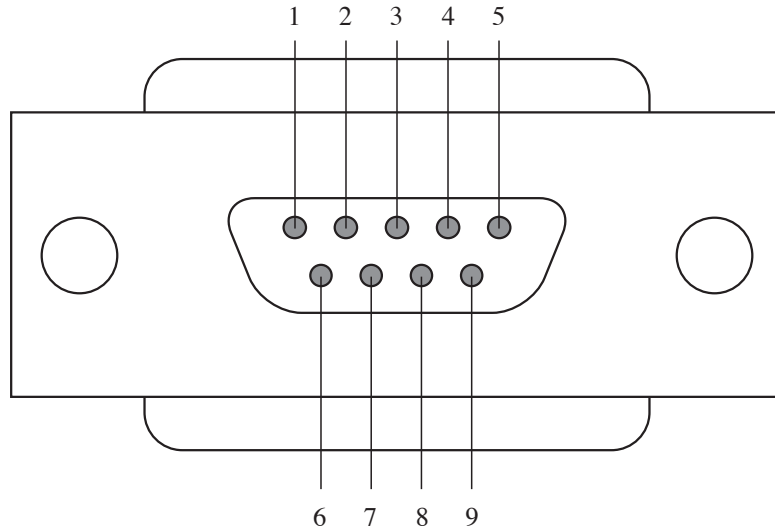
- D [baud] – קצב העברת האות הספרתי
- R [bps] – קצב להעברת נתונים בקו תקשורת
- M – מספר הרמות (בריבוי רמות)
- N – מספר הסיביות המוצפנות

$$D \leq 2W$$

$$R = D \cdot N = D \cdot \log_2 M$$

$$M = 2^N$$

מיפוי הזקים בתקן RS-232



Pin	Signal	Pin	Signal
1	Data Carrier Detect	6	Data Set Ready
2	Received Data	7	Request to Send
3	Transmitted Data	8	Clear to Send
4	Data Terminal Ready	9	Ring Indicator
5	Signal Ground		

מבנה התשדורת ב־USB

SYNC	PID	PS	CRC	EOP
------	-----	----	-----	-----

SYNC = Synchronize

PID = Packet Identification

PS = Packet Specific

CRC = Cyclic Redundancy Check

EOP = End of Packet

המשך בעמוד 3

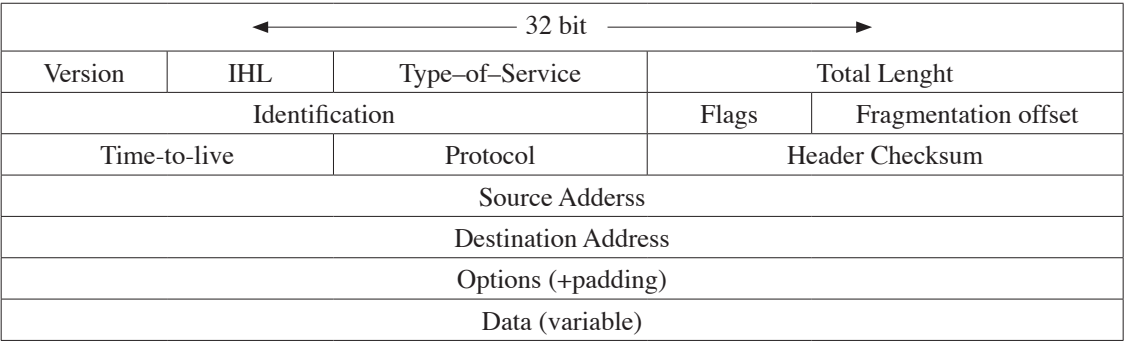
סוגי התשדורת ב־USB

Group	PID Value	Packet Identifier
<u>Token</u>	0001	OUT Token
	1001	IN Token
	0101	SOF Token
	1101	SETUP Token
<u>Data</u>	0011	DATA0
	1011	DATA1
<u>Handshake</u>	0010	ACK Handshake
	1010	NAK Handshake
	1110	STALL Handshake
<u>Special</u>	1100	Preamble

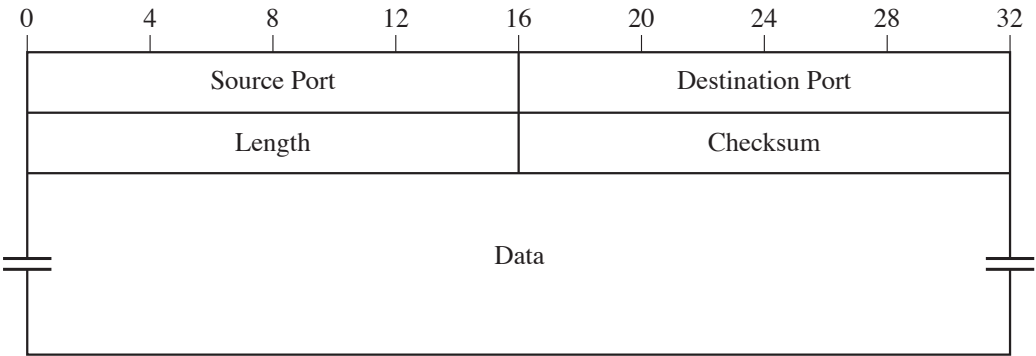
4 B/5 B mapping codes

Data Sequence	Encoded Sequence
0000	11110
0001	01001
0010	10100
0011	10101
0100	01010
0101	01011
0110	01110
0111	01111
1000	10010
1001	10011
1010	10110
1011	10111
1100	11010
1101	11011
1110	11100
1111	11101

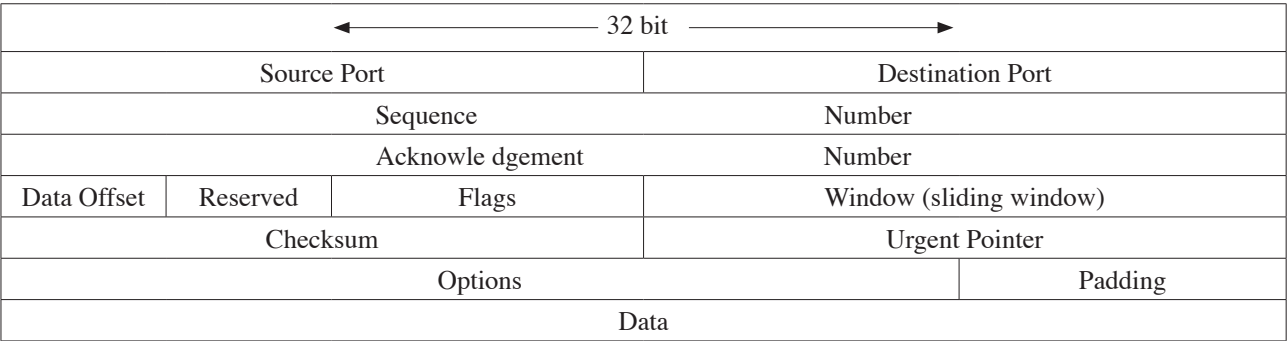
IP packet



UDP packet



TCP packet



Tag name and description	Example
A Simple HTML Document <html> - root element of an HTML page <head> - contains meta information about the HTML page <title> - specifies a title for the HTML page <body> - defines the document's body	<pre><!DOCTYPE html> <html> <head> <title>Page Title</title> </head> <body> <h1>My First Heading</h1> <p>My first paragraph.</p> </body> </html></pre>
 Defines an image	<pre></pre>
<a> define a link	<pre> Google</pre>
<h1> to <h6> Defines HTML headings
 Inserts a single line break <p> Defines a paragraph <div> defines a division or a section inline container used to mark up a part of a text.	<pre><h1 style="font-size:60px;">Heading 1</h1> <p>This is a paragraph.</p></pre>
<form> create an HTML form for user input. <input> specifies an input field where the user can enter data.	<pre><form action="action_page.aspx" method="get"> <label for="fname">First name:</label> <input type="text" id="fname" name= "fname">
 <label for="lname">Last name:</label> <input type="text" id="lname" name= "lname">
 <input type="submit" value="Submit"> </form></pre>

HTML tables allow web developers to arrange data into rows and columns.	<code><table style="width:100%"></code>
	<code><tr></code>
	<code><th>Person 1</th></code>
	<code><th>Person 2</th></code>
	<code></tr></code>
<code><table></code> Defines a table	<code><tr></code>
<code><th></code> Defines a header cell in a table	<code><td>Gal</td></code>
<code><tr></code> Defines a row in a table	<code><td>Tal</td></code>
<code><td></code> Defines a cell in a table	<code></tr></code>
	<code></table></code>

אין להעביר את הנוסחאון
לנבחן אחר

נוסחאון עיבוד אות ספרתי (16 עמודים)

זהויות טריגונומטריות שימושיות

$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} \cdot [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} \cdot [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$	$\sin(2\alpha) = 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
$\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} \cdot [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$	$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
	$\cos(2\alpha) = 2 \cdot \cos^2 \alpha - 1$
	$\cos(2\alpha) = 1 - 2 \cdot \sin^2 \alpha$

נוסחאות אוילר:

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha \quad ; \quad e^{-j\alpha} = \cos \alpha - j \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2} \quad ; \quad \sin \alpha = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j}$$

1. אותות

אות סינוסואידלי רציף : $s(t) = A \sin(\omega t + \phi) = A \sin(2\pi f \cdot t + \phi)$	A - תנופת האות ω $\left[\frac{rad}{sec}\right]$ - תדירות זוויתית ϕ $[rad]$ - זווית המופע f $[Hz]$ - תדר האות הרציף T $[sec]$ - זמן מחזור האות הרציף
אות סינוסואידלי בדיד : $s[n] = A \sin[\Omega n + \phi] = A \sin[2\pi \cdot F \cdot n + \phi]$	Ω $[rad]$ - זווית באות בדיד F - "תדירות" האות הבדיד (ללא יחידות)
פונקציית מדרגת יחידה בזמן בדיד $u[n] = \begin{cases} 1 & n \geq 0 \\ 0 & n < 0 \end{cases}$	$u[n]$ - מדרגת יחידה בזמן בדיד n - מספר שלם
פונקציית הלם יחידה בזמן בדיד $\delta[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$	$\delta[n]$ - פונקציית הלם בזמן בדיד

קשר בין מדרגת יחידה להלם יחידה בזמן בדיד

$$u[n] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta[n-k] \quad \delta[n] = u[n] - u[n-1]$$

זמן רציף t	זמן בדיד n	טרנספורמציות פשוטות של המשתנה הבלתי תלוי
$x(t) \rightarrow x(-t)$ סביב $t = 0$	$x[n] \rightarrow x[-n]$ סביב $n = 0$	החזרת תמונת ראי סביב
$x(t) \rightarrow x(t - T_0)$	$x[n] \rightarrow x[n - N_0]$	הזזה בזמן
$x(t) \rightarrow x(a \cdot t)$ $a > 0$		כיווץ או הרחבה

2. דגימת אותות

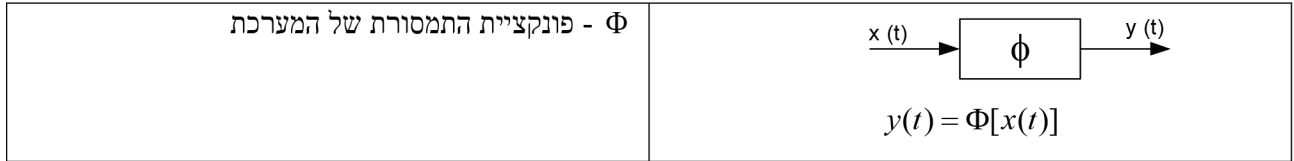
הקשר בין תדירות בזמן רציף לתדירות בזמן בדיד :	T_s [sec] - מרווח הדגימה
$F = f \cdot T_s$	
משפט הדגימה של נייקוויסט :	F_s [Hz] - תדר הדגימה
$F_s \geq 2f_{\max}$	$f_{\max}$ [Hz] - התדר המרבי של האות הנדגם

מעבר בין תמונת ספקטרום של אות בדיד $X^f(\theta) = DTFT\{x[n]\}$ לתמונת הספקטרום של האות הדגום

$X^F(\omega)$, כאשר האות נדגם במרווחי דגימה T_s :

$$X^f(\theta) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X^F\left(\frac{\theta - 2\pi k}{T_s}\right) \Leftrightarrow X^f(\omega T_s) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X^F\left(\omega - \frac{2\pi k}{T_s}\right)$$

3. מערכות בסיסיות



התנאי לליניאריות

$$a, b \text{ - קבועים כלשיהם} \quad \Phi[a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t)] = a \cdot \Phi[x_1(t)] + b \cdot \Phi[x_2(t)]$$

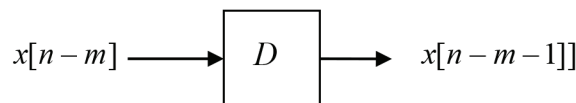
$x_1(t)$, $x_2(t)$ - אותות המבוא למערכת

התנאי למערכת קבועה בזמן (TI=Time Invariant)

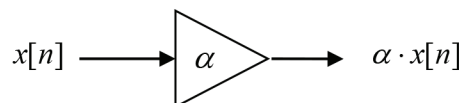
$$\theta \text{ - הזזה בזמן} \quad y(t + \theta) = \Phi[x(t + \theta)]$$

* הערה: הסימנים הנ"ל תקפים גם לאות בדיד כאשר $x(t)$ הופך ל- $x[n]$, $y(t)$ הופך ל- $y[n]$

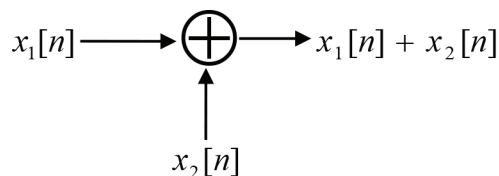
אבני בניין בסיסיות לתיאור מערכת ליניארית קבועה בזמן (LTI):



השהיית יחידה:



הכפלה בקבוע:



מסכם:

4. תגובת מערכת ליניארית קבועה בזמן (LTI = Linear Time Invariant)

א. נוסחת הקונבולוציה בזמן רציף : * - סימול פעולת הקונבולוציה

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau$$

התגובה להלם של מערכת בזמן רציף - $h(t)$

ב. נוסחת הקונבולוציה בזמן בדיד:

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{-\infty}^{\infty} x[k] \cdot h[n - k]$$

התגובה להלם של מערכת בזמן בדיד - $h[n]$

קונבולוציה עם פונקציית דלתא:

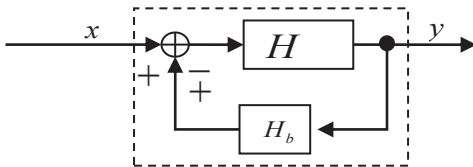
$$x(t) * \delta(t - t_0) = x(t - t_0) \quad x(t) * \delta(t) = x(t)$$

בזמן רציף:

$$x[n] * \delta[n - N_0] = x[n - N_0] \quad x[n] * \delta[n] = x[n]$$

בזמן בדיד:

אפיון מערכת LTI בתוספת משוב (שלילי או חיובי):



$$H_{Total} = \frac{H}{1 \pm H \cdot H_b}$$

5. שחזור אותות

$$H_r(\omega) = \begin{cases} T, & |\omega| < \omega_m \\ 0, & |\omega| \geq \omega_m \end{cases} \Rightarrow h_r(t) = \text{sinc}\left(\frac{t}{T}\right)$$

שחזור ע"י מסנן אידיאלי (לא סיבתי):

שחזור על-ידי משחזר מסדר אפס (ZOH=Zero Order Hold)

$$h_{zoh}(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < T_s \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

התגובה להלם של משחזר מסדר אפס - $h_{zoh}(t)$

6. התמרות / טורי פורייה הגדרות

- טור פורייה - Fourier Series (FS)
- התמרת פורייה - Fourier Transform (FT)
- התמרת פורייה לאות בדיד - Discrete Time Fourier Transform (DTFT)
- התמרת פורייה בדידה - Discrete Fourier Transform (DFT)

ייצוג בתדר	נוסחת האנליזה	ייצוג בזמן	נוסחת הסינתזה	
בדיד לא מחזורי	$a_k = \frac{1}{T} \int_T x(t) \cdot e^{-jk\frac{2\pi}{T}t} dt$	רציף מחזורי $x(t) = x(t+T)$	$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \cdot e^{jk\frac{2\pi}{T}t}$	FS
רציף לא מחזורי	$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$	רציף לא מחזורי	$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega$	FT
רציף מחזורי $X^f(\theta) = X^f(\theta + 2\pi)$	$X^f(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] \cdot e^{-j\theta n}$	בדיד לא מחזורי	$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi} X^f(\theta) \cdot e^{j\theta n} d\theta$	DTFT
בדיד מחזורי $X[k] = X[k+N]$	$X^D[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$	בדיד מחזורי $x[n] = x[n+N]$	$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X^D[k] \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$	DFT

סימונים:

a_k, C_n - מייצגים את מקדמי טור פורייה

$X(\omega), X^F(\omega)$ - התמרת פוריה של אות רציף $-\infty < \omega < +\infty$

$X(\theta), X^f(\theta), X(\Omega)$ - התמרת DTFT כאשר התחום הוא $[-\pi, \pi)$

$X^D[k], X^d[k], X[k]$ - התמרת DFT של $x[n]$

7. התמרת פורייה - Fourier Transform (FT)

תכונות

תכונה	התמרת פורייה	האות בזמן	Operation
ליניאריות	$a \cdot X(\omega) + b \cdot Y(\omega)$	$a \cdot x(t) + b \cdot y(t)$	Linearity
הזזה בזמן	$e^{-j\omega t_0} \cdot X(\omega)$	$x(t - t_0)$	Time shifting
הזזה בתדר	$X(\omega - \omega_0)$	$e^{j\omega_0 t} \cdot x(t)$	Frequency shifting
כיווץ / מתיחה בזמן	$\frac{1}{ a } X\left(\frac{\omega}{a}\right)$	$x(at)$	Scaling
קונבולוציה	$X(\omega) \cdot Y(\omega)$	$x(t) * y(t)$	Convolution
שוויון פרסבל לאותות לא מחזוריים	$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) ^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) ^2 d\omega$		

פונקציות נבחרות

מס'	אות	התמרת פורייה
1.	$\delta(t)$	1
2.	$x(t) = 1$	$2\pi\delta(\omega)$
3.	$\cos \omega_0 t$	$\pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$
4.	$\sin \omega_0 t$	$\frac{\pi}{j}[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]$
5.	$x(t) \cdot \cos(\omega_0 t)$	$\frac{1}{2}(X(\omega - \omega_0) + X(\omega + \omega_0))$
6.	$\frac{W}{\pi} \text{sinc}(Wt) = \frac{\sin Wt}{\pi t}$	$X(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega < W \\ 0 & \omega > W \end{cases}$
7.	$x(t) = \begin{cases} b & t < a \\ 0 & t > a \end{cases}$	$b \cdot 2 \cdot a \cdot \text{sinc}(a\omega)$
8.	$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$	$\frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega), \omega \neq 0 ; \pi\delta(0), \omega = 0$
9.	$e^{-at}u(t) ; \text{Re}(a) > 0$	$\frac{1}{a + j\omega}$

8. התמרת פורייה לאות בזיד - Discrete Time Fourier Transform (DTFT)

תכונות

Operation	האות בזמן	התמרת פורייה	תכונה
Linearity	$a \cdot x[n] + b \cdot y[n]$	$a \cdot X^f(\theta) + b \cdot Y^f(\theta)$	ליניאריות
Time shifting	$x[n - n_0]$	$e^{-j\omega_0 n} \cdot X^f(\theta)$	הזזה בזמן
Frequency shifting	$e^{j\omega_0 n} \cdot x[n]$	$X^f(\theta - \omega_0)$	הזזה בתדר
Convolution	$x[n] * y[n]$	$X^f(\theta) \cdot Y^f(\theta)$	קונבולוציה
	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] ^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X^f(\theta) ^2 d\theta$		שוויון פרסבל לאותות לא מחזוריים

9. התמרת פורייה בדידה - Discrete Fourier Transform (DFT)

ייצוג מטריצי של DFT:

סימון: $W_N \equiv e^{j\frac{2\pi}{N}}$

$$x_N = [x[0] \quad x[1] \quad \dots \quad x[N-1]]^T, \quad X_N^d = [X^d[0] \quad X^d[1] \quad \dots \quad X^d[N-1]]^T$$

$$\underline{F}_N = \begin{bmatrix} W_N^0 & W_N^0 & W_N^0 & \dots & W_N^0 \\ W_N^0 & W_N^{-1} & W_N^{-2} & \dots & W_N^{-(N-1)} \\ W_N^0 & W_N^{-2} & W_N^{-4} & \dots & W_N^{-2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_N^0 & W_N^{-(N-1)} & W_N^{-2(N-1)} & \dots & W_N^{-(N-1)^2} \end{bmatrix}$$

$X_N^d = \underline{F}_N \cdot x_N$

קונבולוציה מחזורית:

נתונות הסדרות $x[n], y[n]$ בעלות אורך (או מחזור) שווה $N < \infty$, נגדיר קונבולוציה מחזורית ע"י:

$$(x \otimes y)[n] \equiv \sum_{m=0}^{N-1} x[m] y[(n-m) \bmod N] = \sum_{m=0}^{N-1} \tilde{x}[m] \tilde{y}[n-m], \quad 0 \leq n \leq N-1$$

▪ $\tilde{x}[n] = x[n \bmod N] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n-kN]$: בהתאמה: $x[n], y[n]$ ההרחבות המחזוריות של

▪ אם אורכי הסדרות אינם שווים ניתן לרפד באפסים.

תכונות הקונבולוציה המחזורית:

$$z[n] = (x \otimes y)[n] \Rightarrow Z^d[k] = X^d[k] Y^d[k]$$

$$z[n] = x[n] y[n] \Rightarrow Z^d[k] = \frac{1}{N} (X^d \otimes Y^d)[k]$$

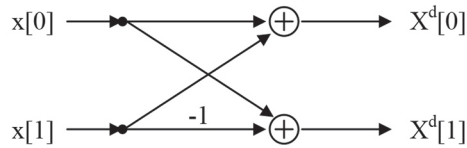
תכונות

▪ האותות $x[n]$, $y[n]$, $X[k]$, $Y[k]$ הינם בעלי אורך זהה – באורך N .

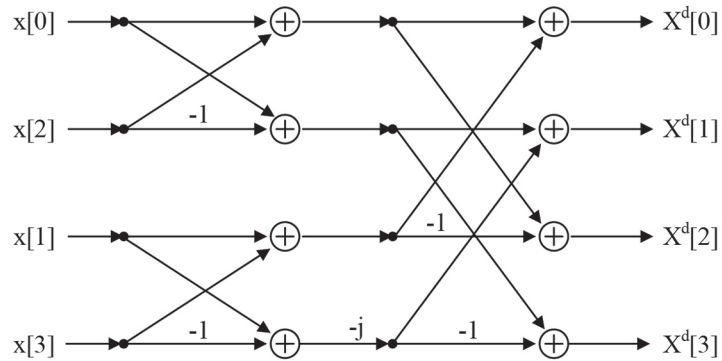
תכונה	התמרת פורייה	האות בזמן בדיד	Operation
ליניאריות	$aX^d[k] + bY^d[k]$	$a \cdot x[n] + b \cdot y[n]$	Linearity
הזזה בזמן	$e^{-j\frac{2\pi}{N}km} \cdot X^d[k] = W_N^{-km} X^d[k]$	$x[(n-m) \bmod N]$	Time shifting
הזזה בתדר	$X^d[(k-m) \bmod N]$	$e^{j\frac{2\pi}{N}mn} \cdot x[n] = W_N^{mn} x[n]$	Frequency shifting
קונבולוציה מעגלית	$X^d[k] \cdot Y^d[k]$	$\sum_{m=0}^{N-1} x[m] \cdot y[(n-m) \bmod N]$	Cyclic Convolution
שוויון פרסבל לאותות מחזוריים	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] ^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X[k] ^2$		

חישוב DFT באמצעות תרשים "פרפר" FFT

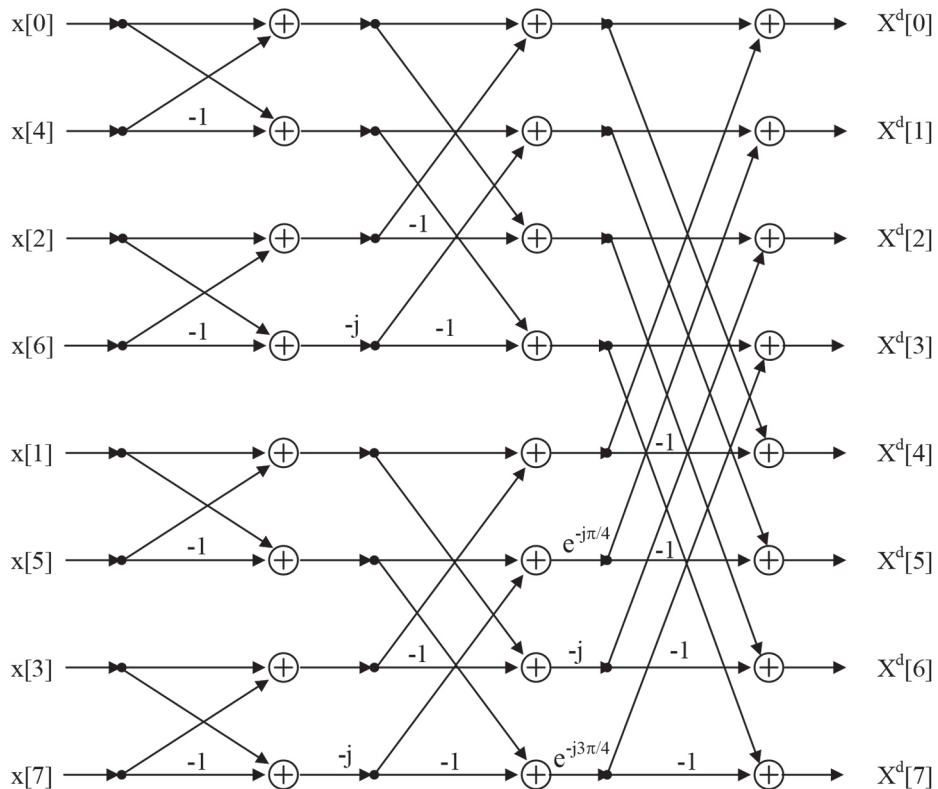
חישוב FFT עבור סדרה באורך 2:



חישוב FFT עבור סדרה באורך 4 (סידור סדרת המבוא):



חישוב FFT עבור סדרה באורך 8 (סידור סדרת המבוא):



10. חלונות ותכונותיהם

שם החלון	רמת אונת הצד הראשונה	רוחב אונה ראשית	δ_p, δ_s	$A_p [dB]$	$A_s [dB]$
מלבני	-13.5 dB	$\frac{4\pi}{N+1}$	0.09	0.75	21
Barlett (משולש)	-27 dB	$\frac{8\pi}{N+1}$	0.05	0.45	26
Hann	-32 dB	$\frac{8\pi}{N+1}$	0.0063	0.055	44
Hamming	-43 dB	$\frac{8\pi}{N+1}$	0.0022	0.019	53
Blackman	-57 dB	$\frac{12\pi}{N+1}$	0.0002	0.0017	74

להבטחת יכולת הפרדה בין תדרים יש לדרוש:

א. חלון רחב מספיק $\Leftrightarrow$ אונה ראשית צרה מספיק, כלומר $|\theta_2 - \theta_1| > \frac{2\pi}{N}$

ב. רמת אונות צד נמוכה מספיק בהתאם ליחס האמפליטודות: $\left(20 \log_{10} \frac{A_1}{A_2}\right)$

ג. אם הנ"ל אינו מתקיים, ניתן להשתמש בחלון אחר ולנתח את $x[n] = y[n]w[n]$

11. מסננים ספרתיים:

מסנן LP מעשי:

1. תחום ההעברה – pass band $- 0 \leq \theta \leq \theta_p$; $1 - \delta_p \leq |H^f(\theta)| \leq 1 + \delta_p$; $A_p = 20 \log_{10}(1 + \delta_p)$

2. תחום המעבר – transition band $- \theta_p \leq \theta \leq \theta_s$; $|H^f(\theta)|$ שרירותי אך מונוטוני יורד

3. תחום הניחות – stop band $- \theta_s \leq \theta \leq \pi$; $|H^f(\theta)| \leq \delta_s$; $A_s = -20 \log_{10}(\delta_s)$

מסנני פאזה לינארית

פאזה לינארית גורמת להזזה בזמן ללא עיוות של תדרים.

מסנן כללי בעל פאזה לינארית בייצוג פאזה רציפה:

השיפוע τ_p - נקרא השהיית פאזה (phase delay).
$$H^f(\theta) = A(\theta) e^{-j\theta\tau_p} \quad -\pi < \phi(\theta) < \pi$$

מסנן בעל פאזה לינארית מוכללת (GLP):

השיפוע $\tau_g = -\frac{d\phi(\theta)}{d\theta}$ נקרא השהיית החבורה (group delay).
$$H^f(\theta) = A(\theta) e^{j(\phi_0 - \theta\tau_g)} \quad -\pi < \phi(\theta) < \pi$$

(delay).

תכונות GLP:

א. $2\tau_g \in Z$ (שלם) $\Leftarrow H^f(\theta) = H^f(\theta + 2\pi)$

ב. $h[n] = h[n]$ ממשיית $\Leftarrow H^f(-\theta) = \bar{H}^f(\theta) \Leftarrow \phi_0 = \left\{0, \frac{\pi}{2}\right\}$

ג. מתקיים $h[n] = e^{2j\phi_0} h[2\tau_g - n]$ ולכן:

עבור $\phi_0 = 0$ נקבל מסנן סימטרי, כלומר $h[n] = h[2\tau_g - n]$

עבור $\phi_0 = \frac{\pi}{2}$ נקבל מסנן אנטי-סימטרי, כלומר $h[n] = -h[2\tau_g - n]$

ד. אם מסנן GLP הינו גם סיבתי $(h[n] = 0 \quad \forall n < 0)$,

אזי הוא בהכרח FIR בעל $2\tau_g + 1$ מקדמים, כלומר $h[n] = 0 \quad \forall n \notin \{0, 1, \dots, 2\tau_g\}$

המשך סעיף 11

סוגי מסנני GLP : קיימים 4 סוגים של מסנני GLP

סוג המסנן	פרמטרי המסנן		תגובת ההלם	סדר המסנן	מסננים אפשריים
Type I	$\phi_0 = 0$	$\tau_g = M$	סימטרי	N - זוגי	כל סוג
Type II	$\phi_0 = 0$	$\tau_g = M + 0.5$	סימטרי	N - אי-זוגי	BP, LP
Type III	$\phi_0 = \frac{\pi}{2}$	$\tau_g = M$	אנטי-סימטרי	N - זוגי	BP, גוזר
Type IV	$\phi_0 = \frac{\pi}{2}$	$\tau_g = M + 0.5$	אנטי-סימטרי	N - אי-זוגי	HP, גוזר

למשל עבור Type I : $A_l(\theta) = \sum_{n=0}^m g[n] \cos(\theta n)$; $H^f(\theta) = A_l(\theta) e^{-j\theta M}$; סימטרי ובעל מחזור של

2π .

מסנן FIR ממשי הינו בעל פאזה לינארית אם"ם מקדמיו הינם סימטריים או אנטי-סימטריים סביב מרכזו

12. תכן מסנני FIR

תכן מסנני FIR בשיטת IRT (Input Response Truncation) תוך שימוש בחלונות קבועים :

1. בחירת תגובת אמפליטודה האידיאלית הרצויה $A_d(\theta)$, בהתאם למסנן הרצוי (HP, BP, LP, וכו').

2. בחירת טיפוס המסנן : נסמן $\tau_g = \frac{N}{2}$ ונבחר $\left\{ -\frac{\pi}{2} - \text{אנטי סימטרי}, 0 - \text{סימטרי} \right\}$ $\phi_0 =$ עפ"י הרצוי.

3. בחר סדר מסנן N ומכאן ע"י הצבה : $H_d^f(\theta) = A_d(\theta) e^{j(\phi_0 - \theta \frac{N}{2})}$

4. חשב את תגובת ההלם הרצויה $h_d[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H_d^f(\theta) e^{j\theta n} d\theta$

למשל, עבור בחירת $A_d(\theta) = \begin{cases} 1, & \theta_1 \leq |\theta| \leq \theta_2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ נקבל :

א. עבור BP כללי נקבל: $h_{d,BP}[n] = \frac{\theta_2}{\pi} \sin c \left[\frac{\theta_2 \left(n - \frac{1}{2} N \right)}{\pi} \right] - \frac{\theta_1}{\pi} \sin c \left[\frac{\theta_1 \left(n - \frac{1}{2} N \right)}{\pi} \right]$

ב. עבור LP ($\theta_1 = 0$) נקבל: $h_{d,LP}[n] = \frac{\theta_2}{\pi} \sin c \left[\frac{\theta_2 \left(n - \frac{1}{2} N \right)}{\pi} \right]$

ג. עבור HP ($\theta_2 = \pi$) ($\theta_1 = 0$) נקבל: $h_{d,HP}[n] = \delta \left[n - \frac{1}{2} N \right] - \frac{\theta_1}{\pi} \sin c \left[\frac{\theta_1 \left(n - \frac{1}{2} N \right)}{\pi} \right]$

5. על מנת לקבל תגובה סופית בזמן (FIR) יש לקטום את התגובה האידיאלית:

א. עבור חלון מלבני: $h[n] = \begin{cases} h_d[n], & n = 0, 1, \dots, N \\ 0, & \text{else} \end{cases}$

ב. עבור חלון קבוע אחר:

(1) ניחות אונות הצד (A_s, A_p) קובע את החלון המתאים לקטימת תגובת התדר האידיאלית, $w_N[n]$.

המשך סעיף 12

$$(2) \quad \text{רוחב תחום המעבר קובע את סדר המסנן המינימלי האפשרי, } \Delta\theta = \theta_s - \theta_p \geq \frac{a\pi}{N+1}$$

a - נקבע בהתאם לסוג החלון שנבחר (עפ"י הטבלה). עבור Multiband יש לבחור $\min(\Delta\theta)$.

$$(3) \quad \text{קטימת התגובה להלם: } h[n] = h_d[n] \cdot w_N[n] \Rightarrow \frac{1}{2\pi} \{H_d^f(\theta) \otimes W(\theta)\}$$

$$\bullet \quad \text{בחירת תדר הקיטעון נעשית ע"י: } \theta_0 = \frac{\theta_p + \theta_s}{2}$$

נספח ג': מילון מונחים

לשאלון 711913, אביב תשפ"ג

תרגום המונח			המונח
אנגלית	רוסית	ערבית	
input signal	Входной сигнал	إشارة الدخل	אות מבוא
Bode plots	График Бодэ	مُخَطَّطات (بوده)	גרפי בודה
power	Мощность	الطاقة	הספק
open loop	Схема без обратной связи	حلقة مفتوحة	חוג פתוח
velocity unit	Скоростной блок, Блок скорости	وحدة سرعة	יחידת מהירות
acceleration unit	Ускорительный блок	وحدة تسارع	יחידת תאוצה
stable	Устойчивый (стабильный)	مستقر	יציבה
RL – Root Locus	Геометрическое положение корней	المكان الهندسي للجذور	מג"ש – מקום גיאומטרי של שורשים
step unit	Шаговый блок	درجة وحدة	מדרגת יחידה
receiver	Приемник	مُستقبل	מקלט
transmitter	Передатчик	جهاز الإرسال	משדר
unit feedback	Единичная обратная связь	تغذية مرتدة (راجعة) أحادية	משוב יחידה
gain margin	Чрезмерное усиление	زيادة التضخم	עודף הגבר
phase margin	Перефазировка	زيادة الطور	עודף מופע
transmission function	Передаточная функция	دالة النقل	פונקציית תמסורת
error	ошибка	خطأ	שגיאה
substance, medium	Пространство, эфир	وسط	תווך