

Mathématiques

4 unités d'étude - deuxième questionnaire

Instructions

א. Durée de l'examen : une heure quarante-cinq.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire comporte deux parties constituées de cinq questions.

Première partie — Suites, trigonométrie dans l'espace.

Deuxième partie — Croissance et décroissance, calcul différentiel et intégral de fonctions trigonométriques, fonctions exponentielles et logarithmiques et fonctions puissances.

Répondez à trois questions au choix, une question au moins de chaque partie – $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ points

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.

L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (joint au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice.

Expliquez toutes les opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement. Inscrivez "טיוטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד — שאלון שני

הוראות

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Questions

Attention : Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de façon claire et détaillée.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Répondez à trois des questions 1-5, à une question au moins par partie ($33\frac{1}{3}$ points par question).

Attention : Si vous répondez à plus de trois questions, seules les trois premières réponses de votre cahier seront corrigées.

Première partie — Suites, trigonométrie dans l'espace

Suites

1. Dimanche, Yaël et Shira ont marché sur un parcours de 4 200 mètres de longueur.

Elles ont commencé leur marche ensemble au début du parcours.

Durant la première minute, Yaël a parcouru une distance de 130 mètres, puis durant chaque minute qui a suivi, elle a parcouru une distance inférieure de 2 mètres à la distance qu'elle avait parcourue durant la minute précédente.

⌘. Quelle a été la distance parcourue par Yaël durant la 55^{ème} minute ?

Ⓐ. (1) Combien de minutes Yaël a-t-elle marché du début à la fin du parcours ?

(2) Quelle a été la distance parcourue par Yaël durant la dernière minute ?

Shira a parcouru une distance constante durant chaque minute.

Yaël et Shira ont atteint la fin du parcours en même temps.

Ⓐ. Quelle est la distance constante parcourue par Shira durant chaque minute ?

Lundi, Yaël et Shira ont marché sur un autre parcours.

Shira a commencé sa marche au début du parcours puis a parcouru durant chaque minute la même distance constante que dimanche.

Yaël a commencé sa marche au début du parcours 4 minutes après Shira, puis a marché durant chaque minute de la même manière que dimanche (durant la première minute elle a parcouru une distance de 130 mètres, puis durant chaque minute qui a suivi, elle a parcouru une distance inférieure de 2 mètres à la distance qu'elle avait parcourue durant la minute précédente)

Ⓙ. Combien de minutes se sont écoulées entre l'instant où Yaël a commencé sa marche et celui où elle a croisé Shira la première fois ?

Trigonométrie dans l'espace

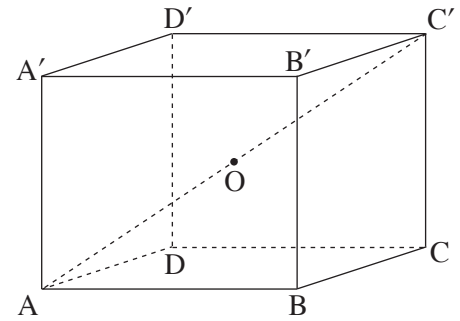
2. Soit le pavé ABCDA'B'C'D' (voir figure).

ABCD est une base du pavé.

O est le point d'intersection des diagonales du pavé.

Données : $CC' = 1,5 \cdot a$, $BC = a$, $AB = \sqrt{3} \cdot a$.

- א. Exprimez la longueur de la diagonale AC de la base en fonction de a .
- ב. Déterminez la mesure de l'angle formé par la diagonale AC' du pavé et la base ABCD .



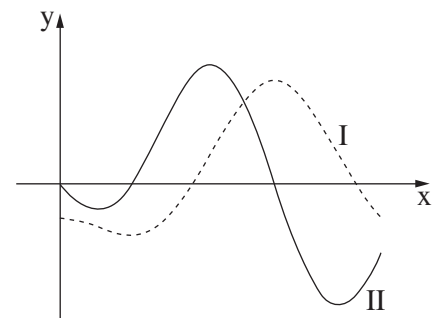
Donnée : l'aire totale du pavé donné est $108 \cdot (1 + \sqrt{3})$.

- ג. Déterminez a .
- ד. Déterminez le volume de la pyramide OABCD .
- ה. Pour chacune des affirmations (1)-(2) suivantes, déterminez si elle vraie ou fausse, puis justifiez votre réponse.
 - (1) Le volume de la pyramide OABCD est supérieur au volume de la pyramide OAA'D'D .
 - (2) L'angle formé par la droite AC et le plan de la face DD'C'C mesure 30° .

Deuxième partie — Croissance et décroissance, calcul différentiel et intégral de fonctions trigonométriques, fonctions exponentielles et logarithmiques et fonctions puissances

3. La figure ci-contre représente les graphes de la fonction $f(x)$ et de sa fonction dérivée $f'(x)$, définies sur l'intervalle $0 \leq x \leq 1,5\pi$.

- א. Déterminez lequel des graphes I-II de la figure, représente le graphe de la fonction $f(x)$, et lequel représente le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$.

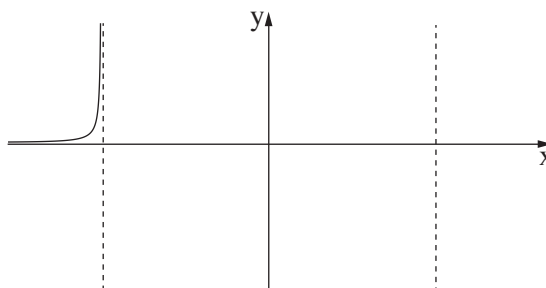


Donnée : $f(x) = \frac{1}{2} \cos(2x) - \cos(x)$, sur l'intervalle $0 \leq x \leq 1,5\pi$.

- ב. Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type (vous pourrez déterminer leur type à l'aide de la figure).
- ג. Pour quelles valeurs de k la droite $y = k$ et le graphe de la fonction $f(x)$ admettent exactement deux points en commun ? Justifiez.
- ד. Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$ et par l'axe des abscisses.

4. Soit la fonction $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 2}$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires à l'axe des abscisses.
- ב. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes (s'il en existe).
- ג. Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- ד. Voici une esquisse partielle du graphe de la fonction $f(x)$.
Recopiez cette esquisse partielle dans votre cahier, puis complétez-la avec les parties manquantes du graphe de la fonction $f(x)$.



Soit la fonction $g(x) = f(x) + c$. c est un paramètre.

- ה. Déterminez les deux valeurs possibles de c pour lesquelles la fonction $g(x)$ admet un point d'extremum sur la droite $y = 3$. Justifiez votre réponse.

5. Soit la fonction $f(x) = (\ln x)^2 - a \cdot \ln x + 3$. a est un paramètre.

$(e^3, 0)$ est l'un des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.

- א. Déterminez a .

Substituez $a = 4$ dans la fonction $f(x)$, puis répondez aux articles ב-ו suivants.

- ב. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- ג. Déterminez les coordonnées de l'autre point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.
- ד. Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.
- ה. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

La fonction $g(x)$ et sa fonction dérivée $g'(x)$ sont définies sur le même domaine de définition que la fonction $f(x)$.

Donnée : $g'(x) = -f(x)$.

- ו. Déterminez l'abscisse des points d'extremum de la fonction $g(x)$ ainsi que leur type.
Justifiez vos réponses.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך