

Mathématiques
4 unités d'étude – premier questionnaire

Instructions

- א. Durée de l'examen : trois heures et demie.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire comporte trois parties constituées de huit questions.
Première partie — Algèbre, géométrie analytique, probabilités
Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie dans le plan
Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines
Répondez à cinq questions au choix — $5 \times 20 = 100$ points.
- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.
L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
(2) Formulaires (joint au sujet).
(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.
- ד. Instructions supplémentaires :
(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.
Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.
Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.
Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

Bonne chance !

מתמטיקה
4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה : שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם — $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Questions

Attention : Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire.

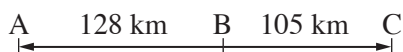
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Répondez à cinq des questions 1-8 (20 points par question).

Attention : Si vous répondez à plus de cinq questions, seules les cinq premières réponses de votre copie seront corrigées.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités

1. Les villes A, B et C sont situées sur une route droite, comme représenté sur la figure ci-dessous.



La distance entre la ville B et la ville C est de 105 km, et la distance entre la ville B et la ville A est de 128 km.

Un camion et une voiture ont quitté la ville B au même moment.

La voiture a roulé vers la ville C à vitesse constante, et le camion a roulé vers la ville A à vitesse constante.

La vitesse de la voiture était supérieure de 20 km/h à la vitesse du camion.

La voiture a atteint la ville C, a fait une pause d'un quart d'heure dans la ville, puis est retournée vers la ville B à la même vitesse que celle à laquelle elle avait roulé précédemment.

Lorsque le camion a atteint la ville A, la voiture était sur son chemin du retour vers la ville B et se trouvait à une distance de 42 km de la ville C.

⌘. Déterminez la vitesse de la voiture et la vitesse du camion.

⌚. À quelle distance de la ville A se trouvait le camion lorsque la voiture a atteint la ville C ?

2. La figure ci-contre représente un cercle dont le centre M se trouve dans le quatrième quadrant. Le cercle est tangent à l'axe des abscisses au point $A(12, 0)$.

Donnée : le rayon du cercle vaut 10.

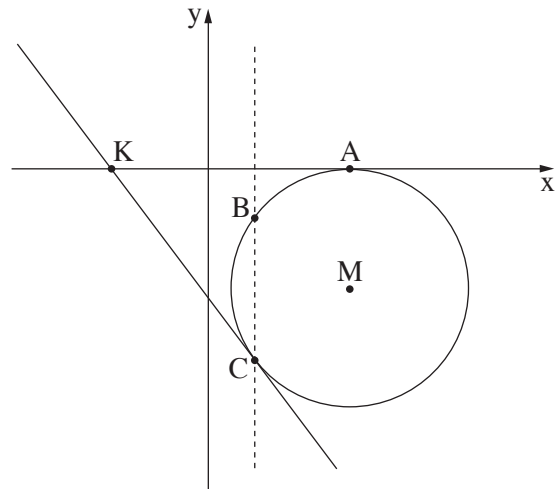
- א. (1) Déterminez les coordonnées du centre M du cercle.
(2) Écrivez l'équation du cercle.

Le cercle coupe la droite $x = 4$ aux points B et C , comme représenté sur la figure.

- ב. Déterminez les coordonnées des points B et C .

La droite tangente au cercle au point C coupe l'axe des abscisses au point K (voir figure).

- ג. Déterminez les coordonnées du point K .
ד. Déterminez l'équation du cercle dont le centre est le point K et qui est tangent à la droite $x = 4$.
ה. (1) Déterminez la longueur KM .
(2) Le cercle dont vous avez déterminé l'équation à l'article ד est-il tangent au cercle décrit sur la figure (le cercle de centre M) ? Justifiez votre réponse.



3. Une tirelire contient 36 pièces : 18 pièces de deux shekels,
12 pièces de cinq shekels,
et 6 pièces de dix shekels.

On a sorti au hasard deux pièces de la tirelire sans remise.

- א. Quelle est la probabilité que les deux pièces sorties soient identiques ?

- ב. On sait que les deux pièces sorties sont identiques.

Quelle est la probabilité que la somme des deux pièces sorties soit supérieure à 5 shekels ?

On a remis toutes les pièces dans la tirelire puis on a ajouté x pièces de dix shekels dans la tirelire.

Donnée : suite à l'ajout, la probabilité de sortir de la tirelire deux pièces de cinq shekels au hasard sans remise est de $\frac{1}{15}$.

- ג. Déterminez x .
ד. Suite à l'ajout, la probabilité de sortir de la tirelire deux pièces identiques au hasard (sans remise) a-t-elle augmenté, diminué ou est-elle restée la même ? Justifiez.

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie dans le plan

4. Le quadrilatère $ABCD$ est un trapèze inscrit dans un cercle. $AB \parallel DC$.

La tangente au cercle au point A coupe le prolongement du côté CD en un point E (voir figure).

א. Démontrez que $ABCD$ est un trapèze isocèle.

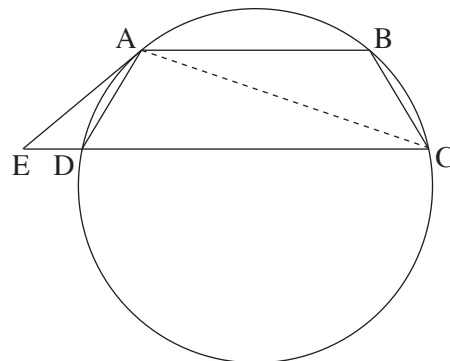
ב. Démontrez que $\angle ABC = \angle ADE$.

ג. Démontrez que $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.

Données : l'aire du triangle ABC est 4 fois plus grande
que l'aire du triangle ADE ,

$$BC + ED = 15.$$

- ד. (1) Déterminez la longueur du côté ED .
(2) Déterminez la longueur du côté AB .



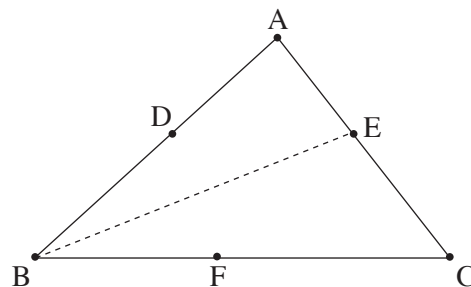
5. La figure ci-contre représente le triangle ABC .

Données : $BC = 1,5AC$,

$$\angle ACB = 51^\circ,$$

l'aire du triangle ABC vaut 21.

- א. Calculez la longueur du côté AC .
ב. Calculez la mesure de l'angle ABC .



Donnée : le point E se trouve sur le côté AC de sorte que BE est la bissectrice de l'angle ABC .

- ג. Déterminez la longueur de BE .

Donnée : les points D et F se trouvent respectivement sur les côtés AB et BC de sorte que le quadrilatère $BDEF$ est un losange.

- ד. Déterminez la longueur du côté du losange $BDEF$.

Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 4} + a$, a est un paramètre.

- א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- ב. Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type (exprimez votre réponse en fonction de a si cela est nécessaire).

On sait que le point de minimum de la fonction $f(x)$ se situe sur l'axe des abscisses.

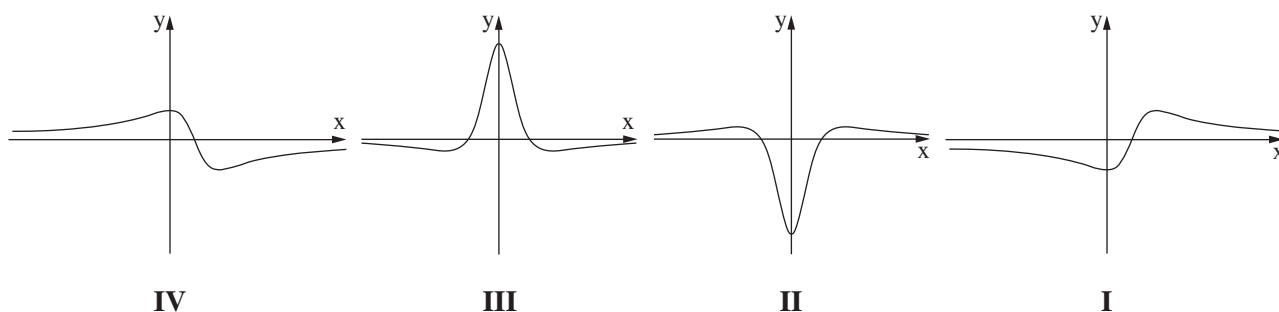
- ג. Déterminez a .

Dans la fonction $f(x)$, substituez la valeur de a que vous avez déterminée à l'article ג, puis répondez aux articles 7-1.

- 7. Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes (s'il en existe).
- ה. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = 3 \cdot f(x)$.

- 1. (1) L'un des graphes I-IV figurant à la fin de la question représente la fonction dérivée $g'(x)$.
Déterminez lequel d'entre eux, puis justifiez votre réponse.
- (2) Déterminez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $g'(x)$, par la droite $x = 1$, et par les axes.



7. Soit la fonction $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{4x + 20}$.

- א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- ב. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.
- ג. Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- 7. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = f(x) + c$, c est un paramètre.

On sait que la droite $y = 12$ est tangente au graphe de la fonction $g(x)$.

- ה. Déterminez c (indiquez les deux possibilités).

8. La figure ci-contre représente une partie du graphe de la fonction $f(x) = 1 - \frac{2}{x}$ sur l'intervalle $x > 0$.

Le graphe de la fonction $f(x)$ coupe

l'axe des abscisses en un point A.

Un point B se trouve sur le graphe de la fonction $f(x)$, dans le premier quadrant à gauche de la droite $x = 5$.

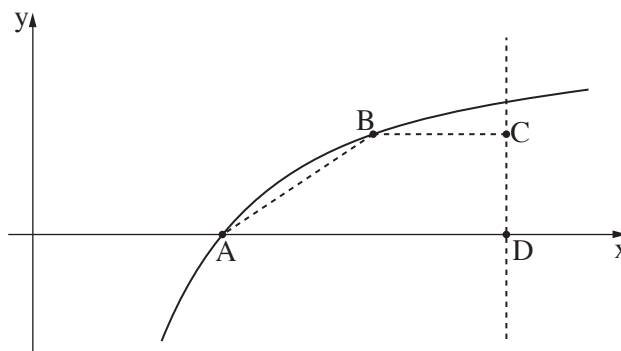
À partir du point B, on trace une droite parallèle à l'axe des abscisses et qui coupe la droite $x = 5$ en un point C.

Donnée : $D(5, 0)$.

- א. Déterminez les coordonnées du point A.

On note t l'abscisse du point B.

- ב. Exprimez les coordonnées des points B et C en fonction de t .
- ג. Déterminez les coordonnées du point B pour lequel l'aire du trapèze ABCD est maximale.
- ד. Montrez que l'aire maximale du trapèze ABCD vaut 1.



Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.

Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך