

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции.
Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה!

Математика

4 единицы обучения – второй вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

Указания

- Продолжительность экзамена: 1 час 45 минут.
- Строение вопросника и ключ к оценке:
В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.
Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве
Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное и интегральное исчисление тригонометрических функций, показательные и логарифмические функции, степенные функции
Вы должны ответить на три вопроса, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ баллов.
- Разрешенный вспомогательный материал:
 - Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
 - Листы с формулами (прилагаются).
 - Двуязычный словарь.
- Особые указания:
 - Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.
 - Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.
Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и по порядку. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

הוראות

- משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- חומר עזר מותר בשימוש:
 - מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - דפי נוסחאות (מצורפים).
 - מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.
- הוראות מיוחדות:
 - אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

Вопросы

Обратите внимание: объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Ответьте на три из вопросов 1–5, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три из ответов в вашей тетради.

Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве

Последовательности

1. a_n – арифметическая прогрессия.

Дано: $a_1 \cdot a_4 = (a_2)^2$,

разность прогрессии равна 3.

(⌘) Найдите a_1 .

Дано: последний член прогрессии a_n равен 300.

(⌘) Найдите, сколько членов есть в прогрессии a_n .

Удалили каждый четвертый член прогрессии a_n , т. е. члены: $a_4, a_8, a_{12} \dots$

(⌘) (1) Найдите сумму членов, которые были удалены из прогрессии.

(2) Найдите сумму членов, которые остались в прогрессии.

Тригонометрия в пространстве

2. Дана пирамида $SABCD$, боковые ребра которой равны между собой [ישרה] и в основании которой лежит прямоугольник $ABCD$ (смотрите чертеж).

Дано: $BC = 5$, $AB = 8$,

объем этой пирамиды равен 160.

(⌘) Найдите высоту этой пирамиды, SO .

(⌘) Найдите величину угла между боковым ребром и основанием этой пирамиды.

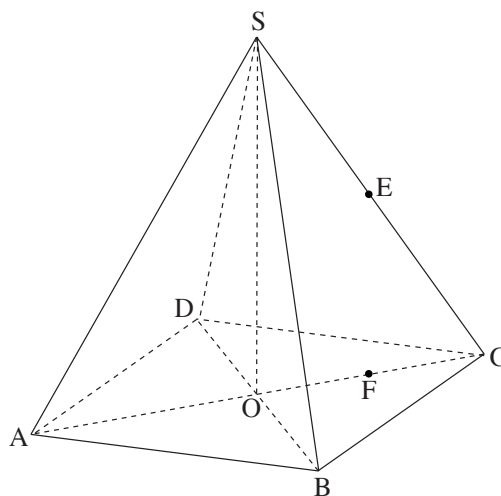
(⌘) Найдите длину бокового ребра этой пирамиды.

Точка E – середина ребра SC .

F – такая точка на диагонали AC , что $EF \perp AC$.

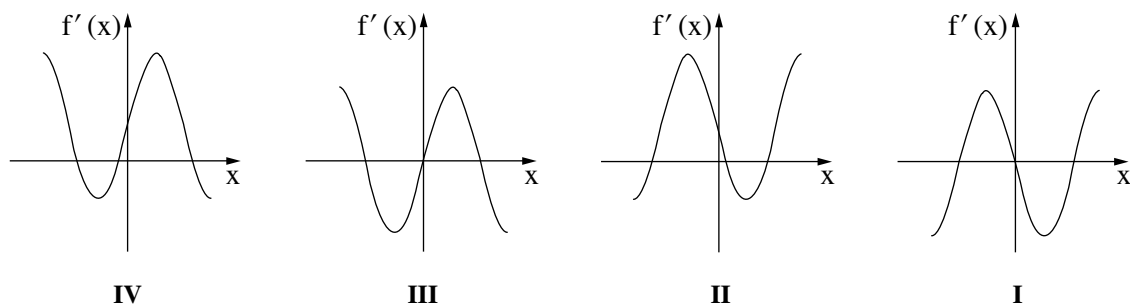
(⌘) (1) Найдите длину EF .

(2) Найдите величину угла между AE и основанием пирамиды.



**Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное
и интегральное исчисление тригонометрических функций,
показательные и логарифмические функции, степенные функции**

3. Дана функция $f(x) = 2 - 4(\sin x)^2$, определенная в области $-\frac{3}{4}\pi \leq x \leq \frac{3}{4}\pi$.
- (א) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .
 - (ב) Найдите координаты внутренних точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
 - (ג) Начертите схематический график функции $f(x)$.
 - (ד) Один из графиков I–IV, приведенных в конце вопроса, соответствует графику функции производной $f'(x)$. Определите, какой из них, и обоснуйте свой ответ.
 - (ה) Вычислите площадь фигуры, заключенной между графиком функции производной $f'(x)$ и осью x .



4. Дана функция $f(x) = x^2 \cdot e^{-x^2}$, определенная для любого x .
- (א) Найдите координаты точки пересечения графика этой функции с осью x .
 - (ב) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
 - (ג) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.
 - (ד) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x)$, для которой $g(x) = -2f(x)$ для любого x .

- (ה) Начертите схематический график функции $g(x)$ в той же системе координат, в которой вы начертили график функции $f(x)$.

Обозначим через S площадь фигуры, заключенной между графиком функции $f(x)$, осью x и прямой $x = 3$.

- (ו) Выразите при помощи S площадь фигуры, заключенной между графиком функции $f(x)$, графиком функции $g(x)$ и прямой $x = 3$. Обоснуйте свой ответ.

5. Дана функция $f(x) = a + (\ln x)^2$.

$a > 0$ – параметр.

(а) Найдите область определения функции $f(x)$.

(б) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип (при необходимости выразите через a).

Дана функция $g(x) = 1 + \ln x$, определенная в области $x > 0$.

(в) Найдите области возрастания и убывания функции $g(x)$ (если таковые существуют).

(г) Один из графиков I–IV в конце вопроса соответствует графику функции $f(x)$, а один из них соответствует графику функции $g(x)$.

Определите, какой из них соответствует графику функции $f(x)$, а какой – графику функции $g(x)$, и обоснуйте свой ответ.

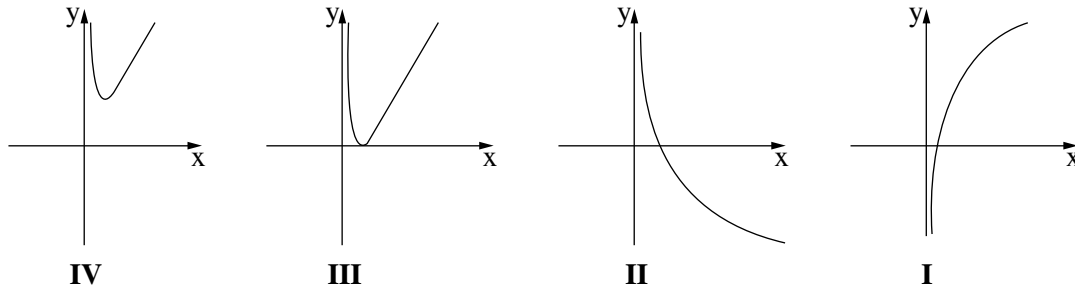
Графики функций $f(x)$ и $g(x)$ пересекаются в двух различных точках.

Координата x одной из этих точек пересечения $x = e$.

(д) (1) Найдите a .

(2) Найдите координаты другой точки пересечения графиков $f(x)$ и $g(x)$.

(3) При каких значениях x выполняется $f(x) < g(x)$?



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך