

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции.
Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

Математика

первый вопросник – 4 единицы обучения

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה!

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания

- а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:
в этом вопроснике три раздела, и в них восемь вопросов.
Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности
Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости
Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня
Вы должны ответить на пять вопросов по выбору – $5 \times 20 = 100$ баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и по порядку. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיקו את השאלה; סמנו את מספרה בלבד.
2. התחילו כל שאלה בעמוד חדש. רשמו במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבירו את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

Вопросы

Обратите внимание: подробно и ясно объясняйте все ваши действия, включая вычисления.
Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Ответьте на пять из вопросов 1–8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на пять вопросов, будут проверены только первые пять из ответов в вашей тетради.

Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности

1. Расстояние между городом А и городом В равно 96 км.
В воскресенье Ронен выехал из города А на мотороллере с постоянной скоростью в направлении города В.
В тот же день и в то же время Дани выехал из города В на велосипеде в направлении города А с постоянной скоростью.
В этот день Дани и Ронен проехали друг мимо друга через час после того, как они выехали.
В понедельник Дани выехал из города В в направлении города А. Через час Ронен выехал из города А в направлении города В.
Оба они ехали по тому же маршруту и с той же скоростью, что и в воскресенье.
Точно в тот момент, когда Дани проехал расстояние в 42 км, Ронен и Дани проехали друг мимо друга.
(κ) Найдите скорость, с которой ехал Ронен, и скорость, с которой ехал Дани.
(ג) На каком расстоянии находился Дани от города А, когда Ронен приехал в город В в понедельник?

2. Дан параллелограмм ABCD .

Вершина В находится на оси x .

Диагональ DB перпендикулярна стороне AB
 (смотрите рисунок).

Дано: $A(0, -10)$,

уравнение DC : $y = \frac{2}{5}x + 19$.

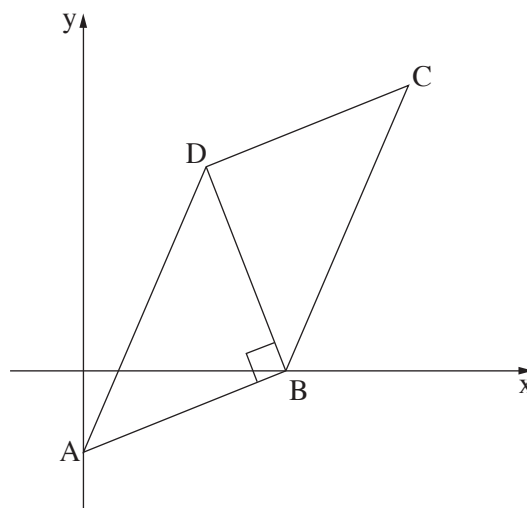
(א) Найдите координаты вершины В .

(ב) Найдите уравнение DB .

Треугольник ABD вписывают в окружность.

(ג) Найдите уравнение этой окружности.

(ד) Является ли прямая BC касательной к этой окружности в точке В ? Обоснуйте.



3. В одном приюте для животных ухаживают только за собаками и кошками.

40% животных в приюте – кошки, а остальные – собаки.

Половина животных в приюте – взрослые животные, а остальные – молодые животные.

Число молодых собак в приюте в 2 раза больше числа взрослых собак в приюте.

(א) Случайным образом выбирают одно животное из всех животных в приюте. Какова вероятность того, что была выбрана взрослая собака?

(ב) Случайным образом выбирают одну кошку из всех кошек в приюте. Какова вероятность того, что была выбрана взрослая кошка?

Дано, что в приюте 16 взрослых собак.

(ג) Сколько кошек в приюте?

Семья Леви решила взять домой двух кошек из приюта.

Она выбрала случайным образом, одну за другой (не возвращая), двух кошек из всех кошек, которые были в приюте.

(ד) Какова вероятность того, что обе кошки, выбранные семьей Леви – взрослые?

Дайте свой ответ с точностью до 3 цифр после десятичного знака.

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

4. Четырехугольник ABCD вписан в окружность.

Продолжения сторон AB и DC пересекаются
 в точке E (смотрите рисунок).

(8) Докажите: $\angle BAD = \angle BCE$.

(2) Докажите: $\triangle DEA \sim \triangle BEC$.

Дано: $\frac{AD}{BC} = \frac{5}{3}$,

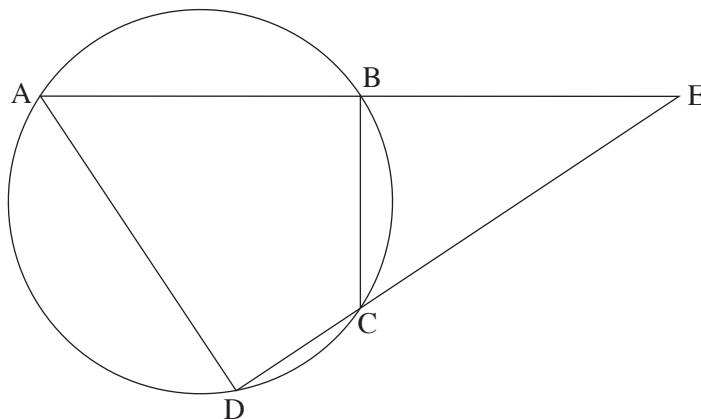
$CE = 6$, $AB = 5$.

(3) Найдите длину стороны BE.

Дано: $\angle BDC = \angle BEC$.

(7) (1) Докажите, что треугольник ACE равнобедренный.

(2) Докажите, что AC – диаметр этой окружности.



5. Дан треугольник ABC (смотрите рисунок).

Сторона AB в 3 раза больше стороны BC.

Дано: $\angle ACB = 130^\circ$.

(8) Найдите величину угла $\angle BAC$.

Дано, что площадь треугольника ABC равна 14.

(2) Найдите длину стороны BC.

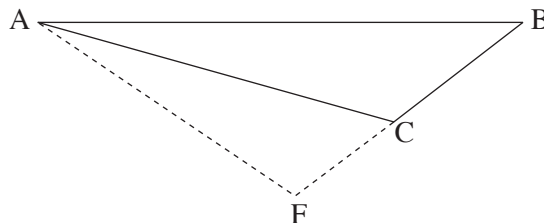
BC продолжили до такой точки F, как показано на рисунке, что $FC = 3$.

(3) Вычислите длину AF.

Точка M – такая точка на AF, что CM – биссектриса угла ACF.

(7) (1) Найдите величину угла $\angle CAF$.

(2) Вычислите длину биссектрисы CM.



Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня

6. Дана функция $f(x) = \frac{2x - b}{x - 4} + 1$, b – параметр.

(א) Найдите область определения функции $f(x)$.

Дано, что график функции $f(x)$ пересекает ось y в точке $(0, 2.5)$.

(ב) Найдите b .

Подставьте значение b , найденное вами в пункте (ב), в функцию $f(x)$ и ответьте на вопросы пунктов (ג)–(ז).

(ג) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, параллельных осям координат.

(ד) Найдите координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .

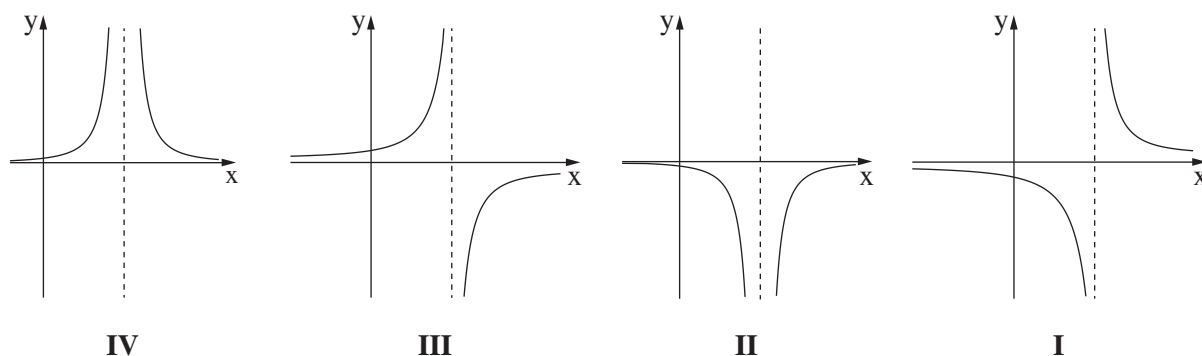
(ה) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$ (если таковые существуют).

(ו) Начертите схематический график функции $f(x)$.

(ז) (1) Один из графиков I–IV, приведенных в конце вопроса, описывает функцию производной $f'(x)$.

Определите, какой из них, и обоснуйте свой ответ.

(2) Вычислите площадь фигуры, заключенной между графиком функции производной $f'(x)$, прямой $x = 1$, осью x и осью y .



7. Дана функция $f(x) = (x - 3) \cdot \sqrt{2x}$.

- (א) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (ב) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (ג) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
- (ד) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = -f(x)$.

- (ה) Начертите схематический график функции $g(x)$ в системе координат, в которой вы начертили график функции $f(x)$.

Обозначим площадь фигуры, заключенной между графиком функции $f(x)$ и осью x как S .

- (ו) Выразите при помощи S площадь фигуры, заключенной между графиками функций $f(x)$ и $g(x)$. Обоснуйте свой ответ.

8. Дана функция: $f(x) = (x + 1)^2$.

Точка A расположена на графике функции $f(x)$ в первом квадранте.

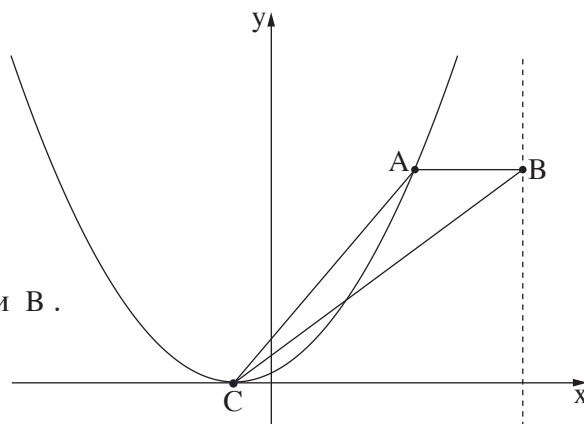
Точка B – такая точка на прямой $x = 7$,
 справа от точки A , что AB параллелен оси x
 (смотрите рисунок).

Обозначим как t координату x точки A .

- (א) Выразите при помощи t координаты точек A и B .

Точка C – это точка экстремума функции $f(x)$.

- (ב) Выразите при помощи t площадь треугольника ABC .
- (ג) Найдите значение t , при котором площадь треугольника ABC будет максимальной.



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך.