

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2022, срок "бет"

Номер вопросника: 035471

Приложение: листы с формулами

для уровня в 4 единицы обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022, מועד ב

מספר השאלון: 035471

נספח: דפי נוסחאות

ל-4 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции.
Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Математика

4 единицы обучения – первый вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

Указания

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

в этом вопроснике три раздела, и в них восемь вопросов.

Раздел первый – последовательности, статистика, теория вероятности

Раздел второй – геометрия

Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня

Вы должны ответить на пять вопросов по выбору – $5 \times 20 = 100$ баллов

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – סדרות, סטטיסטיקה, הסתברות

פרק שני – גאומטריה

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם –

$5 \times 20 = 100$ נקודות.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и по порядку. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание: подробно и ясно объясняйте все ваши действия, включая вычисления.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Ответьте на пять из вопросов 1–8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на пять вопросов, будут проверены только первые пять из ответов в вашей тетради.

Раздел первый – последовательности, статистика, теория вероятности

1. Ноам готовится к соревнованиям по плаванию.

На каждой тренировке, начиная со второй тренировки, Ноам проплывал на 50 метров больше, чем на предыдущей тренировке.

Известно, что расстояние, которое проплыл Ноам на восьмой тренировке, в 2 раза больше расстояния, которое проплыл Ноам на первой тренировке.

(*) Найдите, сколько метров проплыл Ноам на первой тренировке.

(*) (1) Возможно ли, что на одной из тренировок Ноам проплыл в точности 830 метров?

Обоснуйте свой ответ.

(2) Найдите, на какой тренировке Ноам проплыл в точности 1 000 метров.

После тренировки, на которой Ноам проплыл 1 000 метров в первый раз, он решил изменить принцип тренировки и проплывать на каждой из следующих за ней тренировок в точности 1 000 метров.

Известно, что до соревнований Ноам проплыл на всех тренировках в общей сложности 25 450 метров.

(*) Сколько всего тренировок было у Ноама перед соревнованиями?

2. В поселке 'א проверили, сколько машин есть у каждой семьи.

Выяснилось, что в поселке 'א есть только семьи, у которых вообще нет машины, у которых одна машина, 2 машины или 3 машины.

В таблице показано распределение числа машин на семью в поселке 'א.

Число машин у семьи	0	1	2	3
Число семей	30	y	x	6

Известно, что в поселке 'א в среднем на семью есть одна машина.

(א) Найдите x (число семей в поселке 'א, у которых есть 2 машины).

Дано, что среднее квадратичное отклонение числа машин на семью в поселке 'א равно $\frac{6}{7}$.

(ב) (1) Найдите, сколько семей в поселке 'א.

(2) Найдите моду [חצי] и медиану [שכיח] числа машин у семьи в поселке 'א.

В поселке 'ב также есть только семьи, у которых вообще нет машины, у которых одна машина, 2 машины или 3 машины.

Число семей в поселке 'ב равно числу семей в поселке 'א.

Медиана числа машин у семьи в поселке 'ב равна 0.5 .

(ג) У скольких семей в поселке 'ב вообще нет машины?

3. У Ширы есть корзина, в которой всего x мячей. 12 из мячей в корзине зеленые, а остальные – красные.

Дано: вероятность вытащить 2 зеленых мяча один за другим с возвращением равна 0.36 .

(א) Найдите x .

Шира вытаскивает мяч из корзины случайным образом.

Если мяч красный, она возвращает его в корзину и снова вытаскивает мяч случайным образом.

Если мяч зеленый, она оставляет его снаружи и снова вытаскивает мяч случайным образом.

(ב) Какова вероятность того, что Шира вытащит **по меньшей мере** один зеленый мяч?

(ג) Если известно, что Шира вытащила **по меньшей мере** один зеленый мяч, какова вероятность того, что она вытащила два мяча различных цветов?

У Ширы есть еще одна корзина, в которой x мячей (x вы нашли в пункте (א)). В этой корзине также 12 из мячей зеленые, а остальные – красные.

Шира вытаскивает случайным образом из этой корзины два мяча с возвращением.

(ד) Какова вероятность того, что все четыре мяча, которые Шира вытащила из двух корзин, были одного цвета?

Раздел второй – геометрия

4. На чертеже справа изображена окружность, проходящая через точки A , C и O .

O – точка начала координат.

Эта окружность пересекает положительную часть оси x в точке A .

Точка B находится вне этой окружности на положительной части оси x .

Отрезок CB пересекает эту окружность в точке E (смотрите чертеж).

Дано: $\angle EOB = \angle EBO$.

(*) Докажите: $AC = AB$.

Дано: $C(0, 3)$, $A(4, 0)$.

(2) Найдите координаты точки B .

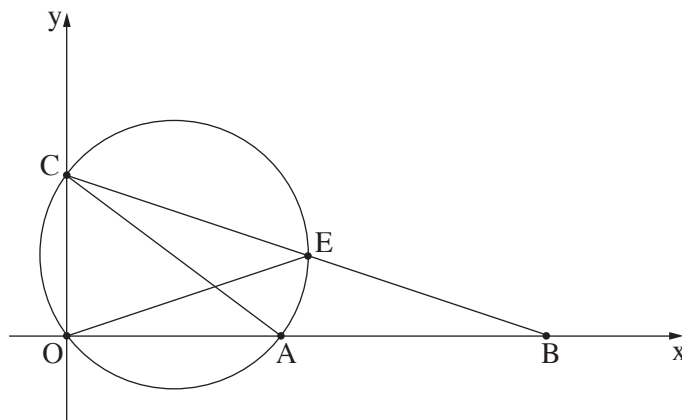
(3) (1) Докажите, что AC – диаметр этой окружности.

(2) Найдите уравнение этой окружности.

Дано, что координата x точки E равна 4.5.

(7) Во сколько раз площадь треугольника COB больше площади треугольника EOB ?

(7) Вычислите величину угла EOB .



5. В треугольнике ABC вершина A располагается на оси x .

Сторона AC пересекает ось y в точке D .

Сторона CB параллельна оси x и пересекает ось y в точке E , как показано на чертеже справа.

O – точка начала координат.

(*) Докажите: $\triangle AOD \sim \triangle CED$.

Дано, что уравнение прямой AC : $y = -\frac{4}{3}x + 4$ и что $\frac{DO}{DE} = \frac{2}{3}$.

(2) (1) Найдите длину отрезка DE .

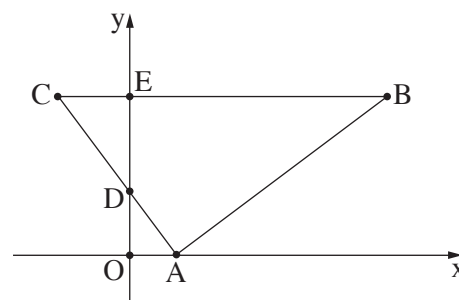
(2) Найдите уравнение прямой CB .

Дано: сторона AB перпендикулярна стороне AC .

(3) Найдите уравнение прямой AB .

(7) Вычислите величину угла CDE .

(7) Вычислите площадь четырехугольника $ADEB$.



Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня

6. Дана функция $f(x) = \frac{2x - b}{x - 4} + 1$. b – параметр.

(א) Найдите область определения функции $f(x)$.

Дано, что график функции $f(x)$ пересекает ось y в точке $(0, 2.5)$.

(ב) Найдите b .

Подставьте значение b , найденное вами в пункте (ב), в функцию $f(x)$ и ответьте на вопросы пунктов (ג)–(ז).

(ג) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, параллельных осям координат.

(ד) Найдите координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .

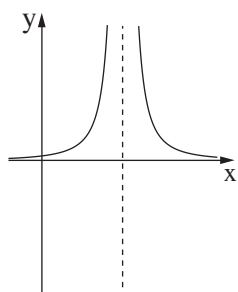
(ה) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$ (если таковые существуют).

(ו) Начертите схематический график функции $f(x)$.

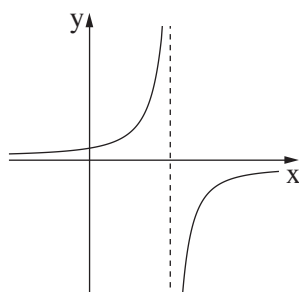
(ז) (1) Один из графиков I–IV, приведенных в конце вопроса, описывает функцию производной $f'(x)$.

Определите, какой из них, и обоснуйте свой ответ.

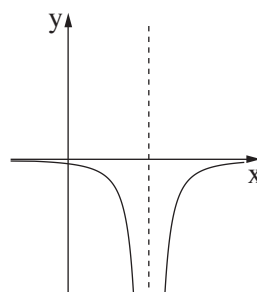
(2) Вычислите площадь фигуры, заключенной между графиком функции производной $f'(x)$, прямой $x = 1$, осью x и осью y .



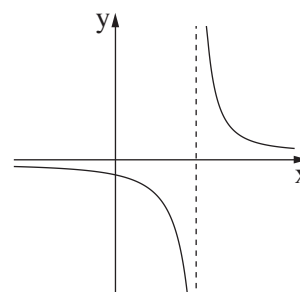
IV



III



II



I

7. Дана функция $f(x) = (x - 3) \cdot \sqrt{2x}$.

- (א) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (ב) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (ג) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
- (ד) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = -f(x)$.

- (ה) Начертите схематический график функции $g(x)$ в системе координат, в которой вы начертили график функции $f(x)$.

Обозначим как S площадь фигуры, заключенной между графиком функции $f(x)$ и осью x .

- (ו) Выразите при помощи S площадь фигуры, заключенной между графиками функций $f(x)$ и $g(x)$. Обоснуйте свой ответ.

8. Функция $f(x)$ и функция ее производной $f'(x)$ определены для любого x .

На чертеже справа изображен график функции производной $f'(x)$.

График функции производной $f'(x)$ пересекает ось x только в точках, в которых $x = a$, $x = 0$, $x = -1$ ($a > 0$ – параметр).

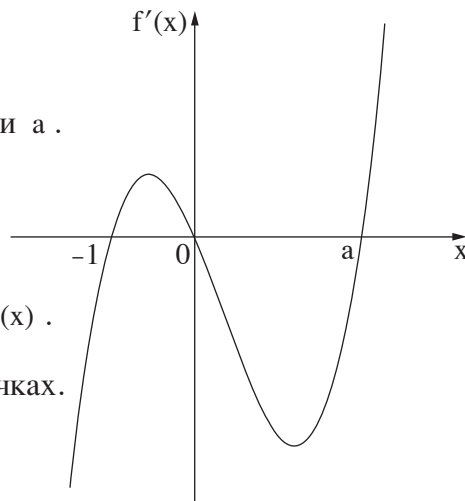
- (א) Каковы координаты x точек экстремума функции $f(x)$ и каков их тип? При необходимости выразите при помощи a .

Дано, что функция – это $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 12$.

- (ב) (1) Найдите a .
- (2) Найдите координаты y точек экстремума функции $f(x)$.

График функции $f(x)$ пересекает ось x в двух различных точках.

- (ג) Начертите схематический график функции $f(x)$.
- (ד) Вычислите площадь фигуры, заключенной между графиком функции $f(x)$, касательной к графику функции $f(x)$ в точке, в которой $x = a$, и прямой $x = -1$.



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך.