

Attention : cet examen comporte des instructions particulières.
Répondez aux questions d'après ces instructions

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה!

Mathématiques
4 unités d'étude - premier questionnaire

מתמטיקה
4 יחידות לימוד-שאלון ראשון

Instructions

הוראות

- א. Durée de l'examen : trois heures et demie.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire comporte trois parties comprenant huit questions au total.
Première partie — Algèbre, géométrie analytique, probabilités
Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie planes
Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine
Répondez à **cinq** questions de votre choix.
— $5 \times 20 = 100$ points.

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
עליכם לענות על **חמש** שאלות לבחירתכם — $5 \times 20 = 100$ נקודות.

- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.
L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
(2) Formulaires (jointes au sujet).
(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

- ד. Instructions supplémentaires :
(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page.
Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.
Expliquez **toutes** vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיקו את השאלה; סמנו את מספרה בלבד.
(2) התחילו כל שאלה בעמוד חדש. רשמו במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבירו את כל פעולותיכם, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.
Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.
Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה"
בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה !

Questions

Attention : Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Répondez à cinq des questions 1-8 (20 points par question).

Attention : si vous répondez à plus de cinq questions, seules les cinq premières réponses de votre cahier seront corrigées.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités

1. La distance entre le village A et le village B est de 96 km .

Dimanche, Ronen est parti du village A en scooter et a roulé à vitesse constante en direction du village B .

Le même jour et à la même heure, Dani est parti du village B à vélo et a roulé à vitesse constante en direction du village A .

Le même jour, Ronen et Dani se sont croisés une heure après leur départ.

Lundi, Dani est parti du village B en direction du village A . Une heure plus tard, Ronen est parti du village A en direction du village B .

Tous les deux ont suivi le même parcours et ont roulé à la même vitesse que dimanche.

Au moment où Dani a parcouru exactement 42 km , Ronen et lui se sont croisés.

- א. Déterminez la vitesse à laquelle Ronen a roulé et la vitesse à laquelle Dani a roulé.
ב. À quelle distance Dani se trouvait-il du village A lorsque Ronen est arrivé au village B lundi ?

2. Soit le parallélogramme ABCD .

Le point B se situe sur l'axe des abscisses.

La diagonale DB est perpendiculaire au côté AB (voir figure).

Données : $A(0, -10)$,

l'équation de DC est $y = \frac{2}{5}x + 19$.

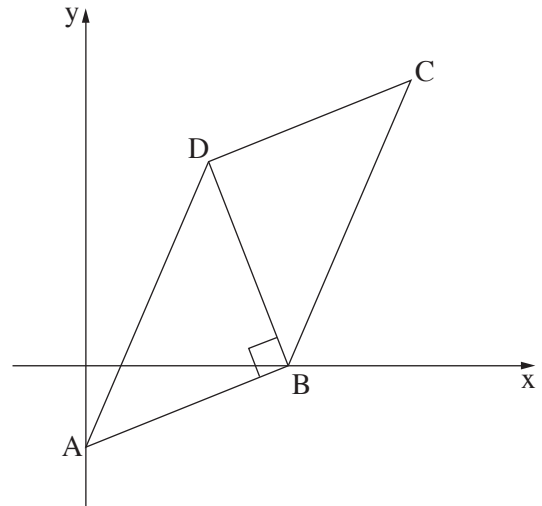
א. Déterminez les coordonnées du sommet B .

ב. Déterminez l'équation de DB .

On inscrit le triangle ABD dans un cercle.

ג. Déterminez l'équation du cercle.

ד. La droite BC est-elle tangente au cercle au point B ? Justifiez.



3. Un refuge pour animaux accueille uniquement des chiens et des chats.

40% des animaux de ce refuge sont des chats, les autres sont des chiens.

La moitié des animaux de ce refuge sont des animaux adultes, les autres sont de jeunes animaux.

Le nombre de jeunes chiens de ce refuge est 2 fois plus grand que le nombre de chiens adultes du refuge.

א. On choisit au hasard un animal parmi tous les animaux de ce refuge. Quelle est la probabilité que l'on ait choisi un chien adulte ?

ב. On choisit au hasard un chat parmi tous les chats de ce refuge. Quelle est la probabilité que l'on ait choisi un chat adulte ?

On sait qu'il y a 16 chiens adultes dans ce refuge.

ג. Combien de chats y a-t-il dans ce refuge ?

La famille Lévy a décidé d'adopter deux chats de ce refuge.

Elle a choisi au hasard, en prenant l'un après l'autre (sans remise), deux chats parmi tous les chats du refuge.

ד. Quelle est la probabilité que les deux chats choisis par la famille Lévy soient adultes ?

Donnez une réponse avec une précision de trois chiffres après la virgule.

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie planes

4. Le quadrilatère ABCD est inscrit dans un cercle.

Les prolongements des côtés AB et DC se coupent en un point E (voir figure).

א. Démontrez que $\angle BAD = \angle BCE$.

ב. Démontrez que $\triangle DEA \sim \triangle BEC$.

Données : $\frac{AD}{BC} = \frac{5}{3}$,

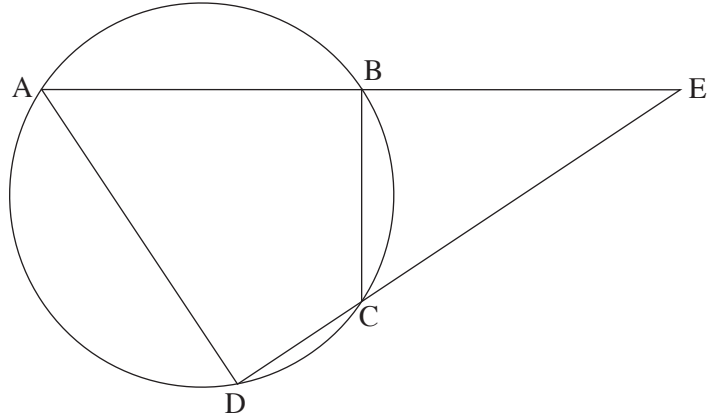
$CE = 6$, $AB = 5$.

ג. Déterminez la longueur du côté BE.

Donnée : $\angle BDC = \angle BEC$.

ד. (1) Démontrez que le triangle ACE est isocèle.

(2) Démontrez que AC est un diamètre du cercle.



5. Soit le triangle ABC (voir figure).

Le côté AB est 3 fois plus grand que le côté BC.

Donnée: $\angle ACB = 130^\circ$.

א. Déterminez la mesure de l'angle $\angle BAC$.

On sait que l'aire du triangle ABC est 14.

ב. Déterminez la longueur du côté BC.

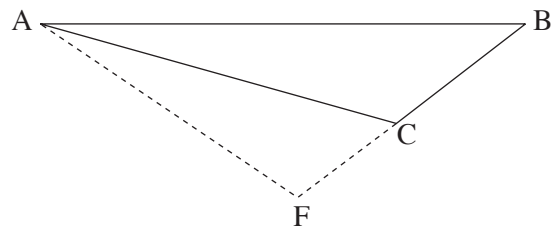
On prolonge BC jusqu'à un point F, tel que cela est décrit sur la figure, de sorte que $FC = 3$.

ג. Calculez la longueur de AF.

Le point M se situe sur AF, de sorte que CM est une bissectrice de l'angle ACF.

ד. (1) Déterminez la mesure de l'angle $\angle CAF$.

(2) Calculez la longueur de la bissectrice CM.



Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{2x - b}{x - 4} + 1$. b est un paramètre.

א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.

On sait que le graphe de la fonction $f(x)$ coupe l'axe des ordonnées au point $(0, 2,5)$.

ב. Déterminez b .

Substituez la valeur de b que vous avez déterminée à l'article ב dans la fonction $f(x)$, puis répondez aux articles ג-ד.

ג. Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$, qui sont parallèles aux axes.

ד. Déterminez les coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.

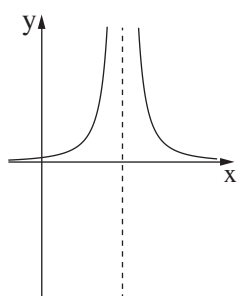
ה. Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$ (s'il en existe).

ו. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

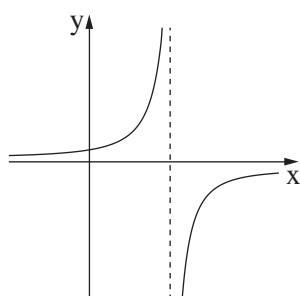
ז. (1) L'un des graphes I-IV figurant à la fin de la question, représente la fonction dérivée $f'(x)$.

Déterminez lequel, puis justifiez votre réponse.

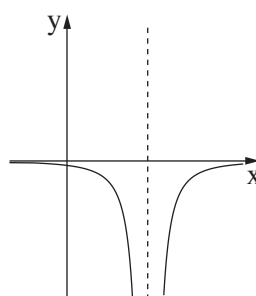
(2) Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$, par la droite $x = 1$, par l'axe des abscisses et par l'axe des ordonnées.



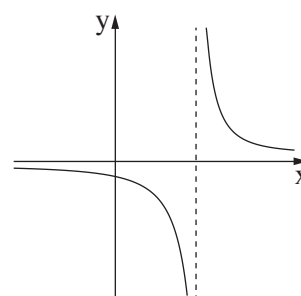
IV



III



II



I

7. Soit la fonction $f(x) = (x - 3) \cdot \sqrt{2x}$.

- א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- ב. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.
- ג. Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- ד. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = -f(x)$.

- ה. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $g(x)$ dans le repère dans lequel vous avez tracé le graphe de la fonction $f(x)$.

On note S l'aire délimitée par le graphe de la fonction $f(x)$ et par l'axe des abscisses.

- ו. Exprimez en fonction de S l'aire délimitée par les graphes des fonctions $f(x)$ et $g(x)$. Justifiez.

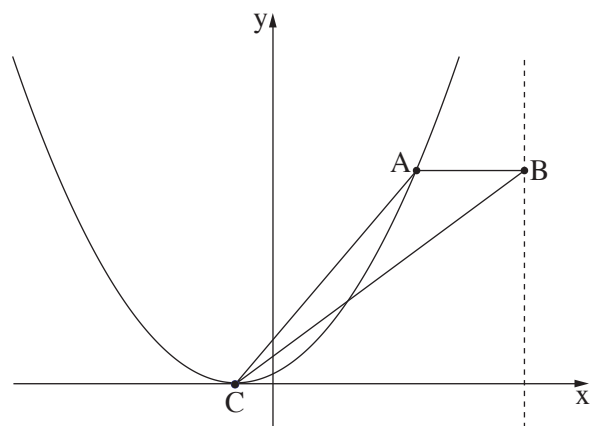
8. Soit la fonction $f(x) = (x + 1)^2$.

Le point A se situe sur le graphe de la fonction $f(x)$ dans le premier quadrant.

Le point B se situe sur la droite $x = 7$, à droite du point A , de telle sorte que AB est parallèle à l'axe des abscisses (voir figure).

On note t l'abscisse du point A .

- א. Exprimez les coordonnées des points A et B en fonction de t .



Le point C est le point d'extremum de la fonction $f(x)$.

- ב. Exprimez l'aire du triangle ABC en fonction de t .
- ג. Déterminez la valeur de t pour laquelle l'aire du triangle ABC est maximale.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך