

**Note:** In this exam there are special instructions.  
Answer the questions according to these instructions.

**שימו לב:** בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.  
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה!

## Mathematics

### 4 Points – 2nd Exam

## מתמטיקה

### 4 יחידות לימוד – שאלון שני

#### Instructions

#### הוראות

- א. Duration of the exam: One hour and 45 minutes
- ב. Exam structure and breakdown of points:  
This exam has two parts, with a total of five questions.  
Part One — Sequences, Spatial Trigonometry  
Part Two — Growth and Decay, Differential and Integral Calculus of Trigonometric Functions, Exponential and Logarithmic Functions, and Power Functions  
Answer three questions, with at least one question from each part  
 $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$  points.
- ג. Material that may be used during the exam:
- (1) A non-graphing calculator. Do not use the programming options of a programmable calculator. Use of a graphing calculator or programming options may lead to the disqualification of your exam.
  - (2) Formula sheets (attached).
  - (3) A Hebrew-foreign language / foreign language-Hebrew dictionary.
- ד. Special instructions:
- (1) Do not copy the question, but do indicate the number of the question you are answering.
  - (2) Start each question on a new page. Write the steps of the solution in your answer booklet, even when the calculations are done with a calculator. Explain all of your work, including calculations, in detail and in a clear and organized fashion. Lack of detail may lower your score or lead to the disqualification of your exam.

- א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:  
בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.  
פרק ראשון — סדרות, טריגונומטריה במרחב  
פרק שני — גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה  
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק  
 $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$  נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
  - שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
  - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
  - (3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
  - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
  - יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
  - חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.  
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Write only in the answer booklet. Write "טייטה" at the top of each draft page. If you use any draft paper outside the answer booklet your exam may be disqualified.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.  
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Good Luck!

בהצלחה!

## Questions

**Note:** Explain all of your work, including calculations, clearly and in detail.

**Lack of detail may lower your score or lead to the disqualification of your exam.**

Answer three of the questions 1-5, with at least one question from each part (each question -  $33\frac{1}{3}$  points).

**Note:** If you answer more than three questions, only the first three answers in your answer booklet will be graded.

### Part One — Sequences, Spatial Trigonometry

#### Sequences

1.  $a_n$  is an arithmetic sequence.

Given :  $a_1 \cdot a_4 = (a_2)^2$  ,

the common difference is 3 .

- א. Find  $a_1$  .

Given: The last term in the sequence  $a_n$  is equal to 300 .

- א. Find how many terms there are in the sequence  $a_n$  .

Every fourth term in the sequence  $a_n$  (i.e., the terms  $a_4, a_8, a_{12} \dots$ ) was deleted.

- א. (1) Find the sum of the terms that were deleted from the sequence.  
(2) Find the sum of the terms that were left in the sequence.

#### Spatial Trigonometry

2. Consider a right pyramid SABCD whose base ABCD is a rectangle (see figure).

Given:  $BC = 5$  ,  $AB = 8$  ,

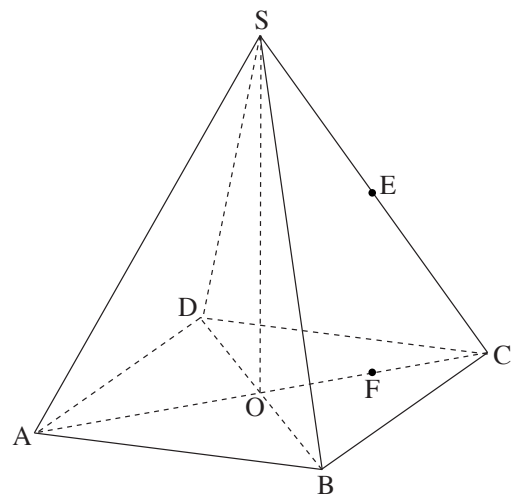
the volume of the pyramid is equal to 160 .

- א. Find the height of the pyramid, SO .  
א. Find the size of the angle between a lateral edge and the base of the pyramid.  
א. Find the length of a lateral edge of the pyramid.

Point E is the midpoint of Edge SC .

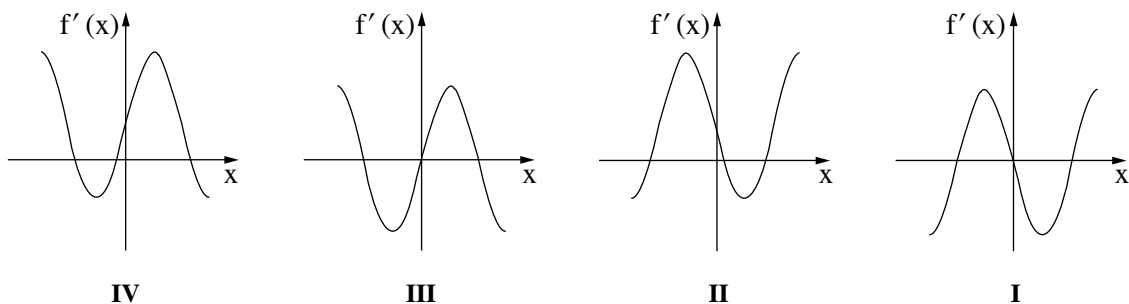
F is a point on the diagonal AC , such that  $EF \perp AC$  .

- א. (1) Find the length of EF .  
(2) Find the size of the angle between AE and the base of the pyramid.



## Part Two — Growth and Decay, Differential and Integral Calculus of Trigonometric Functions, Exponential and Logarithmic Functions, and Power Functions

3. Consider the given function  $f(x) = 2 - 4(\sin x)^2$ , which is defined on the domain  $-\frac{3}{4}\pi \leq x \leq \frac{3}{4}\pi$ .
- א. Find the coordinates of the intersection points of the graph of function  $f(x)$  with the  $x$ -axis.
  - ב. Find the coordinates of the interior extrema [נקודות הקיצון הפנימיות] of function  $f(x)$ , and determine what type of extrema they are.
  - ג. Sketch a graph of function  $f(x)$ .
  - ד. One of the graphs I-IV below describes the graph of the derivative function  $f'(x)$ . Determine which graph it is, and explain your answer.
  - ה. Calculate the area of the region bounded by the graph of the derivative function  $f'(x)$  and the  $x$ -axis.



4. Consider the given function  $f(x) = x^2 \cdot e^{-x^2}$ , which is defined for all  $x$ .
- א. Find the coordinates of the intersection point of the graph of the function with the  $x$ -axis.
  - ב. Find the coordinates of the extrema [נקודות קיצון] of function  $f(x)$ , and determine what type of extrema they are.
  - ג. Find the intervals on which function  $f(x)$  is increasing and decreasing.
  - ד. Sketch a graph of function  $f(x)$ .

Consider the given function  $g(x)$ , which satisfies  $g(x) = -2f(x)$  for all  $x$ .

- ה. Sketch a graph of function  $g(x)$  on the same coordinate system that you used to sketch the graph of function  $f(x)$ .

Let  $S$  denote the area of the region bounded by the graph of function  $f(x)$ , the  $x$ -axis, and the line  $x = 3$ .

- ו. Express in terms of  $S$  the area of the region bounded by the graph of function  $f(x)$ , the graph of function  $g(x)$ , and the line  $x = 3$ . Explain your answer.

5. Consider the given function  $f(x) = a + (\ln x)^2$ .

$a > 0$  is a parameter.

- א. Find the domain [תחום ההגדרה] of function  $f(x)$ .
- ב. Find the coordinates of the extremum [נקודת קיצון] of function  $f(x)$ , and determine what type of extremum it is (express in terms of  $a$ , if necessary).

Consider the given function  $g(x) = 1 + \ln x$ , which is defined on the domain  $x > 0$ .

- ג. Find the intervals on which function  $g(x)$  is increasing and decreasing (if there are any).
- ד. One of the graphs I-IV below describes the graph of function  $f(x)$ , and one of them describes the graph of function  $g(x)$ .

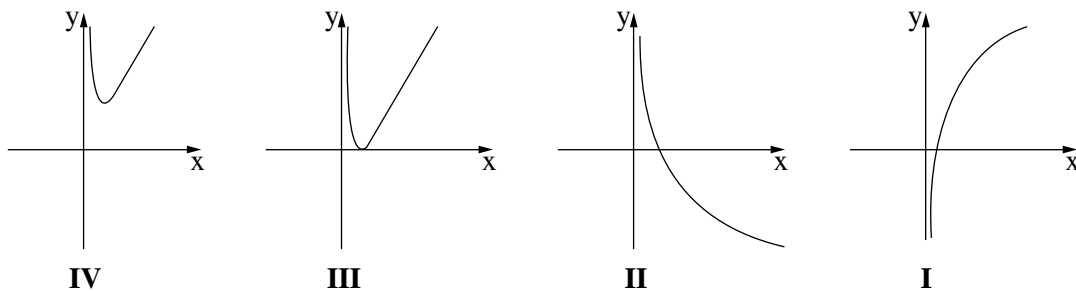
Determine which graph describes function  $f(x)$  and which graph describes function  $g(x)$ .

Explain your answers.

The graphs of the functions  $f(x)$  and  $g(x)$  intersect at two different points.

The  $x$ -coordinate of one of these intersection points is  $x = e$ .

- ה. (1) Find  $a$ .
- (2) Find the coordinates of the other intersection point of the graphs of functions  $f(x)$  and  $g(x)$ .
- (3) Which values of  $x$  satisfy  $f(x) < g(x)$ ?



**Good Luck!**

All rights reserved by the State of Israel.  
Copying or publication without the consent of the  
Ministry of Education is prohibited.

**בהצלחה!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך