

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции.
Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Математика

מתמטיקה

4 единицы обучения – второй вопросник

4 יחידות לימוד – שאלון שני

Указания

הוראות

- Продолжительность экзамена: 1 час 45 минут.
- Строение вопросника и ключ к оценке:
В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.
Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве
Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное и интегральное исчисление тригонометрических функций, показательные и логарифмические функции, степенные функции
Вы должны ответить на три вопроса, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ баллов.
- Разрешенный вспомогательный материал:
 - Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
 - Листы с формулами (прилагаются).
 - Двуязычный словарь.
- Особые указания:
 - Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.
 - Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.
Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и по порядку. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

- משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- חומר עזר מותר בשימוש:
 - מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - דפי נוסחאות (מצורפים).
 - מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.
- הוראות מיוחדות:
 - אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל פעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתובת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טיוטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

Вопросы

Обратите внимание: объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Ответьте на три из вопросов 1–5, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три из ответов в вашей тетради.

Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве

Последовательности

1. a_n – геометрическая прогрессия.

Дано: $a_5 = t$, $a_3 = 4t$. t – параметр.

(**а**) Найдите знаменатель прогрессии a_n (два возможных варианта).

Дано, что все члены прогрессии a_n положительны и что сумма бесконечного числа членов этой прогрессии равна 4.

(**б**) Найдите a_1 , первый член этой прогрессии, и t .

b_n – арифметическая прогрессия, для которой выполняется: $b_1 = a_1$, $b_3 = a_3$.

В прогрессии b_n есть 63 члена.

(**в**) Найдите сумму членов прогрессии b_n , находящихся на четных местах.

Тригонометрия в пространстве

2. Дана пирамида $SABCD$, боковые ребра которой равны между собой [ישרה] и в основании которой лежит прямоугольник $ABCD$ (смотрите рисунок).

Острый угол между двумя диагоналями этого прямоугольника равен 40° .

Высота пирамиды – SO .

Дано: $SO = AB$, $AB > BC$.

Обозначим длину стороны BC как a .

(**а**) Выразите длину стороны AB при помощи a .

(**б**) Найдите величину угла между боковым ребром и основанием этой пирамиды.

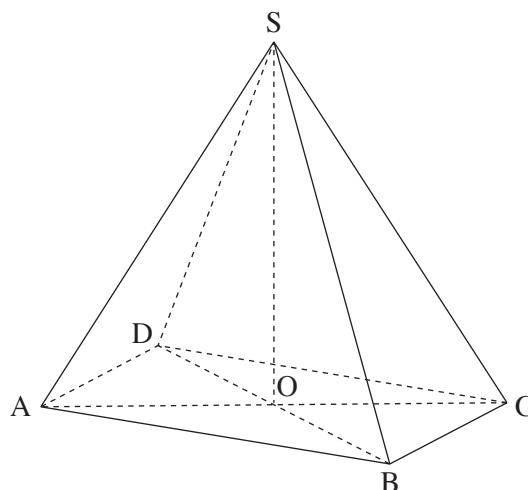
(**в**) Найдите величину угла $\angle ASC$.

Дано: площадь треугольника ASC равна 14.

(**г**) Найдите a .

Точка E – середина высоты SO .

(**д**) Вычислите объем пирамиды $EABCD$.



**Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное
и интегральное исчисление тригонометрических функций,
показательные и логарифмические функции, степенные функции**

3. Дана функция $f(x) = a + \frac{1}{2} \sin(2x)$, определенная в области $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$.

$a > 0$ – параметр.

(к) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ (при необходимости выразите их при помощи a).

Дано, что координата y внутренней точки максимума функции $f(x)$ равна 3.5.

(а) Найдите a .

Подставьте $a = 3$ и ответьте на вопросы пунктов (д)-(з).

(д) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Проводят касательную к графику функции $f(x)$ в ее внутренней точке минимума.

(з) (1) Найдите уравнение этой касательной.

(2) Найдите площадь фигуры, заключенной между этой касательной, графиком функции $f(x)$, прямой $x = -\frac{\pi}{3}$ и осью y .

4. Дана функция $f(x) = (4 - 3x) \cdot e^{3x}$.

(к) Какова область определения функции $f(x)$?

(а) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.

(д) (1) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.

(2) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.

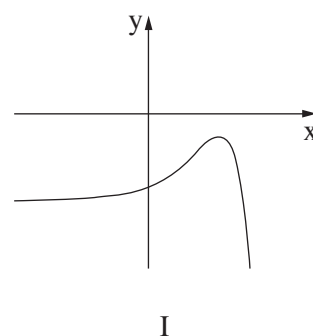
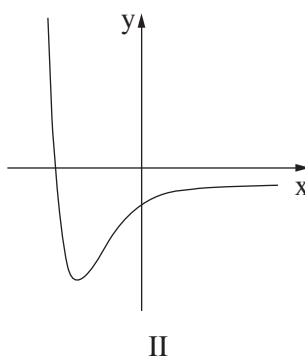
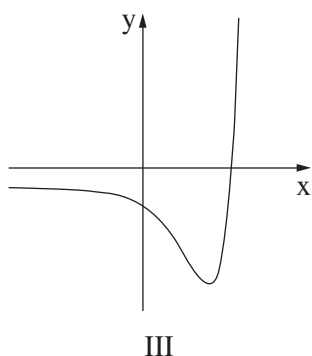
(з) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = -2 \cdot f(x) - 1$.

(а) (1) Найдите координаты точки экстремума функции $g(x)$ и определите ее тип.

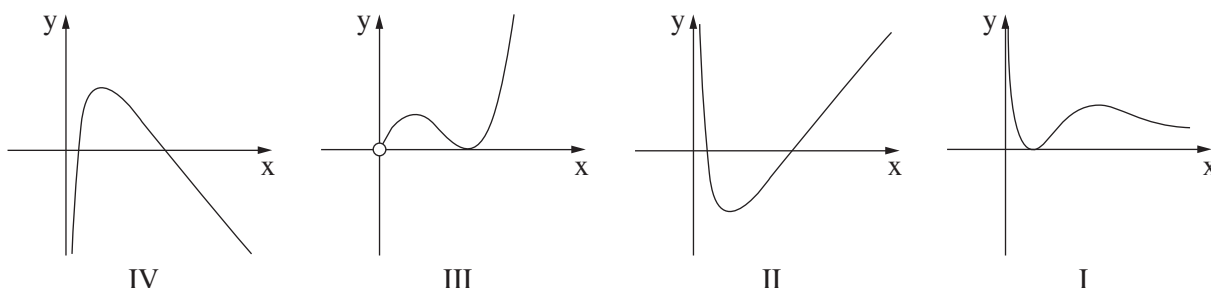
(2) Один из приведенных ниже графиков I–III соответствует графику функции $g(x)$.

Определите, какой именно, и обоснуйте свой ответ.



5. Дана функция $f(x) = x \cdot (\ln x)^2$.

- (א) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (ב) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
- (ג) Объясните, почему $f(x) \geq 0$ выполняется для любого x в области определения функции $f(x)$.
- (ד) Один из графиков I–IV в конце вопроса соответствует графику функции $f(x)$, а один из них соответствует графику производной функции $f'(x)$.
 Определите, какой из них соответствует графику функции $f(x)$, а какой – графику производной функции $f'(x)$, и обоснуйте свой ответ.
- (ה) Найдите площадь фигуры, заключенной между графиком производной функции $f'(x)$ и осью x .



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך