

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции.
Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

Математика

первый вопросник – 4 единицы обучения

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

в этом вопроснике три раздела, и в них восемь вопросов.

Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня

Вы должны ответить на пять вопросов по выбору – $5 \times 20 = 100$ баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос;

обозначьте только его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.

Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и по порядку.

Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות. פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור. פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – $5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה;

יש לסמן את מספרה בלבד.

2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. יש להסביר את כל פעולות, כולל

חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או

לפסילת הבחינה.

Вопросы

Обратите внимание: подробно и ясно объясняйте все ваши действия, включая вычисления.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Ответьте на пять из вопросов 1–8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на пять вопросов, будут проверены только первые пять из ответов в вашей тетради.

Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности

1. Расстояние между городом А и городом В равно 75 км.

Мотоциклист выехал из города А в направлении города В.

В это же время велосипедист выехал из города В в направлении города А.

Мотоциклист и велосипедист ехали по одному и тому же маршруту.

Мотоциклист ехал с постоянной скоростью 80 км/час. Велосипедист ехал с постоянной скоростью 20 км/час.

- (к) Через какое время с того момента, как они отправились в путь, мотоциклист и велосипедист встретились?

Мотоциклист прибыл в город В и сразу же отправился в обратный путь в направлении города А.

На обратном пути в город А мотоциклист второй раз встретил велосипедиста.

Каждый из них продолжал ехать с той же скоростью, с которой он ехал ранее.

- (а) Сколько времени прошло между **первой** встречей мотоциклиста с велосипедистом и их **второй** встречей?
- (б) Какое расстояние проехал велосипедист с момента начала своего движения до момента встречи с мотоциклистом во **второй** раз?

2. На чертеже справа изображена окружность, уравнение которой $(x - 8)^2 + y^2 = 25$.

Точки В и С находятся на оси x , как показано на чертеже.

- (к) Найдите координаты точек В и С.

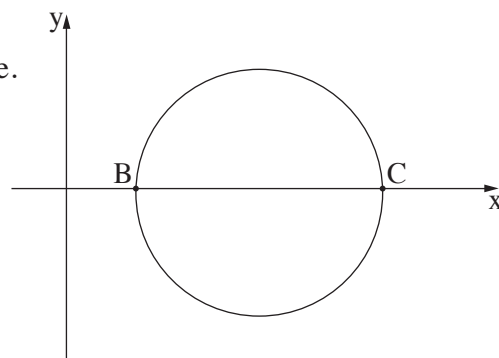
Точка А находится на окружности в четвертом квадранте.

Дано: площадь треугольника ABC равна 20.

- (а) (1) Найдите длину высоты к стороне ВС в треугольнике ABC.
- (2) Найдите координаты точки А (две возможности).

Дано: угловой коэффициент прямой, касательной к этой окружности в точке А, является положительным.

- (б) Найдите уравнение этой прямой, касательной к окружности в точке А.
- (в) Найдите площадь четырехугольника, ограниченного прямыми, касательными к этой окружности в точках А, В и С, и осью x .



3. Одна компания проводила конкурсный отбор кандидатов на работу в компании.

Чтобы поступить на работу в эту компанию, кандидаты должны успешно пройти три этапа конкурса.

Тот, кто не смог успешно пройти первый этап конкурса, не сможет перейти на второй этап, а тот, кто не смог успешно пройти второй этап, не сможет перейти на третий этап.

Этапы конкурса были следующими:

первый этап – тест на соответствие,

второй этап – личное собеседование,

третий этап – групповой семинар.

Все кандидаты, которые успешно прошли **все** три этапа конкурса, были приняты на работу в компанию.

Дано:

75% кандидатов успешно сдали тест на соответствие.

50% кандидатов, успешно сдавших тест на соответствие, успешно прошли личное собеседование.

40% кандидатов, успешно прошедших личное собеседование, успешно прошли групповой семинар.

(⌘) Случайным образом выбрали одного кандидата. Какова вероятность того, что его приняли на работу в компанию?

(⌚) Нета и Гали приняли участие в конкурсе. Какова вероятность того, что на работу в компанию **приняли** не более одной из них?

(⌚) Ади также участвовала в конкурсе. Какова вероятность того, что она успешно прошла личное собеседование, если известно, что она **не** была принята на работу в компанию?

(⌚) Известно, что из общего числа кандидатов 170 кандидатов **не** были приняты на работу в компанию.

Сколько кандидатов было принято на работу в компанию?

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

4. BA – диаметр окружности с центром O (смотрите чертеж).

C и D – такие точки на окружности,

что выполняется: $\sphericalangle BOC = 2 \cdot \sphericalangle AOD$

(*) Докажите: $\sphericalangle CAB = \sphericalangle AOD$.

Точка E расположена на продолжении диаметра BA ,
 как показано на чертеже.

Дано, что ED является касательной к окружности в точке D .

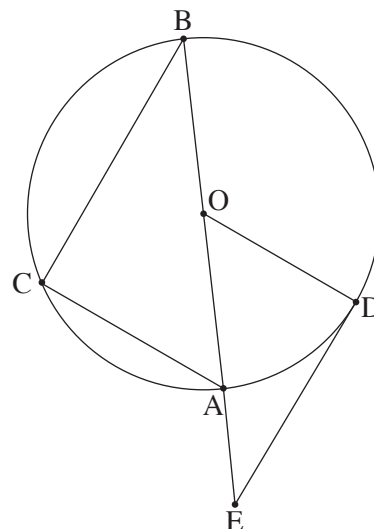
(*) Докажите: $CB \parallel ED$.

(*) Докажите: $BA \cdot OD = OE \cdot AC$.

Дано, что площадь треугольника CAB в 1.44 раза больше,
 чем площадь треугольника DOE .

Обозначим радиус данной окружности через R .

(*) Выразите при помощи R длину отрезка AE .



5. На чертеже справа изображен треугольник ABC , длины сторон которого:

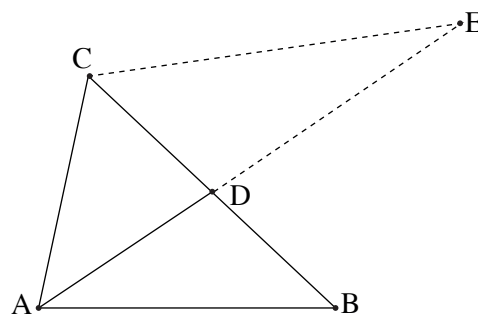
$AC = 6$, $AB = 7$, $BC = 8$.

AD – медиана к стороне BC в треугольнике ABC .

(*) (1) Найдите величину угла $\sphericalangle ABC$.

(2) Найдите длину медианы AD .

(3) Найдите величину угла $\sphericalangle BAD$.



Точка E расположена на продолжении AD , как показано на чертеже.

Дано: площадь треугольника CDE равна 16.

(*) Найдите длину DE .

Из точки C опустили перпендикуляр на медиану AD , пересекающий ее в точке F .

(*) Найдите отношение между площадью треугольника CDF и площадью треугольника CDE .

Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня

6. Дана функция $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{x^2 - 1}$.

- (*) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (2) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат.
- (3) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (*) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.
- (*) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = -f(x) + k$, k – параметр.

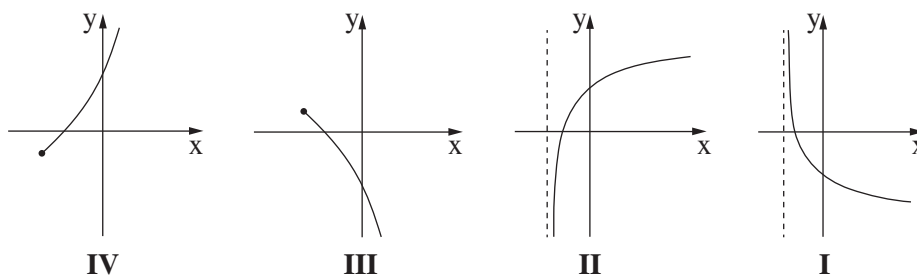
Дано: уравнением горизонтальной асимптоты функции $g(x)$ является $y = 1$.

- (*) (1) Найдите k .
- (2) Каковы координаты точки экстремума функции $g(x)$ и каков ее тип?

7. Дана функция $f(x) = x - 2\sqrt{x+a}$, a – параметр.

График функции $f(x)$ пересекает ось x в точке $(6, 0)$.

- (*) Покажите, что $a = 3$.
- (*) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (*) Найдите координаты **всех** точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
- (*) Начертите схематический график функции $f(x)$.
- (*) Один из графиков I–IV в конце вопроса соответствует графику функции производной $f'(x)$.
 Определите, какой именно, и обоснуйте свой ответ.
- (*) Найдите площадь фигуры, заключенной между графиком функции производной $f'(x)$, прямой $x = 1$ и осью x .



8. Даны функции: $f(x) = -x^2 + 9x$, $g(x) = x^2$.

Точка А расположена на графике функции $f(x)$ в первом квадранте над графиком функции $g(x)$.

Из точки А провели две прямые:

прямую, перпендикулярную оси y и пересекающую ее в точке С,

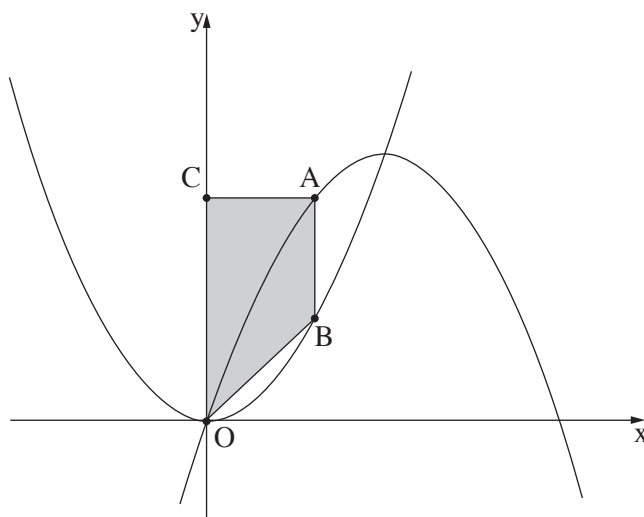
и прямую, параллельную оси y и пересекающую график функции $g(x)$ в точке В (смотрите чертеж).

Точка О – это точка начала координат.

Обозначим через t координату x точки А.

(*) Выразите при помощи t длины отрезков АС, СО и АВ.

(**) Найдите значение t , при котором площадь трапеции АВОС будет максимальной.



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך.