

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2022 года

Номер вопросника: 035472

Приложение: листы с формулами

для уровня в 4 единицы обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022

מספר השאלון: 035472

נספח: דפי נוסחאות

ל-4 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

תוכנית חדשה

## Математика

## מתמטיקה

### 4 единицы обучения – второй вопросник

### 4 יחידות לימוד – שאלון שני

#### Указания

#### הוראות

а. Продолжительность экзамена: 1 час 45 минут.

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.

בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

Раздел первый – геометрия в пространстве, статистика

פרק ראשון – גאומטריה במרחב, סטטיסטיקה

Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי

и интегральное исчисление показательных и

ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

логарифмических функций

Вы должны ответить на три вопроса, по меньшей мере на

אחת מכל פרק – 3  $\times$  33  $\frac{1}{3}$  = 100 נקודות. 100 = 33  $\frac{1}{3}$   $\times$  3

в. Разрешенный вспомогательный материал:

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה. 2. דפי נוסחאות (מצורפים). 3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

ד. הוראות מיוחדות:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.

1. אין להעתיק את השאלה;

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.

יש לסמן את מספרה בלבד

Запишите в тетради этапы решения (также и в том

יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

случае, когда вычисления производились с помощью

יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם

калькулятора). Объясните все свои действия, включая

вычисления, подробно, ясно и по порядку. Недостаточно

подробная запись решения может привести к тому, что

оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет

аннулирован.

פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

Желаем успеха!

בהצלחה!

## Вопросы

**Обратите внимание:** объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.

**Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.**

Ответьте на три из вопросов 1–5, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос –  $33\frac{1}{3}$  балла).

**Обратите внимание:** если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три из ответов в вашей тетради.

### Раздел первый – геометрия в пространстве, статистика

1. Дан куб  $ABCA'B'C'D'$  (смотрите чертеж).

Точки  $E$  и  $G$  – это середины ребер  $AA'$  и  $CC'$ , соответственно.

Для точки  $F$  выполняется  $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ .

Для точки  $H$  выполняется  $\overrightarrow{D'H} = \frac{3}{4}\overrightarrow{D'C'}$ .

Обозначим:  $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$ ,  $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$ .

(\*) (1) Выразите векторы  $\overrightarrow{EF}$ ,  $\overrightarrow{FG}$ ,  $\overrightarrow{HG}$  и  $\overrightarrow{EH}$  при помощи  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  и  $\underline{w}$ .

(2) Является ли четырехугольник  $EFGH$  параллелограммом? Обоснуйте свой ответ.

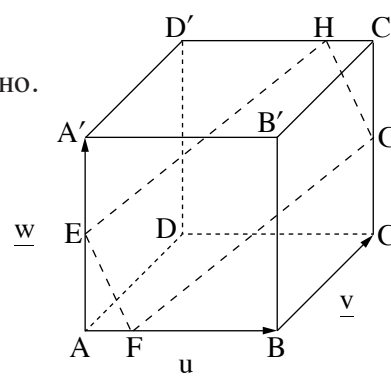
Объем данного куба равен 512.

(\*) (1) Найдите длину ребра данного куба.

(2) Найдите длины векторов  $\overrightarrow{EF}$  и  $\overrightarrow{EH}$ .

(\*) (1) Найдите величину угла  $HEF$ .

(2) Найдите площадь четырехугольника  $EFGH$ .



2. Для того чтобы проверить связь между оценками за экзамен на аттестат зрелости по математике ( $X$ ) и оценками за экзамен на аттестат зрелости по информатике ( $Y$ ), в определенном году были вычислены средние оценки, средние квадратичные отклонения  $[\text{סטיות התקן}]$  и коэффициент корреляции  $[\text{מקדם הקורלציה}]$  оценок за эти экзамены. Результаты этих вычислений были следующими:  $\bar{X} = 64$  ,  $\bar{Y} = 72$  ,  $s_x = 14$  ,  $s_y = 9$  ,  $r = 0.77$  .
- (а) Найдите уравнение прямой регрессии для предсказания оценки по информатике согласно оценке по математике.

В том же году Дани сдал экзамен по математике и экзамен по информатике. По математике он получил оценку 90 .

- (а) Согласно найденной вами прямой регрессии, какова предполагаемая оценка Дани за экзамен по информатике?

После того как выяснилось, что экзамен по математике в том году был очень сложным, к **каждой** из оценок по математике добавили 4 балла.

- (а) Как повлияли добавочные баллы на каждую из величин (1)–(3): она увеличилась, уменьшилась или не изменилась?  
Обоснуйте свой ответ.

(1)  $\bar{X}$

(2)  $s_x$

(3)  $r$

В следующем году за экзамены по математике и по информатике были получены те же самые средние оценки и те же самые средние квадратичные отклонения, что и приведенные в начале вопроса.

Известно, что уравнение прямой регрессии оценок в этом году было  $y = mx + 43.2$  .

- (а) (1) Найдите значение  $m$  .  
(2) Найдите коэффициент корреляции оценок в этом году.

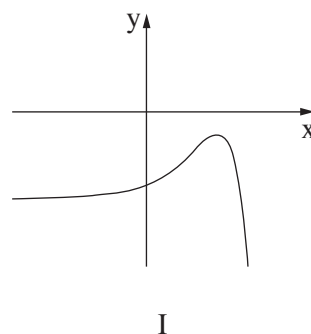
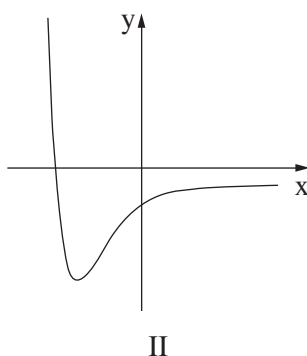
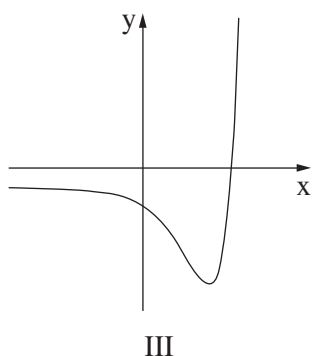
**Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное  
и интегральное исчисление показательных и логарифмических функций**

3. Дана функция  $f(x) = (4 - 3x) \cdot e^{3x}$ .

- (א) Какова область определения функции  $f(x)$  ?
- (ב) Найдите координаты точек пересечения графика функции  $f(x)$  с осями координат.
- (ג) (1) Найдите координаты точки экстремума функции  $f(x)$  и определите ее тип.  
(2) Найдите области возрастания и убывания функции  $f(x)$ .
- (ד) Начертите схематический график функции  $f(x)$ .

Дана функция  $g(x) = -2 \cdot f(x) - 1$ .

- (ה) (1) Найдите координаты точки экстремума функции  $g(x)$  и определите ее тип.  
(2) Один из приведенных ниже графиков I–III соответствует графику функции  $g(x)$ .  
Определите, какой именно, и обоснуйте свой ответ.



4. Дана функция  $f(x) = (\ln x)^3 - 3(\ln x)^2$ .

- (а) Найдите область определения функции  $f(x)$ .
- (б) Найдите координаты точек пересечения графика функции  $f(x)$  с осью  $x$ .
- (в) Найдите координаты точек экстремума функции  $f(x)$  и определите их тип.
- (г) Начертите схематический график функции  $f(x)$ .
- (д) (1) Запишите области положительности и отрицательности функции производной  $f'(x)$ .
- (2) Найдите площадь фигуры, заключенной между графиком функции производной  $f'(x)$ , прямой  $x = \frac{1}{e}$ , прямой  $x = e$  и осью  $x$ .

5. Функция  $f(x)$  и функция ее производной,  $f'(x)$ , определены для любого  $x$ .

Дано:  $f'(x) = e^x - e^{2-x}$ .

- (а) Найдите координату  $x$  точки экстремума функции  $f(x)$  и определите ее тип.

Дано, что функция  $f(x)$  является положительной для любого  $x$ .

- (б) Начертите возможный схематический график функции  $f(x)$ .
- (в) Определите, какое из выражений (1)–(4) может описывать функцию  $f(x)$ .  
Обоснуйте свой ответ.

(1)  $f(x) = e^x - e^{2-x} + c$

(2)  $f(x) = e^x + \frac{1}{2}e^{2-x} + c$

(3)  $f(x) = e^x - \frac{1}{2}e^{2-x} + c$

(4)  $f(x) = e^x + e^{2-x} + c$

$c$  – параметр.

Через точку экстремума функции  $f(x)$  провели перпендикуляр к оси  $x$ .

Дано: площадь фигуры, заключенной между графиком функции  $f(x)$ , данным перпендикуляром и осями координат, равна  $e^2 + e - 1$ .

- (г) (1) Найдите  $c$ .
- (2) Найдите значение  $y$  точки экстремума функции  $f(x)$ .

**Желаем успеха!**

Авторские права принадлежат Государству Израиль.  
Копировать или публиковать можно только  
с разрешения Министерства просвещения

**בהצלחה!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.  
אין להעתיק או לפרסם  
אלא ברשות משרד החינוך