

Attention : cet examen comporte des instructions particulières.

Répondez aux questions d'après ces instructions.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.

יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Mathématiques

4 unités d'étude - premier questionnaire

Instructions

א. Durée de l'examen : trois heures et demie.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire comporte trois parties comprenant huit questions au total.

Première partie — Algèbre, géométrie analytique, probabilités

Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie planes

Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine

Répondez à **cinq** questions de votre choix.

— $5 \times 20 = 100$ points.

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.

L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (jointes au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.

Expliquez **toutes** vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen **uniquement**.

Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד-שאלון ראשון

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

יש לענות על **חמש** שאלות לבחירתכם — $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון

שיש בו אפשרות לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול

לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את

שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים

בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט

ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת

הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה"

בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה

עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה !

Questions

Attention : Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Répondez à cinq des questions 1-8 (20 points par question).

Attention : si vous répondez à plus de cinq questions, seules les cinq premières réponses de votre cahier seront corrigées.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités

1. La distance entre la ville A et la ville B est de 75 km .

Un motocycliste a roulé de la ville A en direction de la ville B .

Au même moment, un cycliste a roulé de la ville B en direction de la ville A .

Le motocycliste et le cycliste ont tous deux roulé sur le même parcours.

Le motocycliste a roulé à une vitesse constante de 80 km/h . Le cycliste a roulé à une vitesse constante de 20 km/h .

- ⌘. Au bout de combien de temps à partir de l'instant de leur départ, le motocycliste et le cycliste se sont-ils rencontrés ?

Le motocycliste est arrivé à la ville B , puis est immédiatement reparti vers la ville A .

Sur la route du retour vers la ville A , le motocycliste a croisé une deuxième fois le cycliste.

Chacun d'eux a continué à rouler à la même vitesse que précédemment.

- ⌘. Combien de temps s'est écoulé entre la **première** rencontre entre le motocycliste et le cycliste et leur **deuxième** rencontre ?
- ⌘. Quelle distance le cycliste a-t-il parcouru depuis le début de son trajet jusqu'à sa **deuxième** rencontre avec le motocycliste ?

2. La figure ci-contre représente un cercle dont l'équation est $(x - 8)^2 + y^2 = 25$.

Les points B et C se trouvent sur l'axe des abscisses tel que cela est représenté sur la figure.

- ⌘. Déterminez les coordonnées des points B et C .

Le point A se trouve sur le cercle dans le quatrième quadrant.

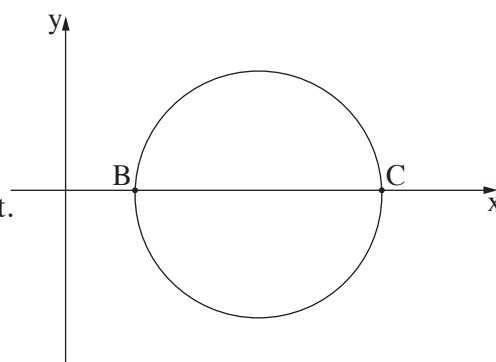
Donnée : l'aire du triangle ABC vaut 20 .

- ⌘. (1) Déterminez la longueur de la hauteur du triangle ABC relative au côté BC .

- (2) Déterminez les coordonnées du point A (deux possibilités).

Donnée : le coefficient directeur de la tangente au cercle passant au point A est positif.

- ⌘. Déterminez l'équation de la droite qui est tangente au cercle au point A .
- ⌘. Déterminez l'aire du quadrilatère délimité par les tangentes au cercle passant par les points A , B et C ainsi que par l'axe des abscisses.



3. Une société donnée a sélectionné des candidats afin de les embaucher.

Pour être engagés dans cette société, les candidats doivent passer avec succès les trois étapes de la sélection.

Celui qui n'a pas réussi la première étape, ne passe pas à la deuxième étape et celui qui n'a pas réussi la deuxième étape, ne passe pas à la troisième étape.

Les étapes de la sélection sont :

Première étape : un examen de compatibilité.

Deuxième étape : un entretien personnel.

Troisième étape : un atelier de groupe.

Tous les candidats qui ont réussi **l'ensemble** des trois étapes ont été engagés pour travailler dans cette société.

Données :

75% des candidats ont réussi l'examen de compatibilité.

50% des candidats qui ont réussi l'examen de compatibilité, ont réussi l'entretien personnel.

40% des candidats qui ont réussi l'entretien personnel, ont réussi l'atelier de groupe.

א. On a choisi au hasard un candidat. Quelle est la probabilité qu'il ait été engagé ?

ב. Netta et Gali ont participé à ces sélections. Quelle est la probabilité qu'au maximum l'une d'entre elles **ait été engagée** dans la société ?

ג. Adi a également participé à ces sélections. Quelle est la probabilité qu'elle ait réussi l'entretien personnel, sachant qu'elle **n'a pas** été engagée dans la société ?

ד. On sait que 170 candidats parmi l'ensemble des candidats n'ont pas été engagés dans la société.

Combien de candidats ont été engagés dans la société ?

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie planes

4. BA est le diamètre d'un cercle de centre O (voir figure).

C et D sont des points situés sur le cercle vérifiant

$$\angle BOC = 2 \cdot \angle AOD.$$

α. Démontrez que $\angle CAB = \angle AOD$.

Le point E se situe sur le prolongement du diamètre BA, tel que cela est décrit sur la figure.

Soit ED la tangente au cercle passant par le point D.

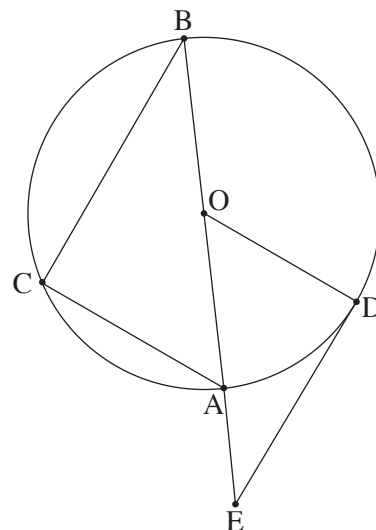
א. Démontrez que $CB \parallel ED$.

ב. Démontrez que $BA \cdot OD = OE \cdot AC$.

On sait que l'aire du triangle CAB est 1,44 fois plus grande que l'aire du triangle DOE.

Soit R le rayon du cercle.

ג. Exprimez la longueur du segment AE en fonction de R.



5. La figure ci-contre représente un triangle ABC dont les longueurs des côtés sont :

$$AC = 6, AB = 7, BC = 8.$$

AD est la médiane du triangle ABC relative au côté BC.

α. (1) Déterminez la mesure de l'angle $\angle ABC$.

(2) Déterminez la longueur de la médiane AD.

(3) Déterminez la mesure de l'angle $\angle BAD$.

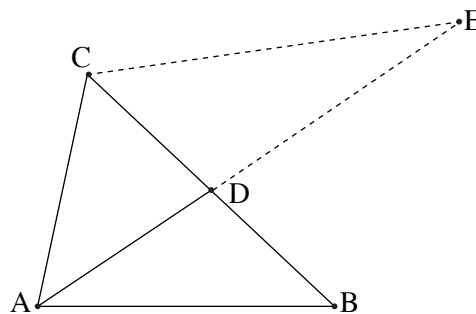
Le point E se situe sur le prolongement de AD, tel que cela est décrit sur la figure.

Donnée : l'aire du triangle CDE vaut 16.

א. Déterminez la longueur de DE.

À partir du point C, on abaisse une perpendiculaire à la médiane AD qui coupe AD en un point F.

ב. Déterminez le rapport entre l'aire du triangle CDF et l'aire du triangle CDE.



Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{x^2 - 1}$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$, qui sont perpendiculaires aux axes.
- (3) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.
- ב. Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.
- ג. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = -f(x) + k$, k est un paramètre.

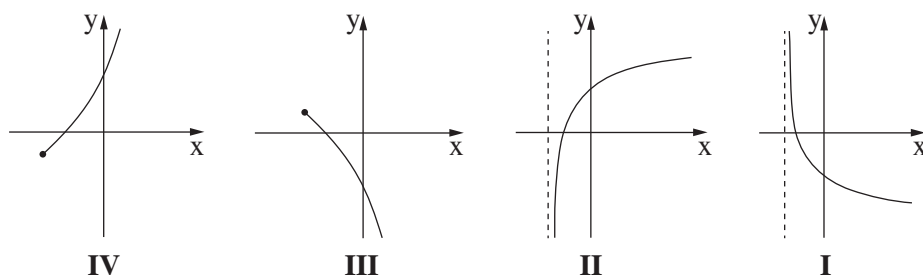
Donnée : l'équation de l'asymptote horizontale de la fonction $g(x)$ est $y = 1$.

- ד. (1) Déterminez k .
- (2) Quelles sont les coordonnées du point d'extremum de la fonction $g(x)$, et quel est son type ?

7. Soit la fonction $f(x) = x - 2\sqrt{x+a}$, a est un paramètre.

Le graphe de la fonction $f(x)$ coupe l'axe des abscisses au point $(6, 0)$.

- א. Montrez que $a = 3$.
- ב. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- ג. Déterminez les coordonnées de **tous** les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- ד. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.
- ה. L'un des graphes I-IV figurant à la fin de la question représente le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$. Déterminez lequel, puis justifiez votre réponse.
- ו. Déterminez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$, par la droite $x = 1$ et par l'axe des abscisses.



8. Soit les fonctions $f(x) = -x^2 + 9x$, $g(x) = x^2$.

Le point A se situe sur le graphe de la fonction $f(x)$ dans le premier quadrant, au dessus du graphe de la fonction $g(x)$.

À partir du point A on trace deux droites :

une droite perpendiculaire à l'axe des ordonnées et qui le coupe en un point C ,

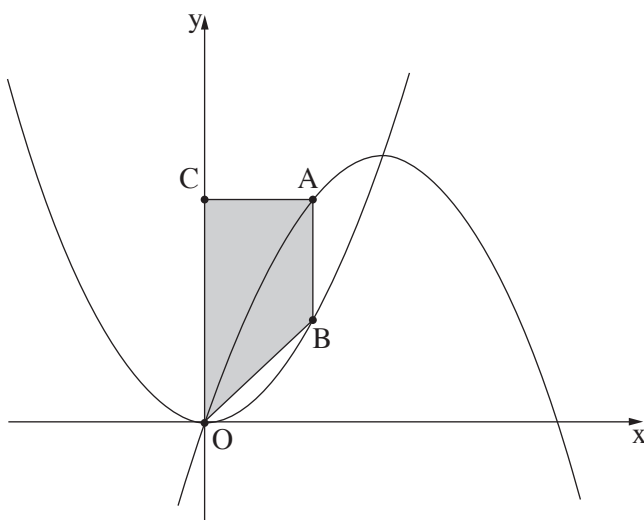
et une droite parallèle à l'axe des ordonnées et qui coupe le graphe de la fonction $g(x)$ en un point B (voir figure).

Le point O est l'origine du repère.

On note t l'abscisse du point A .

א. Exprimez les longueurs des côtés AC , CO et AB , en fonction de t .

ב. Déterminez la valeur de t pour laquelle l'aire du trapèze $ABOC$ est maximale.



Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך