

Note: In this exam there are special instructions.
Answer the questions according to these instructions.

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Mathematics

4 Points – 2nd Exam

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

Instructions

א. Duration of the exam: One hour and 45 minutes

ב. Exam structure and breakdown of points:

This exam has two parts, with a total of five questions.

Part One — Sequences, Spatial Trigonometry

Part Two — Growth and Decay, Differential and Integral Calculus of Trigonometric Functions, Exponential and Logarithmic Functions, and Power Functions

Answer three questions, with at least one question from each part

$$- 3 \times 33\frac{1}{3} = 100 \text{ points.}$$

ג. Material that may be used during the exam:

- (1) A non-graphing calculator. Do not use the programming options of a programmable calculator.
Use of a graphing calculator or programming options may lead to the disqualification of your exam.
- (2) Formula sheets (attached).
- (3) A Hebrew-foreign language / foreign language-Hebrew dictionary.

ד. Special instructions:

- (1) Do not copy the question, but do indicate the number of the question you are answering.
- (2) Start each question on a new page.
Write the steps of the solution in your answer booklet, even when the calculations are done with a calculator.
Explain all of your work, including calculations, in detail and in a clear and organized fashion.
Lack of detail may lower your score or lead to the disqualification of your exam.

Write only in the answer booklet. Write "טיוטה" at the top of each draft page. If you use any draft paper outside the answer booklet your exam may be disqualified.

הוראות

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון — סדרות, טריגונומטריה במרחב

פרק שני — גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של

פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות

ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

יש לענות על שלוש שאלות, לפחות על שאלה אחת מכל פרק

$$- 3 \times 33\frac{1}{3} = 100 \text{ נקודות.}$$

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
- שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- (3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Questions

Note: Explain all of your work, including calculations, clearly and in detail.

Lack of detail may lower your score or lead to the disqualification of your exam.

Answer three of the questions 1-5, with at least one question from each part (each question - $33\frac{1}{3}$ points).

Note: If you answer more than three questions, only the first three answers in your booklet will be graded.

Part One — Sequences, Spatial Trigonometry

Sequences

1. a_n is a **geometric** sequence.

Given : $a_5 = t$, $a_3 = 4t$. t is a parameter.

א. Find the common ratio of the sequence a_n (two possibilities).

We know that all the terms of the sequence a_n are positive and that the sum of the infinite terms in this sequence is 4 .

ב. Find a_1 , the first term in the sequence, and t .

b_n is an **arithmetic** sequence that satisfies : $b_3 = a_3$, $b_1 = a_1$.

The sequence b_n contains 63 terms.

ג. Find the sum of the terms in the even positions in the sequence b_n .

Spatial Trigonometry

2. Consider a right pyramid SABCD whose base ABCD is a rectangle (see figure).

The acute angle between the two diagonals of the rectangle is 40° .

The height of the pyramid is SO .

Given : $SO = AB$, $AB > BC$.

Let a denote the length of Side BC .

א. Express the length of Side AB in terms of a .

ב. Find the size of the angle between a lateral edge and the base of the pyramid.

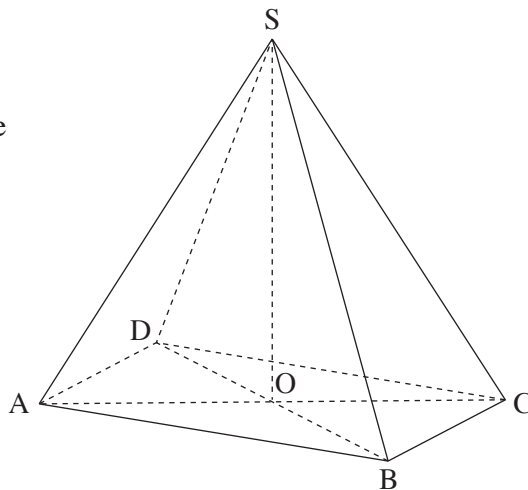
ג. Find the size of the angle $\angle ASC$.

Given : The area of Triangle ASC is 14 .

ד. Find a .

Point E is the midpoint of the height SO .

ה. Calculate the volume of the pyramid EABCD .



Part Two — Growth and Decay, Differential and Integral Calculus of Trigonometric Functions, Exponential and Logarithmic Functions, and Power Functions

3. Consider the given function $f(x) = a + \frac{1}{2} \sin(2x)$, which is defined on the domain $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$. $a > 0$ is a parameter.

א. Find the coordinates of all the extrema [נקודות קיצון] of function $f(x)$ (express in terms of a if necessary).

We know that the y-coordinate of the local maximum point [נקודת המקסימום הפנימית] of function $f(x)$ is 3.5.

ב. Find a .

Substitute $a = 3$ and answer Items ג-ד.

ג. Sketch a graph of function $f(x)$.

A tangent to the graph of function $f(x)$ is drawn at the function's local minimum point [נקודת המינימום הפנימית].

ד. (1) Find the equation of this tangent.

(2) Calculate the area of the region bounded by the tangent, the graph of function $f(x)$, the line $x = -\frac{\pi}{3}$, and the y-axis.

4. Consider the given function $f(x) = (4 - 3x) \cdot e^{3x}$.

א. What is the domain [תחום ההגדרה] of the function $f(x)$?

ב. Find the coordinates of the intersection points of the graph of function $f(x)$ with the axes.

ג. (1) Find the coordinates of the extremum [נקודת קיצון] of function $f(x)$ and determine what type of extremum it is.

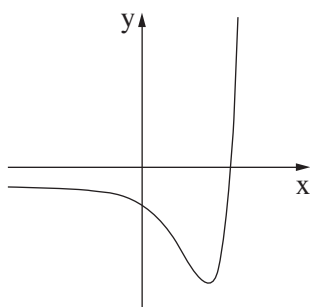
(2) Find the intervals on which the function $f(x)$ is increasing and the intervals on which it is decreasing.

ד. Sketch a graph of function $f(x)$.

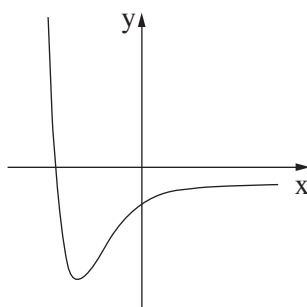
Consider the given function $g(x) = -2 \cdot f(x) - 1$.

ה. (1) Find the coordinates of the extremum of function $g(x)$ and determine what type of extremum it is.

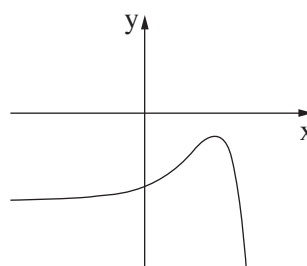
(2) One of the graphs I-III below describes the graph of the function $g(x)$. Determine which one it is and explain your answer.



III



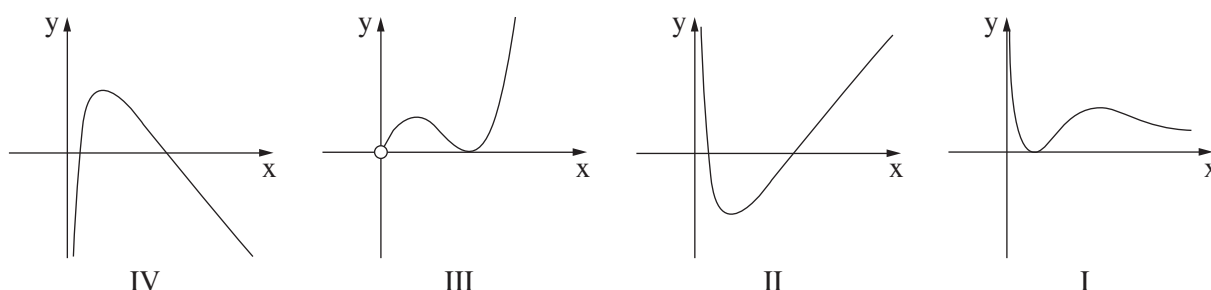
II



I

5. Consider the given function $f(x) = x \cdot (\ln x)^2$.

- א. Find the domain [תחום ההגדרה] of function $f(x)$.
- ב. Find the coordinates of the extrema [נקודות קיצון] of the function $f(x)$, and determine what type of extrema they are.
- ג. Explain why $f(x) \geq 0$ is satisfied for any x in the domain of function $f(x)$.
- ד. One of the graphs I-IV below describes the graph of function $f(x)$, and one of them describes the graph of the derivative function $f'(x)$.
Determine which graph describes function $f(x)$ and which graph describes the derivative function $f'(x)$. Explain your answers.
- ה. Calculate the area of the region bounded by the graph of the derivative function $f'(x)$ and the x -axis.



Good Luck!

All rights reserved by the State of Israel.
Copying or publication without the consent of the
Ministry of Education is prohibited.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך