

אלגברה ליניארית

הוראות לנבחנים

א. משך הבחינה: ארבע שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים:

פרק ראשון	64	נקודות
פרק שני	36	נקודות
סך-הכול	100	נקודות

ג. חומר עזר מותר בשימוש: 1. כל חומר עזר כתוב בכתב-יד או מודפס על נייר.

2. מחשבון פשוט שאינו ניתן לתכנות.

ד. הוראות מיוחדות:

1. את התשובות לכל השאלות יש לסמן אך ורק בדף התשובות שבנספח א'.

2. ענו על מספר השאלות הנדרש בשאלון. המעריך יקרא ויעריך את מספר התשובות הנדרש בלבד, לפי סדר כתיבתן, ולא יתייחס לתשובות נוספות.

3. בנספח לשאלון זה מובא מילון מונחים בשפות עברית, ערבית, אנגלית ורוסית. תוכלו להיעזר בו בעת הצורך.

הוראות למשגיחים:

בתום הבחינה יש לוודא שהנבחנים הדביקו את מדבקת הנבחן שלהם במקום המיועד לכך בדף התשובות שבנספח א' וצירפו אותו למחברת הבחינה.

כתבו במחברת הבחינה בלבד, בעמודים נפרדים, כל מה שברצונכם לכתוב כטייטה (ראשי פרקים, חישובים וכדומה).

כתבו "טייטה" בראש כל עמוד טייטה. כתיבת טייטות כלשהן על דפים שמחוץ למחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה!

בשאלון זה 20 עמודים ו-4 עמודי נספח.

בהצלחה!

המשך מעבר לדף

השאלות

פרק ראשון (64 נקודות)

ענו על ארבע מבין השאלות 1-5 (לכל שאלה – 16 נקודות).

בכל אחת מן השאלות 1-5 נתונים חמישה סעיפים, א'-ה', שאינם בהכרח תלויים זה בזה. בכל סעיף נתונות ארבע תשובות, שרק אחת מהן נכונה. בכל סעיף בחרו את התשובה הנכונה, והקיפו בעיגול את הספרה המייצגת אותה בדף התשובות שבנספח א'. בשאלות שבחרתם לענות עליהן, ענו על כל הסעיפים (לכל סעיף 3.2 נק').

שאלה 1

הסעיפים א'-ה' מתייחסים לנתונים שלהלן:

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}^{-1} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 3\alpha + 2 \\ 2 - \alpha \\ 4\alpha + 3 \end{pmatrix}^{-1} \quad A = \begin{pmatrix} \alpha - 2 & 0 & 2\alpha & 0 \\ 0 & 1 & -\alpha & 0 \\ \alpha - 2 & 0 & 3\alpha & 0 \end{pmatrix} \quad \text{כאשר: } A\underline{x} = \underline{b}$$

א. בעבור אילו ערכים של α , אם קיימים כאלו, המערכת הנתונה תהיה הומוגנית?

1. בעבור כל ערך של α
2. בעבור $\alpha = 2$ בלבד
3. בעבור $\alpha = -\frac{2}{3}$, בעבור $\alpha = 2$ ובעבור $\alpha = -\frac{3}{4}$
4. לא קיים ערך של α שבעבורו המערכת תהיה הומוגנית

ב. בעבור אילו ערכים של α , אם קיימים כאלו, יש למערכת הנתונה פתרון יחיד?

1. לא קיים ערך של α שבעבורו יש למערכת הנתונה פתרון יחיד
2. בעבור כל ערך של α
3. בעבור כל $\alpha \neq 2$
4. בעבור כל $\alpha \neq 0$

ג. בעבור כמה ערכים של α , אם קיימים כאלו, **אין** למערכת הנתונה אף פתרון?

1. לא קיים ערך של α שבעבורו אין למערכת הנתונה אף פתרון
2. קיימים בדיוק שני ערכים של α שבעבורם אין למערכת הנתונה אף פתרון
3. קיימים אינסוף ערכים של α שבעבורם אין למערכת הנתונה אף פתרון
4. קיים בדיוק ערך אחד של α שבעבורו אין למערכת הנתונה אף פתרון

ד. בעבור אילו ערכים של α יש למערכת הנתונה אינסוף פתרונות?

1. בעבור α שונה מ-0 ובעבור α שונה מ-2 בלבד
2. בעבור $\alpha = \frac{2}{3}$, בעבור $\alpha = -\frac{3}{4}$ ובעבור $\alpha = 2$ בלבד
3. בעבור כל ערך של α
4. בעבור α שונה מ-2 בלבד

ה. בסעיף זה עליכם להניח שיש למערכת הנתונה לפחות פתרון אחד.

מהו ההיגד הנכון?

1. אם $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$ הוא פתרון של המערכת הנתונה אז גם $\begin{pmatrix} 2a \\ 2b \\ 2c \\ 2d \end{pmatrix}$ הוא פתרון שלה

2. אם $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix}$ מהווה פתרון של המערכת הנתונה אז $w = 0$ בהכרח

3. אם $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ מהווה פתרון של המערכת הנתונה אז גם $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ מהווה פתרון שלה

4. $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ הוא הפתרון היחיד של המערכת הנתונה

שאלה 2

סעיף א' מתייחס לנתון שלהלן:

נתונה מטריצה A מסדר 4×2 .

א. מהו ההיגד הנכון?

1. $AA^T + A^TA$ היא מטריצה ריבועית מסדר 6

2. A^TA סימטרית

3. AA^T היא מטריצה ריבועית מסדר 2

4. $AA^T = A^TA$

סעיפים ב'–ה' מתייחסים לנתון שלהלן:

נתונה מטריצה A ריבועית מסדר 5.

תהי B מטריצה ריבועית מסדר 5 כך ש־ $B - 3A = 0$

ב. בהנחה ש־ $|A| = 2$ הערך של $|A - B|$ הוא:

1. -64

2. -32

3. 32

4. 64

ג. מהו ההיגד הנכון?

1. ייתכן ש־ B הפיכה ו־ A אינה הפיכה

2. $A - 2B$ הפיכה

3. ייתכן ש־ A הפיכה ו־ B אינה הפיכה

4. A הפיכה אם ורק אם B הפיכה

ד. מהו ההיגד שאינו נכון?

1. אם A הפיכה אז $\text{rank}(A) = \text{rank}(B)$
2. $\text{rank}(A) = \text{rank}(B)$
3. אם $\underline{v}$ מהווה פתרון של המערכת $A\underline{x} = \underline{b}$ אז $3\underline{v}$ מהווה פתרון של המערכת $B\underline{x} = \underline{b}$
4. למערכת $A\underline{x} = \underline{0}$ ולמערכת $B\underline{x} = \underline{0}$ יש אותה קבוצת פתרונות

ה. בסעיף זה הניחו ש- B הפיכה, הניחו גם ש- $|A| = k$. מהו הערך של $|A^2 A^T (B^{-1})^2|$?

1. $\frac{5^3}{3k}$
2. $\frac{1}{3^{10}k}$
3. $\frac{1}{3}$
4. $\frac{k}{3^{10}}$

שאלה 3

א. נתונה הקבוצה $L = \{t(1,0,2) + (-1,0,-2) \mid t \in \mathbb{R}\}$.

מהו ההיגד הנכון?

1. הנקודה $(4,0,9)$ נמצאת על L
2. L אינו תת-מרחב של $\mathbb{R}^3$
3. L הוא ישר שעובר דרך הראשית
4. הווקטור $(1,0,2)$ מאונך ל- L

סעיף ב' מתייחס לנתון שלהלן:

תהי $U = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 0\}$

ותהי $V = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid 2x_1 + x_4 = 0\}$

ב. מהו ההיגד הנכון?

1. U מרחב וקטורי, V אינו מרחב וקטורי
2. U אינו מרחב וקטורי, V מרחב וקטורי
3. U אינו מרחב וקטורי, V אינו מרחב וקטורי
4. U מרחב וקטורי, V מרחב וקטורי

סעיפים ג'-ה' מתייחסים לנתון שלהלן:

נתונה הקבוצה $B = \{\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4\}$ במרחב וקטורי V מממד n .

ג. מהו ההיגד הנכון?

1. כל תת-קבוצה של B מהווה תת-מרחב של V
2. $\dim(\text{Sp}B) = 4$
3. הקבוצה $\{\underline{v}_1 + \underline{v}_2, \underline{v}_1 - \underline{v}_2\}$ פורשת תת-מרחב מממד 2
4. אם B בלתי תלויה ליניארית אז $\{\underline{v}_1, 2\underline{v}_2, 3\underline{v}_3, 4\underline{v}_4\}$ בלתי תלויה ליניארית

ד. נתון כי הקבוצה B בלתי תלויה ליניארית. מהו $\dim(\text{Sp}\{\underline{v}_1 + \underline{v}_2, \underline{v}_1 + \underline{v}_3, \underline{v}_1 + \underline{v}_4, 3\underline{v}_1\})$?

1. 2
2. 3
3. 4
4. לא ניתן לדעת זאת על-פי הנתונים

ה. מהו ההיגד הנכון?

1. אם $n < 4$ אז B תלויה ליניארית
2. אם B פורשת את V אז $n = 4$
3. אם B בלתי תלויה ליניארית אז כל קבוצה של 4 איברים ב- V היא בלתי תלויה ליניארית
4. אם B תלויה ליניארית אז כל צירוף ליניארי של איברי B הוא וקטור האפס

שאלה 4

הסעיפים א'-ג' מתייחסים לטרנספורמציה $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ המוגדרת על-ידי $T(\underline{v}) = A\underline{v}$,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{כאשר:}$$

א. מהו $\dim(\text{Im} T)$?

1. 1

2. 2

3. 3

4. 4

ב. מהו ההיגד הנכון?

1. הטרנספורמציה T אינה חד־חד ערכית והיא על

2. הטרנספורמציה T אינה חד־חד ערכית ואינה על

3. הטרנספורמציה T היא חד־חד ערכית ואינה על

4. הטרנספורמציה T חד־חד ערכית ועל

ג. מהו ההיגד הנכון?

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \in \ker T \quad 1.$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \in \text{Im } T \quad 2.$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \in \ker T \quad 3.$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \in \text{Im } T \quad 4.$$

ד. תהי $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ טרנספורמציה ליניארית, ותהי $S: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$ טרנספורמציה ליניארית. מהו ההיגד הנכון?

1. $\text{Im}(S \circ T)$ הוא תת־מרחב של $\mathbb{R}^3$

2. $\text{Ker}(S \circ T)$ הוא תת־מרחב של $\mathbb{R}^3$

3. $\text{Ker}(S \circ T)$ הוא תת־מרחב של $\mathbb{R}^2$

4. $\text{Im}(S \circ T)$ הוא תת־מרחב של $\mathbb{R}^4$

ה. תהי $T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ טרנספורמציה ליניארית.

נתון ש־ $\dim \text{Ker} T \geq 1$.

מהו ההיגד ש**אינו** נכון?

1. אם $\underline{v} \in \text{Ker} T$ אז $-\underline{v} \in \text{Ker} T$

2. $\dim(\text{Im} T) \leq 3$

3. קיים $\underline{v} \in \mathbb{R}^4$ כך ש־ $\underline{v} \neq \underline{0}$ ו־ $T(\underline{v}) = \underline{0}$

4. ייתכן ש־ T על

שאלה 5

סעיפים א'–ב' מתייחסים לנתון שלהלן:

נתונה טרנספורמציה ליניארית $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ המוגדרת על-ידי $T(\underline{v}) = A\underline{v}$, כאשר $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -5 & 6 & 8 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$.

א. מכפלת הערכים העצמיים של T היא:

1. -36

2. 0

3. 24

4. 36

ב. מהו ההיגד שאינו נכון?

1. קיים $\underline{v} \in \mathbb{R}^3$ כך ש- $T(\underline{v}) + \underline{v} = 0$

2. $\dim(\text{Ker}T) = 0$

3. קיימים $\underline{v}_1, \underline{v}_2 \in \mathbb{R}^3$ שונים כך ש- $T(\underline{v}_1 + \underline{v}_2) = 6\underline{v}_1 + 6\underline{v}_2$

4. $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ הוא וקטור עצמי של T

סעיף ג' מתייחס לנתון שלהלן:

תהי $T: \mathbb{R}^{10} \rightarrow \mathbb{R}^{10}$ העתקה ליניארית.

ג. מהו ההיגד הנכון?

1. קיימים לכל היותר 10 וקטורים עצמיים שונים של T

2. קיימים לכל היותר 10 ערכים עצמיים שונים של T

3. קיים $\underline{v} \in \mathbb{R}^{10}$ כך ש- $T(\underline{v}) = 10\underline{v}$

4. קיים $\lambda \neq 0$ כך ש- λ הוא ערך עצמי של T

סעיפים ד'-ה' מתייחסים לנתונים שלהלן:

נתונה טרנספורמציה ליניארית $T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$. נתון ש- $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \in \text{Ker } T$, וכן $T \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ ו- $T \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$

ד. מהו $T \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix}$?

1. $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -6 \\ -10 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

ה. מהו ההיגד הנכון?

1. הטרנספורמציה T לכסינה
2. אם $\underline{v} \notin \text{Ker} T$ אז $\underline{v}$ הוא וקטור עצמי של $\lambda \neq 0$ כלשהו
3. הטרנספורמציה T על
4. הטרנספורמציה T חד־חד ערכית

פרק שני (36 נקודות)

ענו על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 18 נקודות).

בכל סעיף נתונות ארבע תשובות, שרק אחת מהן נכונה. בכל סעיף בחרו את התשובה הנכונה, והקיפו בעיגול את הספרה המייצגת אותה בדף התשובות שבנספח א'.
בשאלות שבחרתם לענות עליהן, ענו על כל הסעיפים (לכל סעיף – 3 נק').

שאלה 6

לפניכם טבלה המתארת בעיית תובלה כלשהי:

מקור \ יעד	1	2	3	4	היצע	U_i
1	1	3	5	4	120	-1
2	2	2	5	3	240	0
3	3	5	1	2	170	-1
ביקוש	130	150	150	100		
V_j	2	2	2	3		

א. מהו הפתרון שמתאים ל- U_i ול- V_j הנתונים?

1. $x_{34} = 20$, $x_{33} = 150$, $x_{24} = 80$, $x_{22} = 150$, $x_{12} = 10$, $x_{11} = 120$
2. $x_{34} = 20$, $x_{33} = 150$, $x_{24} = 80$, $x_{22} = 150$, $x_{21} = 10$, $x_{11} = 120$
3. $x_{34} = 20$, $x_{33} = 150$, $x_{23} = 80$, $x_{22} = 150$, $x_{12} = 10$, $x_{11} = 120$
4. $x_{34} = 20$, $x_{33} = 150$, $x_{24} = 80$, $x_{23} = 150$, $x_{12} = 10$, $x_{11} = 120$

ב. מהו הפתרון שמתאים ל- U_i ול- V_j הנתונים?

1. פתרון בסיסי אופטימלי
2. פתרון בסיסי אפשרי לא אופטימלי
3. פתרון בסיסי לא אפשרי
4. פתרון אפשרי לא בסיסי

ג. חברת הובלה שוקלת ארגון מחדש של קווי חלוקה כך שעלות ההובלה ליחידה ממקור 2 ליעד 3 תהיה 3 ש"ח (מקרה א'), ו/או עלות ההובלה ליחידה ממקור 3 ליעד 2 תהיה 3 ש"ח (מקרה ב').

מהו ההיגד הנכון?

1. מכיוון שהפתרון יפסיק להיות אופטימלי, כדאי לחברה להשקיע בהפחתת עלות ההובלה ליחידה במקרה א' בלבד.
2. מכיוון שהפתרון יפסיק להיות אופטימלי, כדאי לחברה להשקיע בהפחתת עלות ההובלה ליחידה במקרה ב' בלבד.
3. מכיוון שהפתרון יפסיק להיות אופטימלי, כדאי לחברה להשקיע בהפחתת עלות ההובלה ליחידה גם במקרה א' וגם במקרה ב'.
4. מכיוון שהפתרון ימשיך להיות אופטימלי, הארגון מחדש המוצע כלל לא כדאי.

ד. בהתייחס לנתוני היצע, ביקוש ועלות ההובלה ליחידה מכל מקור לכל יעד, כפי שהוצגו בטבלה, להלן הקצאה לא אופטימלית:

$$x_{33} = 150, x_{31} = 20, x_{22} = 150, x_{21} = 90, x_{14} = 100, x_{11} = 20$$

מהו ההיגד הנכון?

1. אם עלות ההובלה ליחידה x_{23} תהיה 4 ולא 5, ההקצאה תהיה אופטימלית
2. אם עלות ההובלה ליחידה x_{32} תהיה 4 ולא 5, ההקצאה תהיה אופטימלית
3. אם עלות ההובלה ליחידה x_{32} וגם ליחידה x_{23} תהיה 4 ולא 5, ההקצאה תהיה אופטימלית
4. שינוי עלות ההובלה מ-5 ל-4 עבור היחידה x_{23} ועבור היחידה x_{32} לא יגרמו להקצאה נתונה להיות אופטימלית

ה. בהתייחס לנתוני היצע, ביקוש ועלות ההובלה ליחידה מכל מקור לכל יעד, כפי שהוצגו בטבלה, להלן הקצאה לא אופטימלית:

$$x_{33} = 150, x_{31} = 20, x_{22} = 150, x_{21} = 90, x_{14} = 100, x_{11} = 20$$

מהו ההיגד הנכון?

1. לאחר איטרצייה יתקבל פתרון מנוון אופטימלי
2. לאחר איטרצייה יתקבל פתרון מנוון לא אופטימלי
3. לאחר איטרצייה יתקבל פתרון אופטימלי לא מנוון
4. לאחר איטרצייה יתקבל פתרון לא אופטימלי לא מנוון

1. לקוח 4 צמצם את הביקוש שלו למוצרי החברה כך שהביקוש כעת הוא 80 יחידות ולא 100 יחידות. 20 יחידות עודפות יישארו במחסני החברה.

בהתייחס לנתוני היצע, ביקוש ועלות ההובלה ליחידה מכל מקור לכל יעד, כפי שהוצגו בטבלה, למעט השינוי המתואר בביקוש של יעד 4, מהו ההיגד הנכון?

1. לפי פתרון אופטימלי, 20 יחידות יישארו במחסן 1
2. לפי פתרון אופטימלי, 10 יחידות יישארו במחסן 1, ו-10 יחידות יישארו במחסן 2
3. לפי פתרון אופטימלי, 20 יחידות יישארו במחסן 2
4. לפי פתרון אופטימלי, 10 יחידות יישארו במחסן 1, ו-10 יחידות יישארו במחסן 3

שאלה 7

להלן טבלה סופית לבעיית תכנון ליניארי:

בסיס	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	RHS
Z	1	4.75	0	0	1.84375	1.28125	1.75	180.5
X_3	0	0	0	1	0.375	0.125	0	6
X_2	0	1.25	1	0	-0.09375	-0.03125	0.25	15.5

א. איזה מצב מתואר בטבלה?

1. פתרון אופטימלי יחיד
2. ריבוי פתרונות אופטימליים
3. פתרון לא חסום
4. פתרון אופטימלי מנוון

ב. לאגף ימין של אילוך 2 מתווספת יחידה אחת. מהו ההיגד הנכון?

1. אילוך 2 הוא אילוך פעיל (הדוק). ערך פונקציית המטרה יעלה
2. אילוך 2 הוא אילוך פעיל (הדוק). ערך פונקציית המטרה יירד
3. אילוך 2 הוא אילוך לא פעיל (לא הדוק). ערך פונקציית המטרה יעלה
4. אילוך 2 הוא אילוך לא פעיל (לא הדוק). ערך פונקציית המטרה יירד

ג. אם תתווסף יחידה לאגף ימין של אילוך 2 בבעיה הדואלית, מה יהיה השינוי בערך הפתרון האופטימלי הדואלי?

1. עלייה ב־15.5

2. ירידה ב־15.5

3. עלייה ב־6

4. ירידה ב־6

ד. התייחסו לפתרון האופטימלי הדואלי עבור הבעיה הפרימלית הנתונה, וקבעו איזה מבין ההיגדים שלהלן נכון:

1. y_1 ו־ y_2 הם משתנים בסיסיים

2. y_1 הוא משתנה בסיסי, ו־ y_2 הוא משתנה לא בסיסי

3. y_1 הוא משתנה לא בסיסי, ו־ y_2 הוא משתנה בסיסי

4. y_1 ו־ y_2 הם משתנים לא בסיסיים

ה. התייחסו לפתרון האופטימלי הדואלי עבור הבעיה הפרימלית הנתונה, וקבעו איזה מבין ההיגדים שלהלן נכון:

1. אילוצים 1 ו־3 פעילים, ואילוצים 2 ו־4 לא פעילים

2. אילוצים 1 ו־2 פעילים, ואילוצים 3 ו־4 לא פעילים

3. אילוצים 2 ו־3 פעילים, ואילוצים 1 ו־4 לא פעילים

4. אילוצים 2 ו־4 פעילים, ואילוצים 1 ו־3 לא פעילים

ו. מהו ההיגד הנכון?

1. עבור כל פתרון אפשרי לבעיה פרימלית ופתרון אפשרי לבעיה דואלית מתאימה, הערך של הפונקצייה הדואלית קטן בהכרח מהערך של הפונקצייה הפרימלית

2. עבור כל פתרון אפשרי לבעיה פרימלית ופתרון אפשרי לבעיה דואלית מתאימה, הערך של הפונקצייה הדואלית שווה בהכרח לערך של הפונקצייה הפרימלית

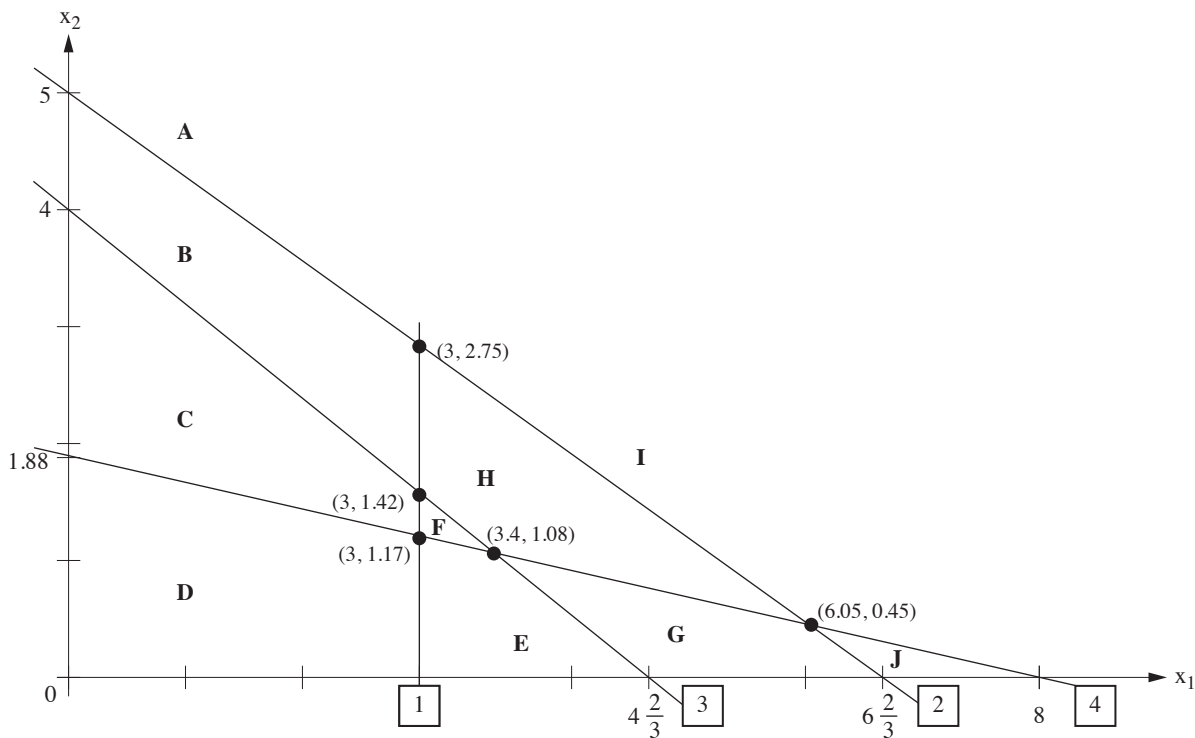
3. עבור כל פתרון אופטימלי לבעיה פרימלית ופתרון אופטימלי לבעיה דואלית מתאימה, הערך של הפונקצייה הדואלית שווה בהכרח לערך של הפונקצייה הפרימלית

4. ללא ידיעת ערכים מספריים ספציפיים של פתרון אפשרי או של פתרון אופטימלי עבור בעיה פרימלית ועבור בעיה דואלית, לא ניתן לערוך השוואה בין הערכים של פונקצייה פרימלית ופונקצייה דואלית

שאלה 8

להלן הצבה במישור של אילוצי בעיית תכנון ליניארי, כאשר מספור אילוצי הבעיה מופיע בריבוע המתאים.

למשל: אילוץ 1 מסומן 1



א. נתונה מערכת האילוצים שלהלן:

- 1) $x_1 \geq 3$
- 2) $3x_1 + 4x_2 \leq 20$
- 3) $6x_1 + 7x_2 \geq 28$
- 4) $2x_1 + 8.5x_2 \leq 16$
- $x_1, x_2 \geq 0$

מערכת האילוצים הנתונה מתאימה לתחום האפשרי אשר מסומן באות:

1. E
2. G
3. I
4. J

ב. נתונה מערכת האילוצים שלהלן:

$$1) x_1 \geq 3$$

$$2) 3x_1 + 4x_2 \leq 20$$

$$3) 6x_1 + 7x_2 \geq 28$$

$$4) 2x_1 + 8.5x_2 \geq 16$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

מערכת האילוצים הנתונה מתאימה לתחום האפשרי שמסומן באות:

1. B

2. C

3. F

4. H

ג. נתון המודל המתמטי שלהלן:

$$\min z = 3x_1 + 3.5x_2$$

$$\text{s.t. } 1) x_1 \leq 3$$

$$2) 3x_1 + 4x_2 \leq 20$$

$$3) 6x_1 + 7x_2 \geq 28$$

$$4) 2x_1 + 8.5x_2 \geq 16$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

מהו ההיגד הנכון?

1. הפתרון האופטימלי היחיד מתקבל בנקודה (3, 1.42)

2. הפתרון האופטימלי היחיד מתקבל בנקודה (3, 2.75)

3. מדובר במצב של ריבוי פתרונות וביניהם הנקודה (3, 1.42)

4. מדובר במצב של ריבוי פתרונות וביניהם הנקודה (3, 2.75)

ד. נתון המודל המתמטי שלהלן:

$$\max z = 3x_1 + 3.5x_2$$

$$\text{s.t.} \quad 1) \quad x_1 \leq 3$$

$$2) \quad 3x_1 + 4x_2 \leq 20$$

$$3) \quad 6x_1 + 7x_2 \geq 28$$

$$4) \quad 2x_1 + 8.5x_2 \geq 16$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

מהו ההיגד הנכון?

1. הפתרון האופטימלי היחיד מתקבל בנקודה $(3, 1.42)$
2. הפתרון האופטימלי היחיד מתקבל בנקודה $(3, 2.75)$
3. מדובר במצב של ריבוי פתרונות וביניהם הנקודות $(3, 1.42)$ ו- $(0, 4)$
4. מדובר במצב של ריבוי פתרונות וביניהם הנקודות $(3, 2.75)$ ו- $(0, 5)$

ה. נתון המודל המתמטי שלהלן:

$$\max z = 3x_1 + 3.5x_2$$

$$\text{s.t.} \quad 1) \quad x_1 \leq 3$$

$$2) \quad 3x_1 + 4x_2 \leq 20$$

$$3) \quad 6x_1 + 7x_2 \leq 28$$

$$4) \quad 2x_1 + 8.5x_2 \geq 16$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

מהו ההיגד הנכון?

1. הפתרון האופטימלי היחיד מתקבל בנקודה $(0, 4)$
2. הפתרון האופטימלי היחיד מתקבל בנקודה $(0, 1.88)$
3. מדובר במצב של ריבוי פתרונות וביניהם הנקודה $(0, 4)$
4. מדובר במצב של ריבוי פתרונות וביניהם הנקודה $(0, 1.88)$

1. נתון המודל המתמטי שלהלן:

$$\min z = 3x_1 + 3.5x_2$$

$$\text{s.t.} \quad 1) \quad x_1 \leq 3$$

$$2) \quad 3x_1 + 4x_2 \leq 20$$

$$3) \quad 6x_1 + 7x_2 \geq 28$$

$$4) \quad 2x_1 + 8.5x_2 \geq 16$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

מוסיפים לבעיה את האילוץ $x_2 \leq 4.5$.

מהו ההיגד הנכון?

1. התחום האפשרי לא ישתנה, והפתרון האופטימלי לא ישתנה
2. התחום האפשרי ישתנה, והפתרון האופטימלי לא ישתנה
3. התחום האפשרי לא ישתנה, והפתרון האופטימלי ישתנה
4. התחום האפשרי ישתנה, והפתרון האופטימלי ישתנה

הדביקו את מזבקת הנבחן שלכם במקום המיועד לכך בדף התשובות, והדקו אותו למחברת הבחינה.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.

בכל סעיף הקיפו בעיגול את הספרה המייצגת את התשובה הנכונה.
הזביקו את מדבקת הנבחן במקום המיועד לכך, והדקו את הדף הזה למחברת הבחינה.

שאלה 1					שאלה 2					שאלה 3					שאלה 4				
סעיף א	1	2	3	4	סעיף א	1	2	3	4	סעיף א	1	2	3	4	סעיף א	1	2	3	4
סעיף ב	1	2	3	4	סעיף ב	1	2	3	4	סעיף ב	1	2	3	4	סעיף ב	1	2	3	4
סעיף ג	1	2	3	4	סעיף ג	1	2	3	4	סעיף ג	1	2	3	4	סעיף ג	1	2	3	4
סעיף ד	1	2	3	4	סעיף ד	1	2	3	4	סעיף ד	1	2	3	4	סעיף ד	1	2	3	4
סעיף ה	1	2	3	4	סעיף ה	1	2	3	4	סעיף ה	1	2	3	4	סעיף ה	1	2	3	4
שאלה 5					שאלה 6					שאלה 7					שאלה 8				
סעיף א	1	2	3	4	סעיף א	1	2	3	4	סעיף א	1	2	3	4	סעיף א	1	2	3	4
סעיף ב	1	2	3	4	סעיף ב	1	2	3	4	סעיף ב	1	2	3	4	סעיף ב	1	2	3	4
סעיף ג	1	2	3	4	סעיף ג	1	2	3	4	סעיף ג	1	2	3	4	סעיף ג	1	2	3	4
סעיף ד	1	2	3	4	סעיף ד	1	2	3	4	סעיף ד	1	2	3	4	סעיף ד	1	2	3	4
סעיף ה	1	2	3	4	סעיף ה	1	2	3	4	סעיף ה	1	2	3	4	סעיף ה	1	2	3	4
סעיף ו	1	2	3	4	סעיף ו	1	2	3	4	סעיף ו	1	2	3	4	סעיף ו	1	2	3	4

לשאלון 714003, אביב תשפ"ב

המונח	תרגום המונח		
	ערבית	רוסית	אנגלית
פרק ראשון – אלגברה לינארית			
אינסוף פתרונות	عدد غير نهائي من الحلول	бесконечное число решений	infinite number of solutions
בסיס	أساس	основание, базис	base
דואלי	مزدوج	Двойственность	dual
דטרמיננטה	المحددات	Определитель, детерминант	determinant
דרגה	درجة	Степень, ранг	rank
וקטור	متجه	Вектор	vector
חד-חד-ערכי	تقابلي	Взаимно однозначное соответствие	one-one correspondence
טרנספורמציה	تحول	отображение	transformation
מאונך	متعامد	перпендикулярный	orthogonal
מטריצה	مصفوفة	матрица	matrix
מטריצה הופכית	مصفوفة معكوسة	обратная матрица	inverse matrix
מטריצה הפיכה	مصفوفة يمكن عكسها	Невырожденная матрица	invertible matrix
ממד	بُعد	Размерность	dimension
מערכת משוואות	هيئة مُعادلات	Система уравнений	system of equations
מערכת משוואות הומוגנית	هيئة مُعادلات متجانسة	однородная система уравнений	homogeneous system of equations
מקדמים	مُعاملات	коэффициенты	coefficients
מרחב	بُعد	пространство	space
משתנה סרק	متغير خامل	дополнительная переменная	slack variable
סדר של מטריצה	ترتيب المصفوفة	Размер матрицы	order of matrix
סקלר	قياسي	скаляр	scalar
על	عَلِيَا	Сюръекция	onto
ערך עצמי	قيمة ذاتية	собственное число	eigenvalue

תרגום המונח			המונח
אנגלית	רוסית	ערבית	
פרק שני – תכנון לינארי			
constraint	ограничение, неравенство	إجبار	אילוץ
demand	спрос	الطلب	ביקוש
primal problem	Прямая задача	مشكلة بدائيّة	בעיה פרימלית
transportation problem	Транспортная задача	مشكلة النقل	בעיית תובלה
supply	Предложение	العرض	היצע
simplex tableau	симплекс-таблица	جدول السيمبلكس	טבלת סימפלקס
dummy target	"свалка" – дополнительный пункт, куда свозят все лишнее производство	هدف وهمي	יעד דמה
free variable	неограниченный по знаку	مُتغيّر حرّ (متغيّر غير مُرمّز)	לא מוגבל בסימן
dummy source	дополнительный (искусственный) производитель	مصدر وهمي	מקור דמה
basic variable	базисная переменная	مُتغيّر أساسي	משתנה בסיסי
cost	стоимость	تكلفة	עלות
objective function	целевая функция	دالة الهدف	פונקציית מטרה
parameter	Параметр	بارامتر	פרמטר
optimal solution	оптимальное решение	الحل الأمثل	פתרון אופטימלי
bounded solution	ограниченное решение	حلّ مغلق	פתרון חסום
unique solution	единственное решение	حلّ وحيد	פתרון יחיד
vertex	вершина	رأس	קודקוד
linear combination	линейная комбинация	مزيج خطّي	קומבינציה ליניארית
northwestern corner method	Метод северо-западного угла	طريقة الركن الشمالي الغربي	שיטת "הפינה הצפונית-מערבית"
Vogel's approximation method	Метод аппроксимации Фогеля	طريقة تقريب فوجل	שיטת "הקירוב של ווגל"
feasible solutions set	область допустимых решений	مجال الحلول المُمكنة	תחום הפתרונות האפשריים

תרגום המונח			המונח
אנגלית	רוסית	ערבית	
linear programming	Линейное программирование	البرمجة الخطية	תכנון ליניארי
linear dependence	линейная зависимость	الاعتماد الخطي	תלות ליניארית