

Математика

5 единиц обучения – второй вопросник

Указания экзаменуемым

а. Продолжительность экзамена: 2 часа 15 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике два раздела.

Раздел первый: аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа –

$$2 \times 33\frac{1}{3} - 66\frac{2}{3} \text{ балла}$$

Раздел второй: рост и затухание, функции степени, показательные и логарифмические функции –

$$1 \times 33\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3} \text{ балла}$$

$$\text{Всего} - 100 \text{ баллов}$$

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים.

פרק ראשון: גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

$$- 2 \times 33\frac{1}{3} - 66\frac{2}{3} \text{ נקודות}$$

פרק שני: גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

$$- 1 \times 33\frac{1}{3} - 33\frac{1}{3} \text{ נקודות}$$

$$\text{סך הכול} - 100 \text{ נקודות}$$

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות

התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות

במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש.

רשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים,

בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון

או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Вопросы

Обратите внимание! Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Раздел первый – аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа ($66\frac{2}{3}$ балла)

Ответьте на два из вопросов 1–3 (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на два вопроса, будут проверены только первые два из ответов в вашей тетради.

1. Точка $(t, 0)$ – это фокус канонической параболы и фокус канонического эллипса.

t – положительный параметр. Длина большой оси эллипса равна $4t$.

В следующих пунктах выразите свои ответы при помощи t , если это необходимо.

(*) Найдите уравнение данной параболы и уравнение данного эллипса.

Директриса $[\gamma\gamma\gamma]$ этой параболы пересекает этот эллипс в двух точках, A и B . Точка A находится над точкой B .

(*) Найдите координаты точек A и B .

Прямая, перпендикулярная оси x , проходит через фокус параболы и пересекает эту параболу в двух точках, C и D . Точка C находится над точкой D .

(*) Найдите координаты точек C и D .

(*) (1) Объясните, почему четыре точки, A , B , C и D , находятся на одной окружности.

(2) Найдите координаты центра этой окружности.

2. Даны две плоскости: $\pi_1: z - 3 = 0$, $\pi_2: ay + z - 8 = 0$. a – параметр, не равный нулю.

Угол между плоскостями равен 45° .

(*) Найдите возможные значения для параметра a .

Точка $A(2, -2, 6)$ находится на одной из данных плоскостей. Из точки A опустили перпендикуляр на вторую плоскость. Этот перпендикуляр пересекает вторую плоскость в точке B .

(*) Найдите длину отрезка AB .

ℓ – прямая, по которой пересекаются две плоскости, π_1 и π_2 .

(*) Найдите параметрическое уравнение ℓ .

Из точки B провели перпендикуляр к прямой ℓ . Этот перпендикуляр пересекает прямую ℓ в точке C .

(*) Найдите площадь треугольника ABC (для этого вы можете начертить этот треугольник в системе координат).

3. Даны два комплексных числа:

$$z_1 = (2a^2 + 5a + 4) + (2a^2 + 3a + 2)i$$

$$z_2 = (a^2 + 8a + 8) + (2 - a^2 + 2a)i$$

a – действительный параметр.

(א) Найдите значение a , для которого числа z_1 и z_2 являются сопряженными [צמודים זה לזה].

Подставьте значение a , которое вы нашли, и ответьте на пункты (ב)–(ג).

Даны числа: $w_1 = \left(\frac{z_1}{\sqrt{2}}\right)^{4n}$, $w_2 = \left(\frac{z_2}{\sqrt{2}}\right)^{4n+2}$. n – натуральное число.

(א) Докажите, что для любого натурального n :

(1) Число w_1 – действительное число.

(2) Число w_2 – чисто мнимое число.

(ג) Дано уравнение: $|z - p| = m$. p и m – действительные параметры, z – комплексное число.

Каковы значения p и m , для которых данное уравнение описывает окружность в гауссовой плоскости, на которой находятся числа w_1 и w_2 , для любого натурального n ?
Обоснуйте свой ответ.

**Раздел второй – рост и затухание, функции степени,
показательные и логарифмические функции** ($33\frac{1}{3}$ балла)

Ответьте на один из вопросов 4–5 .

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на один вопрос, будет проверен только первый из ответов в вашей тетради.

4. Дана функция $f(x) = \frac{e^{2x} - 3e^x + m}{4}$. m – параметр.

Известно, что прямая $y = -1$ является асимптотой функции $f(x)$.

- (⌘) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (2) Найдите m .
- (3) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (4) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип (если таковые существуют).

(⌚) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = \frac{1}{f(x)} + 1$.

- (⌘) (1) Найдите область определения функции $g(x)$.
- (2) Найдите уравнения асимптот функции $g(x)$, перпендикулярных осям координат.
- (7) Начертите схематический график функции $g(x)$.

Дан параметр t в области $0 < t < \ln 4$.

- (7) Найдите значение t , для которого значение выражения $\int_0^t g(x) dx$ будет максимальным.
- Обоснуйте свой ответ.

5. Дана функция $f(x) = \frac{(\ln(x))^2}{(\ln(x))^2 - 1}$.

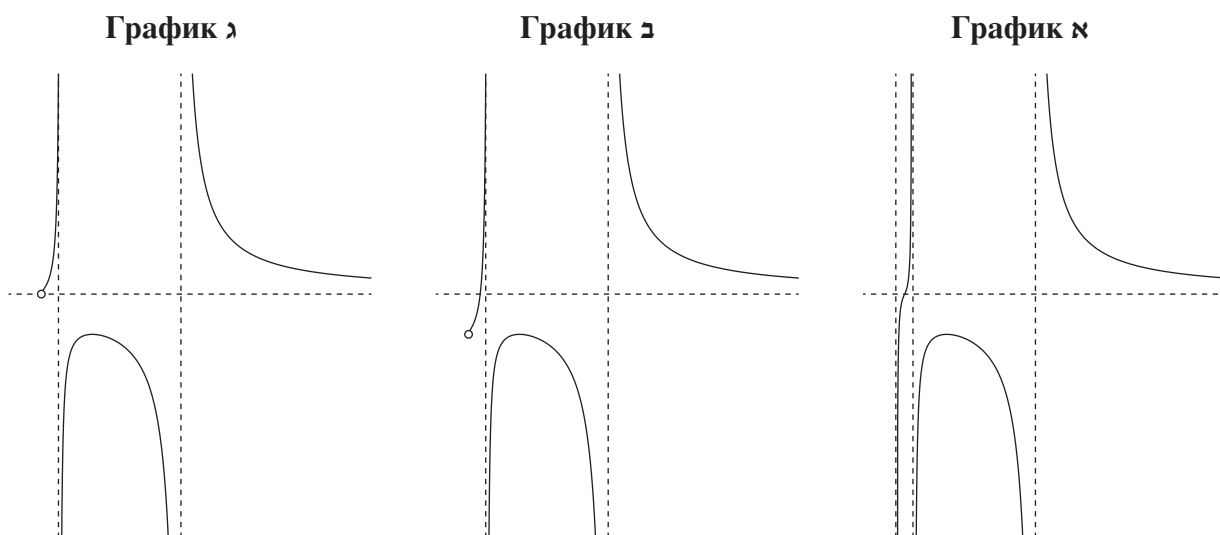
(*) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.

(2) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат.

(3) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.

(*) Ниже приведены три графика, на которых не обозначены оси x и y . Пунктирные линии соответствуют асимптотам функции $f(x)$, перпендикулярным осям координат, а пустой кружок соответствует точке, в которой функция не определена.

Определите, какой из приведенных ниже графиков соответствует графику функции $f(x)$, перенесите его в свою тетрадь и дополните его системой координат. Подробно изложите свои соображения.



(*) (1) Есть ли решение у уравнения $f(x) = 1$? Обоснуйте свой ответ.

(2) Каково значение k , для которого у уравнения $f(x) = k$ есть одно решение? Обоснуйте свой ответ.

Даны функции: $h(x) = (\ln(x))^2 + 1$, $g(x) = \frac{1}{f(x) - 1}$.

Обозначим прямоугольник $ABCD$. Точки A и B – две точки на оси x , в которых функция $g(x)$ не определена. Точки C и D находятся на графике функции $h(x)$.

(*) Какова площадь прямоугольника $ABCD$? Обоснуйте свой ответ.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך.