

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции. Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות. יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Математика

первый вопросник – 4 единицы обучения

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания экзаменуемым

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

в этом вопроснике три раздела, в которых есть восемь вопросов. Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня

Вы должны ответить на пять вопросов по выбору – $5 \times 20 = 100$ баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; укажите только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и упорядоченно. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה. כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות. פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

של פולינומים, של פונקציות רציונליות

ושל פונקציות שורש

עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך –

$20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה;

סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש.

רשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט

ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

Вопросы

Обратите внимание: объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Ответьте на пять из вопросов 1–8 (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на пять вопросов, будут проверены только первые пять ответов в вашей тетради.

Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности

1. Ури и Давид бежали по прямой дорожке AB . Каждый из них бежал с постоянной скоростью.

В **первый** день они начали забег вместе из середины дорожки AB :



Ури бежал из середины дорожки в точку B , а Давид бежал из середины дорожки в точку A .

Ури пробежал до точки B через 40 минут, а Давид пробежал до точки A через один час.

Обозначим как x скорость Давида (в км/час).

(*) Выразите скорость Ури при помощи x .

Во **второй** день они начали бежать вместе из точки C , которая расположена на дорожке AB :



Ури бежал из точки C в точку B , а Давид бежал из точки C в точку A .

Длина AC равна 4.5 км.

Ури пробежал до точки B через полчаса после того, как Давид пробежал до точки A .

Каждый из них бежал с той же скоростью, что и в первый день.

(*) Найдите длину дорожки AB .

2. Точка М – центр окружности, уравнение которой $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 10$.

Прямая $y = 2x$ пересекает эту окружность в точках А и В,
 как показано на чертеже справа.

(а) Найдите координаты точек А и В.

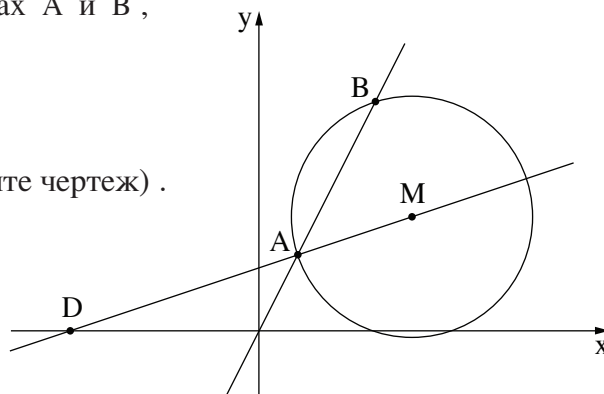
Прямая АМ пересекает ось x в точке D (смотрите чертеж).

(б) Найдите координаты точки D.

(в) Докажите, что ВМ перпендикулярен DM.

(г) Является ли прямая DB касательной
 к данной окружности? Обоснуйте свой ответ.

(д) Вычислите площадь треугольника ABD.



3. В общинном центре работают только два кружка: футбольный кружок и теннисный кружок.

Можно заниматься **только в одном** из двух этих кружков.

Общее число мальчиков, которые занимаются в двух этих кружках, равно общему числу
 девочек, которые занимаются в них.

80% мальчиков занимаются в футбольном кружке.

Число девочек в теннисном кружке в 3 раза больше, чем число девочек в футбольном кружке.

Случайным образом выбирают одного участника кружка (мальчика или девочку).

(а) Какова вероятность того, что был выбран мальчик, который занимается в футбольном
 кружке?

(б) Если известно, что был выбран участник теннисного кружка, какова вероятность того, что
 был выбран мальчик?

Известно, что общее число участников двух кружков в общинном центре равно 200 (мальчики
 и девочки).

(в) (1) Сколько всего участников (мальчиков и девочек) есть в теннисном кружке?

(2) Из числа всех участников кружков (мальчиков и девочек) случайным образом
 выбирают двух участников одного за другим (не возвращая).

Какова вероятность того, что они оба занимаются в теннисном кружке?

Дайте ответ с точностью до 3 цифр после десятичного знака [נקודה עשרונית].

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

4. На чертеже справа изображена окружность с центром O .

AB – диаметр этой окружности.

Через точку C , расположенную на окружности,

провели касательную к этой окружности.

Из точки B провели перпендикуляр к этой касательной,

пересекающий ее в точке M , как показано на чертеже.

(а) Докажите: $\angle MBC = \angle CBA$.

(б) Докажите: $BC^2 = AB \cdot BM$.

Через центр окружности, O , провели прямую,

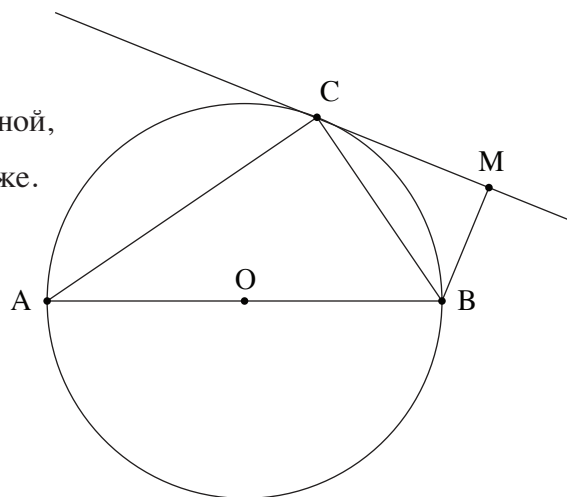
параллельную BC .

Эта прямая пересекает AC в точке E .

Дано: площадь треугольника ABC в 3.24 раза больше площади треугольника CBM ,

$OE = 5$.

(в) Найдите AB .



5. На чертеже справа изображены треугольник BDM и треугольник ABC .

Точка C – середина стороны BD .

Дано: площадь треугольника ABC равна 27.8,

$AB = 10$,

$\angle BAC = 44^\circ$.

(а) Найдите длину стороны AC .

(б) Найдите длину стороны BC .

Дано: $BM = 11.4$,

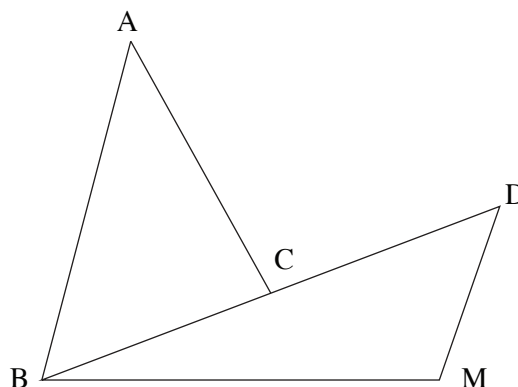
$\angle BDM = 50^\circ$,

$\angle BMD > 90^\circ$

(в) Найдите величину угла BMD .

Из точки A провели биссектрису угла BAC , которая пересекает сторону BM в точке F .

(г) Найдите величину углов треугольника AFB .



Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня

6. Дана функция $f(x) = \frac{4}{4x^2 - 1} + b$, b – параметр.

(**ж**) Найдите область определения функции $f(x)$.

(**з**) (1) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип (при необходимости выразите при помощи b).

(2) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.

Дано, что прямая $y = -2$ является касательной к графику функции $f(x)$ в точке ее экстремума.

(**д**) Найдите b .

Подставьте b , который вы нашли в пункте (**д**), в функцию $f(x)$

и ответьте на вопросы пунктов (**т**)-(1).

(**т**) (1) Найдите асимптоты функции $f(x)$, перпендикулярные осям координат.

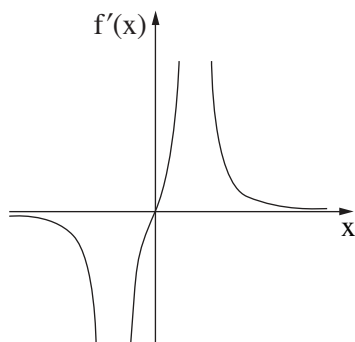
(2) Начертите схематический график функции $f(x)$.

$f'(x)$ – это функция производной функции $f(x)$.

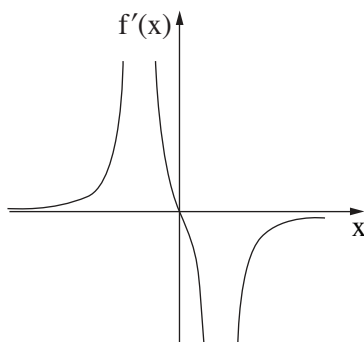
(**н**) Один из графиков I–III в конце этого вопроса описывает функцию производной $f'(x)$.

Определите, который из них, и обоснуйте свой ответ.

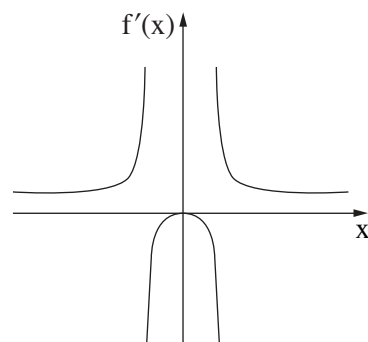
(1) Найдите площадь фигуры, заключенной между графиком функции производной $f'(x)$, прямой $x = \frac{1}{3}$ и осью x .



III



II



I

7. Дана функция $f(x) = x \cdot \sqrt{x + 18}$.

- (א) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (ב) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (ג) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
- (ד) Начертите схематический график функции $f(x)$.
- (ה) Дана функция $g(x) = -2 \cdot f(x)$.
 - (1) Найдите координаты всех точек экстремума функции $g(x)$ и определите их тип.
 - (2) Обозначим через A и B внутренние точки экстремума функций $f(x)$ и $g(x)$ соответственно.
Точка O – точка начала координат.
Вычислите площадь треугольника ABO .

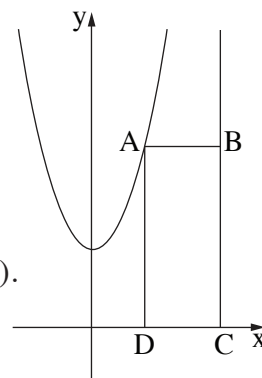
8. Дана функция $f(x) = x^2 + 3$ и дана прямая $x = 5$.

Точка A находится на графике функции $f(x)$ в первом квадранте слева от данной прямой.

Из точки A проводят прямую, параллельную оси x и пересекающую данную прямую в точке B . Точки C и D – такие точки на оси x , что четырехугольник $ABCD$ является прямоугольником (смотрите чертеж).

Обозначим как t координату x точки A .

- (א) Найдите значение t , для которого площадь прямоугольника $ABCD$ будет максимальной.
- (ב) Возможно ли построить прямоугольник $ABCD$ описанным способом, так чтобы его площадь была равна 30? Обоснуйте свой ответ.



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך