

Mathématiques
5 unités d'étude – deuxième questionnaire

מתמטיקה
5 יחידות לימוד – שאלון שני

Instructions au candidat

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שתיים ורבע.
- א. Durée de l'examen : deux heures et quart.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים – $2 \times 33 \frac{1}{3} - 66 \frac{2}{3}$ נקודות.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire comporte deux parties.
Première partie – Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace, nombres complexes. $2 \times 33 \frac{1}{3} - 66 \frac{2}{3}$ points
Deuxième partie – Croissance et décroissance, fonctions puissance, fonctions exponentielles et logarithmiques. $1 \times 33 \frac{1}{3} - 33 \frac{1}{3}$ points
Total – 100 points
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.
- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable. L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
(2) Formulaires (joints au sujet).
(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- ד. Instructions supplémentaires :
(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice. Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.
- כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
תביט טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.
- Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.
Inscrivez "טיוטה" en haut de chaque page de brouillon.
Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

Bonne chance !

בהצלחה!

Questions

Attention : Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Première partie - Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace et nombres complexes ($66\frac{2}{3}$ points)

Répondez à deux des questions 1-3 ($33\frac{1}{3}$ points par question).

Attention : Si vous répondez à plus de deux questions, seules les deux premières réponses de votre copie seront corrigées.

1. Le point $(t, 0)$ est le foyer d'une parabole canonique ainsi que le foyer d'une ellipse canonique. t est un paramètre positif.

La longueur de l'axe principal de l'ellipse vaut $4t$.

Dans les articles ci-dessous, exprimez vos réponses en fonction de t , si cela est nécessaire.

- א. Déterminez l'équation de la parabole ainsi que l'équation de l'ellipse.

La directrice de la parabole coupe l'ellipse en deux points A et B . Le point A se situe au dessus du point B .

- א. Déterminez les coordonnées des points A et B .

Une droite perpendiculaire à l'axe des abscisses, passe par le foyer de la parabole et coupe celle-ci en deux points, C et D .

Le point C se trouve au dessus du point D .

- א. Déterminez les coordonnées des points C et D .

7. (1) Expliquez pourquoi les quatre points A , B , C et D sont situés sur un même cercle.

- (2) Déterminez les coordonnées du centre de ce cercle.

2. Soit deux plans : $\pi_1 : z - 3 = 0$, $\pi_2 : ay + z - 8 = 0$. a est un paramètre différent de 0 .

La mesure de l'angle formé par ces plans vaut 45° .

- א. Déterminez les valeurs possibles du paramètre a .

Le point $A(2, -2, 6)$ se trouve sur l'un des plans donnés. À partir du point A , on abaisse une perpendiculaire à l'autre plan. Cette perpendiculaire coupe l'autre plan en un point B .

- א. Déterminez la longueur du segment AB .

ℓ est la droite d'intersection entre les deux plans π_1 et π_2 .

- א. Déterminez la représentation paramétrique de ℓ .

À partir du point B , on trace une perpendiculaire à la droite ℓ . Cette perpendiculaire coupe la droite ℓ en un point C .

7. Déterminez l'aire du triangle ABC (pour cela vous pourrez tracer le triangle dans un repère).

3. Soit les deux nombres complexes suivants :

$$z_1 = (2a^2 + 5a + 4) + (2a^2 + 3a + 2)i$$

$$z_2 = (a^2 + 8a + 8) + (2 - a^2 + 2a)i$$

a est un paramètre réel.

א. Déterminez la valeur de a pour laquelle les nombres z_1 et z_2 sont les conjugués l'un de l'autre.

Substituez la valeur de a que vous avez déterminée, puis répondez aux articles ב et ג.

Soit les nombres : $w_1 = \left(\frac{z_1}{\sqrt{2}}\right)^{4n}$, $w_2 = \left(\frac{z_2}{\sqrt{2}}\right)^{4n+2}$. n est un nombre entier naturel.

ב. Démontrez que pour tout entier naturel n :

(1) Le nombre w_1 est un nombre réel.

(3) Le nombre w_2 est un nombre imaginaire pur.

ג. Soit l'équation : $|z - p| = m$. p et m sont des paramètres réels. z est un nombre complexe.

Quelles sont les valeurs de p et de m pour lesquelles l'équation donnée décrit un cercle dans le plan de Gauss, sur lequel se trouvent les nombres w_1 et w_2 pour tout n entier naturel ? Justifiez.

**Deuxième partie – Croissance et décroissance, fonctions puissances,
fonctions exponentielles et logarithmiques** ($33\frac{1}{3}$ points)

Répondez à l'une des questions 4-5.

Attention : Si vous répondez à plus d'une question, seule la première réponse de votre copie sera corrigée.

4. Soit la fonction $f(x) = \frac{e^{2x} - 3e^x + m}{4}$. m est un paramètre.

On sait que la droite $y = -1$ est une asymptote de la fonction $f(x)$.

- ⌘. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez m .
- (3) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.
- (4) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type (s'il en existe).
- Ⓐ. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = \frac{1}{f(x)} + 1$.

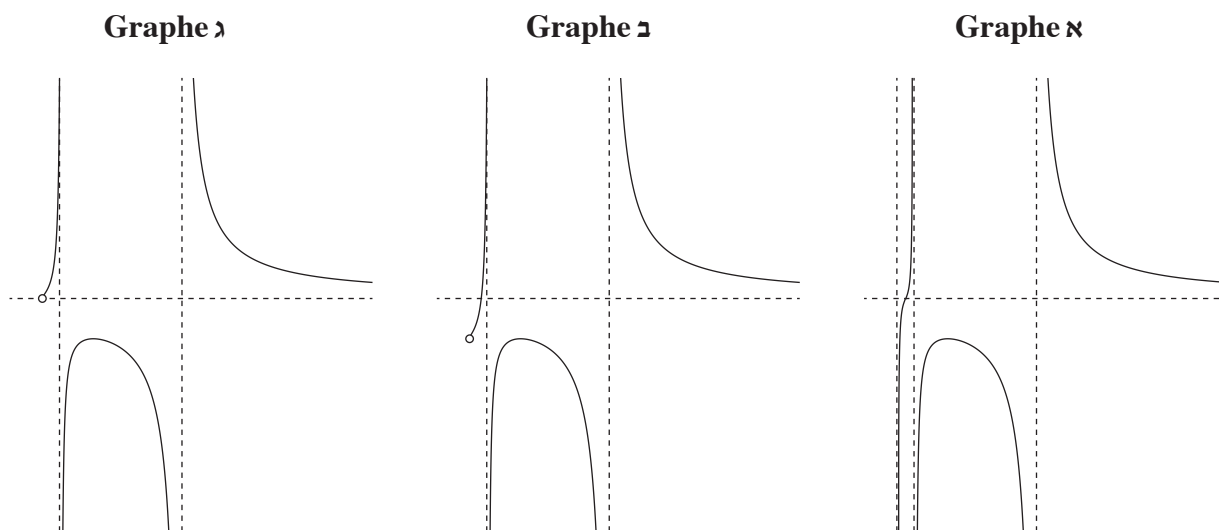
- Ⓐ. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $g(x)$.
- (2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $g(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.
- Ⓙ. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $g(x)$.

Soit le paramètre t défini sur l'intervalle $0 < t < \ln 4$.

- Ⓝ. Déterminez la valeur de t pour laquelle la valeur de l'expression $\int_0^t g(x) dx$ est maximale. Justifiez votre réponse.

5. Soit la fonction $f(x) = \frac{(\ln(x))^2}{(\ln(x))^2 - 1}$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.
- (3) Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$.
- ב. Voici trois graphes dans lesquels les axes des abscisses et des ordonnées ne sont pas tracés. Les lignes en pointillé représentent les asymptotes de la fonction $f(x)$, perpendiculaires aux axes, et le rond vide représente un point pour lequel la fonction n'est pas définie. Déterminez lequel de ces graphes correspond au graphe de la fonction $f(x)$, recopiez-le dans votre cahier d'examen, puis ajoutez-y le repère. Détaillez votre raisonnement.



- ג. (1) L'équation $f(x) = 1$ admet-elle une solution ? Justifiez votre réponse.
- (2) Quelle est la valeur de k pour laquelle l'équation $f(x) = k$ admet une solution unique ? Justifiez votre réponse.

Soit les fonctions : $g(x) = \frac{1}{f(x) - 1}$, $h(x) = (\ln(x))^2 + 1$.

On note un rectangle ABCD. Les points A et B sont deux points situés sur l'axe des abscisses, pour lesquels la fonction $g(x)$ n'est pas définie.

Les points C et D sont situés sur le graphe de la fonction $h(x)$.

- ד. Quelle est l'aire du rectangle ABCD ? Justifiez votre réponse.

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.

Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך