

Математика

5 единиц обучения – второй вопросник

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

Указания экзаменуемым

а. Продолжительность экзамена: 2 часа 15 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.

Раздел первый – аналитическая геометрия, векторы,

тригонометрия в пространстве, комплексные числа

Раздел второй – рост и затухание, степенные функции,

показательные и логарифмические функции

Вы должны ответить на три вопроса по выбору –

$3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ баллов.

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с

калькулятором, который предоставляет возможности

программирования, запрещается использовать

эти возможности. Использование калькулятора

с графическим дисплеем или возможностей

программирования может привести к тому, что экзамен

будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Словарь по выбору экзаменуемого.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.

Запишите в тетради этапы решения (также и в том

случае, когда вычисления производились с помощью

калькулятора). Объясните все свои действия, включая

вычисления, подробно, ясно и по порядку. Недостаточно

подробная запись решения может привести к тому, что

оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет

аннулирован.

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך –

$3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש

באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו

אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי

או באפשרויות התכנות במחשבון עלול

לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון לפי בחירת הנבחן.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה;

סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש.

רשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת

מחשבון. הסבר את כל פעולותיך,

כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה

ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום

לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתוב טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

Вопросы

Обратите внимание: объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно. Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Ответьте на три из вопросов 1-5 (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три из ответов в вашей тетради.

Раздел первый – аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа

1. Даны уравнение параболы $y^2 = 2ax$ и уравнение окружности $x^2 + y^2 - 2ax - 2x = 0$.
 a – параметр, $a > 0$.

(а) Найдите координаты точек пересечения данной параболы и данной окружности. При необходимости выразите их при помощи a .

Через две из точек пересечения параболы и окружности проходит прямая с положительным угловым коэффициентом.

(б) Найдите уравнение данной прямой. При необходимости выразите ее при помощи a .

Из центра этой окружности проводят перпендикуляр к данной прямой. Длина этого перпендикуляра равна $2\sqrt{5}$.

- (в) (1) Выразите центр окружности и ее радиус при помощи a .
(2) Найдите a .

Задают новую окружность, центр которой идентичен центру данной окружности, а радиус которой на 2 меньше радиуса данной окружности.

(г) Найдите уравнение геометрического места всех точек, длина касательной из которых к новой окружности равна их расстоянию от прямой $x = -4$.

2. Дан треугольник ABC (смотрите чертеж).

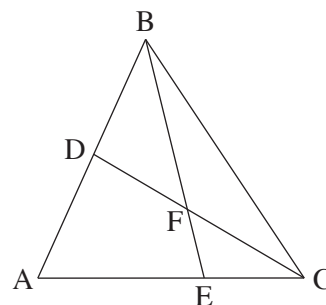
Точка D – середина отрезка AB.

Точка E делит сторону AC в отношении $AE:EC = 2:1$.

Точка F – пересечение отрезков BE и CD.

Обозначим: $\vec{CB} = \underline{v}$, $\vec{CA} = \underline{u}$

k и t – такие числа, что: $\vec{BF} = t \cdot \vec{BE}$, $\vec{CF} = k \cdot \vec{CD}$.



(а) Найдите k и t.

Треугольник ABC находится в плоскости $4x + 2y + z - 12 = 0$.

Эта плоскость пересекает ось x в точке A, плоскость y – в точке C,

а ось z – в точке B. Точка O – точка начала координат.

(б) Найдите координаты точек E и F.

(в) Найдите уравнение плоскости AOE.

(г) Найдите объем пирамиды FAOE.

3. Дано уравнение I: $z^4 - 2z^2 + 4 = 0$. z – комплексное число.

(а) Решите уравнение I.

Решения этого уравнения представлены вершинами многоугольника в гауссовой плоскости.

(б) Найдите площадь этого многоугольника.

Дано уравнение II: $(a \cdot z^2 + b)(z + 1) = 0$. z – комплексное число, a и b – действительные числа, отличные от нуля.

Известно, что два из решений этого уравнения являются мнимыми числами.

(в) Докажите, что $a \cdot b > 0$.

(г) Найдите решения уравнения II. При необходимости выразите их при помощи a и b.

Известно, что мнимые решения уравнения II представлены точками, которые расположены на окружности с центром в точке начала координат, радиус которой в два раза больше, чем модуль решений уравнения I.

(д) Найдите отношение $\frac{b}{a}$.

Раздел второй – рост и затухание, степенные функции, показательные и логарифмические функции

4. Дана функция $f(x) = e^{(bx^2 - 2bx)} - 1$, определенная для любого x . $b < 0$ – параметр.

При необходимости выразите свои ответы при помощи b .

- (к) (1) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (2) Найдите асимптоты функции $f(x)$, параллельные оси x (если таковые существуют).
- (3) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип (если таковые существуют).
- (4) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Зададим функцию $g(x) = f(x + a)$, a – параметр. Дано, что у функции $g(x)$ есть точка экстремума на оси y .

- (б) (1) Найдите a и выразите функцию $g(x)$ при помощи x и b .
- (2) Функция $g(x)$ является четной, или нечетной, или не четной и не нечетной? Обоснуйте свой ответ.
- (3) Начертите схематический график функции $g(x)$.
- (г) Найдите координату x каждой из точек экстремума функции производной $g'(x)$ и определите их тип.
- (г) Подставьте $b = -0.5$ и вычислите площадь фигуры, заключенной между графиком функции производной $g'(x)$, осью x и прямыми, которые проходят через точки экстремума $g'(x)$ и перпендикулярны оси x .

5. Дана функция: $f(x) = a \cdot x^2 - x^3$, определенная для любого x . a – параметр.

Ответьте на вопросы пунктов (к)-(г) для $0 < a$. При необходимости выразите свои ответы с помощью a .

- (к) (1) Найдите области положительных и отрицательных значений функции $f(x)$.
(2) Начертите график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = \ln(f(x))$.

- (б) (1) Найдите область определения функции $g(x)$.
(2) Найдите асимптоты функции $g(x)$, перпендикулярные осям координат (если таковые существуют).
(3) Найдите координаты точки экстремума функции $g(x)$ и определите ее тип.
- (г) Дано, что у графика функции $g(x)$ есть единственная точка пересечения с осью x .
(1) Начертите схематический график функции $g(x)$.
(2) Найдите интервал возможных значений a , для которых график функции $g(x)$ пересекает ось x в единственной точке.

Ответьте на вопрос пункта (г) для $a = 0$.

- (г) Начертите схематический график функции $g(x)$. Укажите на графике числовые значения координат точки пересечения графика данной функции с осью x .

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך.