

Математика

4 единицы обучения – второй вопросник

Указания экзаменуемым

- а. Продолжительность экзамена: 1 час 45 минут.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:
В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.
Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве
Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное и интегральное исчисление тригонометрических функций, показательные и логарифмические функции, степенные функции
Вы должны ответить на три вопроса по выбору –
 $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и по порядку. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתוב טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

Желаем успеха!

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך –
 $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание: объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Ответьте на три из вопросов 1-5 .

Обратите внимание: если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три из ответов в вашей тетради.

Раздел первый – последовательности, тригонометрия в пространстве

Последовательности

1. Даниэла купила холодильник в рассрочку на месячные платежи. Первый платеж составил 700 шекелей, а затем каждый платеж был на 30 шекелей меньше предшествующего ему платежа.
- (א) Каков номер платежа, в рамках которого Даниэла заплатит 280 шекелей?
- (ב) (1) Возможно ли, что последний платеж Даниэлы будет платежом номер 29? Обоснуйте свой ответ.
- (2) Каков наименьший возможный платеж в последовательности платежей Даниэлы и каков номер этого платежа?

Наама купила холодильник по той же цене, по которой Даниэла купила свой холодильник, но она разделила свой платеж на 30 месячных платежей, равных 280 шекелям каждый.

- (ג) За сколько платежей купила свой холодильник Даниэла?

Тригонометрия в пространстве

2. Дана пирамида $SABC$, боковые ребра которой равны между собой [שהם] и в основании которой лежит прямоугольный треугольник ABC ($\angle CAB = 90^\circ$) (смотрите чертеж).

Дано: $AB = 9$, $AC = 12$.

Угол между боковым ребром SB и основанием ABC равен 30° .

- (א) Вычислите высоту пирамиды, SO .

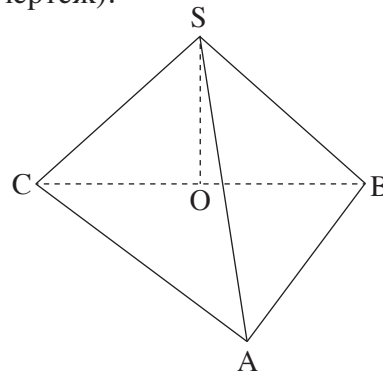
- (ב) Вычислите объем пирамиды.

Дано: точка M — середина стороны AB ;

точка E — такая точка на отрезке OM , что выполняется: $OE = 2 \cdot EM$

- (ג) Найдите угол между SE и основанием пирамиды.

- (ד) Вычислите площадь треугольника SEM .



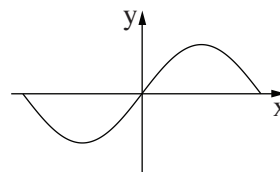
**Раздел второй – рост и затухание, дифференциальное
и интегральное исчисление тригонометрических функций,
показательные и логарифмические функции, степенные функции**

3. Функция $f(x)$ и функция ее производной $f'(x)$ определены в области $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

Справа приведен график функции производной $f'(x)$.

Дано, что график функции производной $f'(x)$ пересекает ось x

в точности в трех точках: $(-\frac{\pi}{2}, 0)$, $(0, 0)$, $(\frac{\pi}{2}, 0)$.



- (а) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.
(б) Найдите координаты x точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.

Дано: $f(x) = (\sin x)^2 - \frac{1}{4}$

- (в) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
(г) Начертите схематический график функции $f(x)$.

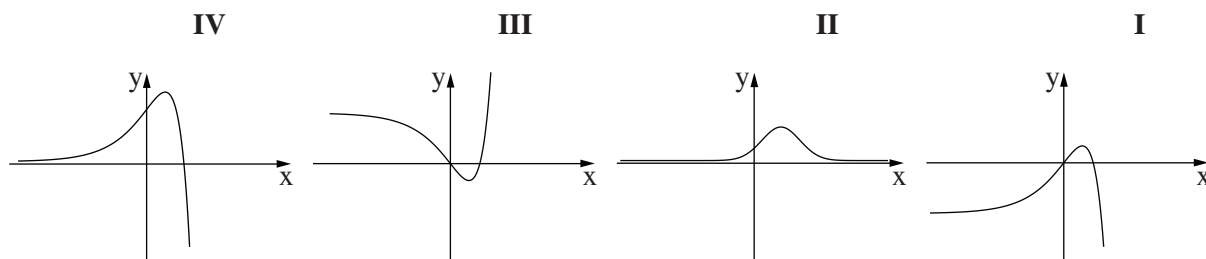
Провели касательную к графику функции $f(x)$ в точке его пересечения с осью x , которая находится справа от точки начала координат, и дополнительную касательную в точке ее минимума.

- (д) Найдите координаты точки пересечения двух касательных.

Дайте свой ответ с точностью до 2 цифр после десятичного знака.

4. Дана функция $f(x) = -e^{2x} + 4e^x - 3$, определенная для любого x .

- (א) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (ב) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.
- (ג) Один из приведенных ниже графиков I-IV является графиком функции $f(x)$. Определите, какой из них, и обоснуйте свой ответ.



Дана функция $g(x) = f(x) + b$. b – параметр.

Провели касательную к графику функции $g(x)$ в точке ее экстремума.

- (ד) Найдите уравнение касательной (выразите его при помощи b).
- (ה) Найдите площадь фигуры, заключённой между графиком функции $g(x)$, касательной, найденной вами в пункте (ד), и осью y .

5. Дана функция $f(x) = 3x \cdot \ln(ax)$. $a > 0$ – параметр.

- (א) Найдите область определения функции $f(x)$.

Дано, что у функции $f(x)$ есть точка экстремума в точке, в которой $x = \frac{1}{3e}$.

- (ב) Найдите a .

Подставьте $a = 3$ и ответьте на вопросы пунктов (ג)-(ו).

- (ג) Найдите координаты точки пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .
- (ד) Найдите координату y точки экстремума функции $f(x)$ и определите тип экстремума.
- (ה) Начертите схематический график функции $f(x)$.
- (ו) Дана функция $g(x)$, область определения которой идентична области определения функции $f(x)$.

Для функции производной $g'(x)$ выполняется: $g'(x) = -f(x)$.

Есть ли у функции $g(x)$ точка экстремума?

Если да – найдите координату x точки экстремума $g(x)$ и определите ее тип. Если нет, обоснуйте свой ответ.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только
 с разрешения Министерства просвещения

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך