

Обратите внимание: в этом вопроснике есть специальные инструкции.
Отвечайте на вопросы, следуя этим инструкциям.

Математика

первый вопросник – 4 единицы обучения

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания экзаменуемым

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

в этом вопроснике три раздела, и в них восемь вопросов.

Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня

Вы должны ответить на четыре вопроса по выбору – $4 \times 25 = 100$ баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Словарь по выбору экзаменуемого.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.

Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и по порядку.

Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

עליך לענות על ארבע שאלות לבחירתך – $25 \times 4 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון לפי בחירת הנבחן.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש.

רשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל

חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או

לפסילת הבחינה.

Вопросы

Обратите внимание: подробно и ясно объясняйте все ваши действия, включая вычисления.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Ответьте на четыре из вопросов 1-8 (за каждый вопрос – 25 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на четыре вопроса, будут проверены только первые четыре из ответов в вашей тетради.

Раздел первый – алгебра, аналитическая геометрия, теория вероятности

1. В обычный день поезд проезжает путь длиной 300 км с постоянной скоростью.

В один из дней поезд ехал по обычному пути со скоростью, которая была на 25% больше его скорости в обычный день, и поэтому время поездки уменьшилось на полчаса по сравнению с поездкой в обычный день.

(а) Найдите скорость поезда в обычный день и продолжительность его поездки в обычный день.

В другой день, после того как поезд ехал в течение t минут со скоростью как в обычный день, он был вынужден уменьшить скорость на 10 км/час. Поезд продолжил ехать с этой более низкой скоростью до конца пути. В этот день время поездки увеличилось на 10 минут по сравнению с поездкой в обычный день.

(б) Найдите t .

2. Дан четырехугольник ABCD . Вершина A расположена в положительной части оси y ,
 а вершина B расположена на оси x .

Точка M – такая точка на стороне BC , что прямая DM
 параллельна оси y (смотрите чертеж).

Дано: координата x точки M равна 6 ;

уравнение стороны BC : $y = \frac{1}{2}x - 2$.

(⌘) Найдите координаты точек B и M .

Дано: $AB = 2 \cdot BM$.

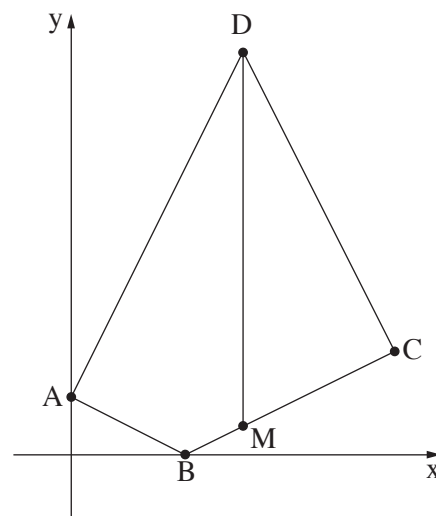
(⌘) Найдите координаты точки A .

Дано, что AD перпендикулярен AB .

(⌘) Найдите координаты точки D .

Дано, что BC перпендикулярен CD .

(7) Найдите уравнение окружности, описанной вокруг треугольника MDC .



3. В некотором городе провели социологический опрос, чтобы узнать, сколько жителей города
 ездят на велосипеде.

Участников опроса разделили на две группы: взрослые люди и молодые люди.

Обозначим через x вероятность случайным образом выбрать молодого человека из числа
 участников опроса.

В ходе опроса выяснилось:

80% молодых людей ездят на велосипеде.

Число молодых людей, которые ездят на велосипеде, в 4 раза больше числа взрослых людей,
 которые не ездят на велосипеде.

Дано, что вероятность случайным образом выбрать участника опроса, который не ездит на
 велосипеде, составляет 0.1.

(⌘) Найдите x .

Случайным образом выбирают участника опроса.

(⌘) Если известно, что был выбран взрослый человек, какова вероятность того, что он ездит
 на велосипеде?

(⌘) Какова вероятность того, что выбранный участник является молодым человеком или что
 он ездит на велосипеде?

(7) Дано, что в опросе участвовали 3 850 взрослых людей, которые ездят на велосипеде.

Сколько всего людей участвовало в опросе?

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

4. Дана окружность. Хорды AC и BD пересекаются в точке F (смотрите чертеж).

(*) Докажите: $\triangle AFB \sim \triangle DFC$.

Дано: $\angle DAB = \angle DCB$.

(*) Докажите: BD – диаметр этой окружности.

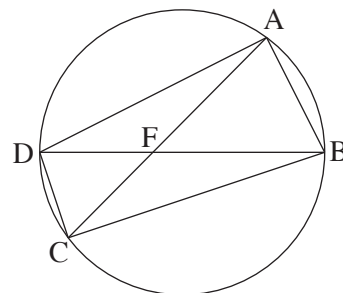
Дано: $FC = \sqrt{18}$, $AF = \sqrt{32}$, $DF < BF$;
 радиус этой окружности равен 5.

(*) Найдите длину отрезка BF.

Дано: точка E – середина отрезка AF, а точка G – это середина отрезка FB.

$DC = \sqrt{10}$.

(*) Найдите длину отрезка EG.



5. Дан треугольник ABC (смотрите чертеж).

Дано: $\frac{AC}{BC} = \frac{2}{3}$, $\angle BAC = 120^\circ$.

(*) Вычислите величину угла $\angle ABC$.

Дано: $BC = 12$.

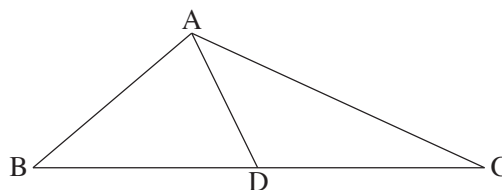
AD – медиана к стороне BC треугольника.

(*) Вычислите длину отрезка AD.

Точка F расположена в середине отрезка AD, а точка G расположена на стороне AB.

Дано: площадь треугольника GAF равна 2.

(*) Вычислите длину отрезка AG.



**Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов,
рациональных функций и функций, содержащих знаки корня**

6. Дана функция $f(x) = \frac{a}{6x^2 - x^3}$. $a > 0$ – параметр.

(א) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.

(2) Напишите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат.

(ב) Найдите координату x точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.

(ג) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.

Дано: координата y точки экстремума этой функции равна $\frac{1}{4}$.

(ד) Найдите a .

(ה) (1) Начертите схематический график функции $f(x)$.

(2) Начертите схематический график функции производной, $f'(x)$.

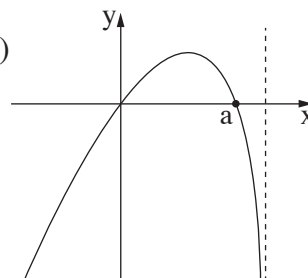
(ו) Вычислите площадь фигуры, заключенной между графиком функции производной $f'(x)$, осью x и прямой $x = 2$.

7. $f(x)$ – это функция, график функции производной которой $f'(x)$ изображен на чертеже.

Этот график пересекает ось x только в точке начала координат и в точке, в которой $x = a$.

a – положительный параметр.

- (א) Найдите координаты x внутренних точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип согласно графику (при необходимости выразите их при помощи a). Обоснуйте свой ответ.



Дано: $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{5-x}$

- (ב) Найдите область определения функции $f(x)$.
 (ג) Найдите a .
 (ד) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осью x .
 (ה) Начертите схематический график функции $f(x)$.

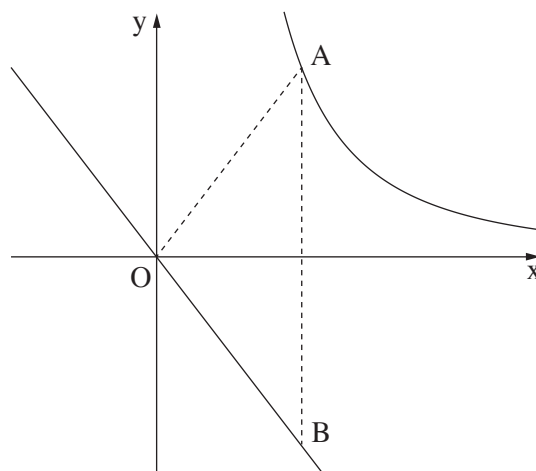
Дана функция $g(x) = -3f(x)$.

- (ו) Найдите уравнения касательных к графику функции $g(x)$, угловой коэффициент которых равен 0.

8. На чертеже справа изображен график функции $f(x) = \frac{9}{x^2}$, определенной для любого $x > 0$, и прямая $y = -\frac{4}{3}x$.

Точка A расположена на графике функции $f(x)$ в первом квадранте.

Из точки A провели прямую, параллельную оси y , которая пересекает прямую $y = -\frac{4}{3}x$ в точке B .



- (א) Найдите координаты точки A , для которой площадь треугольника AOB будет минимальной (O – точка начала координат).
 (ב) Существует ли точка A , для которой площадь треугольника AOB равна 4? Обоснуйте свой ответ.

Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
 Копировать или публиковать можно только с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
 אין להעתיק או לפרסם
 אלא ברשות משרד החינוך.