

Математика

מתמטיקה

3 единицы обучения – третий вопросник

3 יחידות לימוד – שאלון שלישי

Указания экзаменуемым

הוראות לנבחן

- Продолжительность экзамена: 2 часа.
- Строение вопросника и ключ к оценке:
В этом вопроснике шесть вопросов.
За каждый вопрос – 30 баллов.
Вы можете ответить на любое число вопросов,
но общее количество баллов, которое вы сможете
набрать, не превысит 100.
- Разрешенный вспомогательный материал:
 - Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
 - Листы с формулами (прилагаются).
 - Двухязычный словарь.
- Особые указания:
 - Не переписывайте вопрос;
обозначьте только его номер.
 - Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.
Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора).
Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и по порядку. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

- משך הבחינה: שתיים.
- מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שש שאלות.
לכל שאלה 30 נקודות.
מותר לך לענות על מספר שאלות כרצונך, אך
סך הנקודות שתוכל לצבור לא יעלה על 100.
- חומר עזר מותר בשימוש:
 - מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - דפי נוסחאות (מצורפים).
 - מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

הוראות מיוחדות:

- אל תעתיק את השאלה;
סמן את מספרה בלבד.
- התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

Желаем успеха!

בהצלחה!

Вопросы

В этом вопроснике шесть вопросов. За полный ответ на вопрос экзаменующийся получает 30 баллов.

Вы можете ответить полностью или частично на любое количество вопросов по своему усмотрению, но общее количество баллов, которое вы сможете набрать, не превысит 100.

Обратите внимание: объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Алгебра

1. В культурном центре работают кружки рисования для детей и взрослых.

Культурный центр заказал 5 альбомов для рисования и 2 коробки красок каждому участнику кружка.

Стоимость заказа на участника детского кружка составляла 180 шекелей.

Цена альбома для рисования, который культурный центр заказал для взрослого кружка, была на 40% выше цены альбома для рисования для детского кружка.

Цена коробки красок, которую культурный центр заказал для взрослого кружка, была на 60% выше цены коробки красок для детского кружка.

Стоимость заказа на одного участника взрослого кружка составляла 273 шекеля.

- (*) Найдите цену альбома для рисования и цену коробки красок, которые культурный центр заказал для детского кружка.

- (*) Культурный центр получает от каждого участника кружка (детского или взрослого) 1500 шекелей.

В детском кружке 58 участников, а во взрослом кружке 62 участника.

В каком из кружков (детском или взрослом) сумма денег, оставшаяся центру после заказа, была больше? Приведите подробные вычисления в своем ответе.

2. На чертеже справа изображен четырехугольник $ABOC$ (O – точка начала координат).

Дано: $A(-6, 21)$;

точка $D(3, 15)$ – середина стороны AC .

(א) Найдите координаты точки C .

Дано: прямая BD параллельна прямой OC .

(ב) (1) Найдите угловой коэффициент прямой BD .

(2) Найдите уравнение прямой BD .

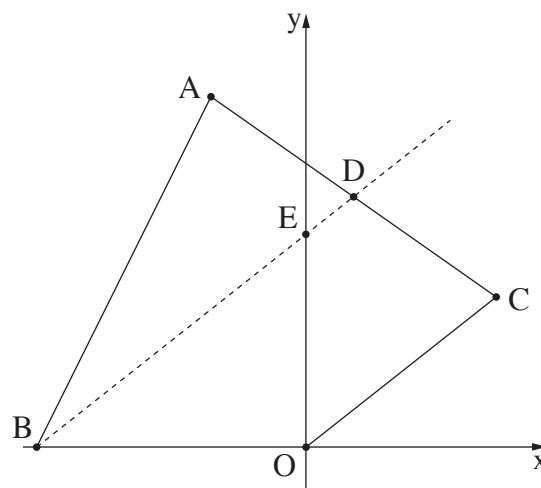
Прямая, уравнение которой вы нашли в пункте (ב),
 пересекает ось y в точке E , а ось x – в точке B .

(ג) Найдите координаты точек E и B .

(ד) (1) Найдите периметр треугольника BEO .

(2) Найдите площадь треугольника BEO .

(ה) Найдите площадь четырехугольника $BECO$.



3. На чертеже справа изображена окружность с центром в точке $M(3, 2)$.

Точки A и C – точки пересечения этой окружности с осью y .

Дано: $A(0, 8)$, $C(0, -4)$.

(א) Найдите уравнение данной окружности.

Точка B – такая точка на окружности,
 что BC параллелен оси x .

(ב) Найдите координаты точки B .

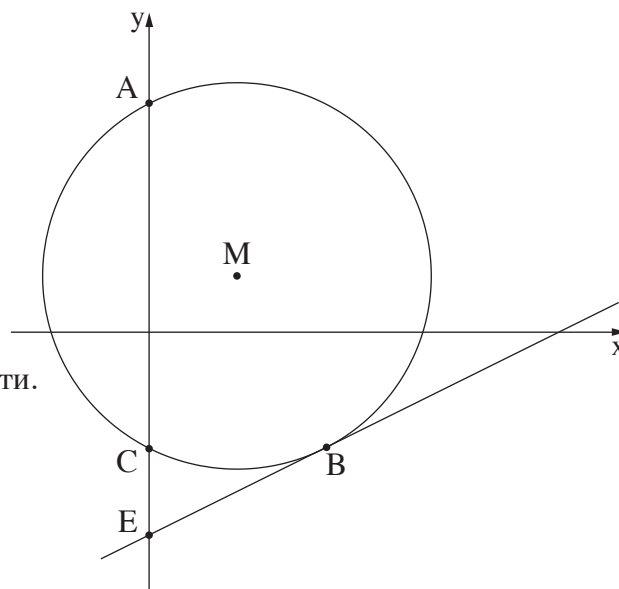
(ג) Докажите, что AB – диаметр этой окружности.

Через точку B провели касательную
 к этой окружности.

(ד) Найдите уравнение этой касательной.

Касательная, уравнение которой вы нашли в пункте (ד), пересекает ось y в точке E .

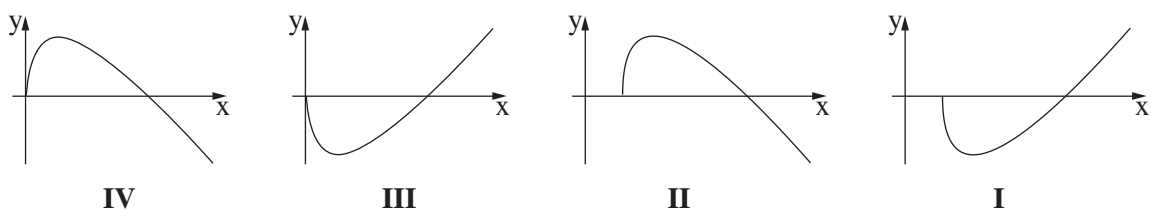
(ה) Найдите площадь треугольника BCE .



Дифференциальное и интегральное исчисление

4. Дана функция $f(x) = 2x - 10\sqrt{x}$.

- (א) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (ב) Ниже приведен список точек, находящихся на оси x . Определите, какие из них находятся на графике функции $f(x)$. Обоснуйте свой ответ.
 $(9, 0)$, $(25, 0)$, $(16, 0)$, $(0, 0)$
- (ג) Найдите координаты внутренней точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.
- (ד) Запишите область возрастания и область убывания функции $f(x)$.
- (ה) Один из графиков I-IV, приведенных ниже, является графиком функции $f(x)$. Определите, какой из них, и обоснуйте свое утверждение.



5. На чертеже справа изображены графики I, II функций:

$$f(x) = -x^2 + 16x - 48, \quad g(x) = x^2 - 14x + 52.$$

- (א) Какой из графиков I, II является графиком функции $f(x)$ и какой из них является графиком функции $g(x)$?
 Обоснуйте свой ответ.

График II пересекает ось x в точках C и D, как показано на чертеже.

- (ב) Найдите координаты точек C и D.

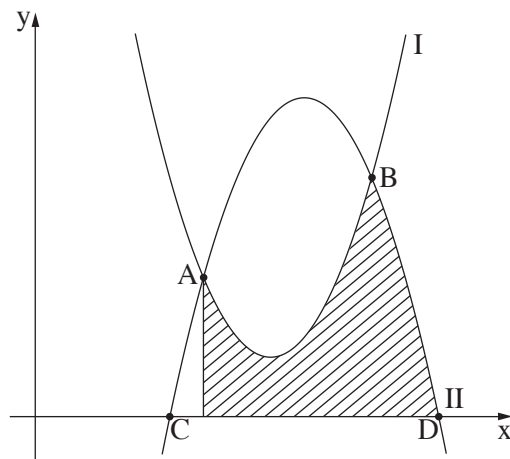
Графики этих функций пересекаются в точках A и B, как показано на чертеже.

- (ג) Найдите координаты точек A и B.

Из точки A опустили перпендикуляр на ось x .

- (ד) Найдите площадь заштрихованной фигуры на чертеже:

площадь фигуры, заключенной между этим перпендикуляром, графиком функции $g(x)$, графиком функции $f(x)$ и осью x .



6. Рисунок справа изображает три прилегающих друг к другу квадрата.

Общая высота всех трех прилегающих друг к другу квадратов равна 33 см.

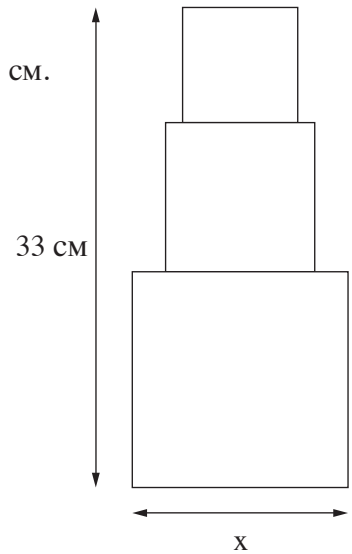
Длина стороны верхнего квадрата на рисунке на 5 см меньше, чем длина стороны нижнего квадрата на рисунке.

Обозначим через x длину стороны нижнего квадрата.

(א) Выразите при помощи x длину стороны верхнего квадрата и длину стороны среднего квадрата.

(ב) Найдите x , для которого сумма площадей всех трех квадратов будет минимальной.

(ג) Найдите минимальную сумму площадей трех данных квадратов.



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך.