

Mathématiques

5 unités d'étude - deuxième questionnaire

Instructions au candidat

א. Durée de l'examen : deux heures et quart.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire, qui comporte deux parties, est constitué de cinq questions.

Première partie — Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace, nombres complexes.

Deuxième partie — Croissance et décroissance, fonctions puissances, fonctions exponentielles et logarithmiques.

Répondez à trois questions au choix — $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ points.

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.
L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (jointes au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page.
Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide de la calculatrice.

Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement. Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

Bonne chance !

מתמטיקה

5 יחידות לימוד - שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך — $3 \times 33 \frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Questions

Attention : Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Répondez à trois des questions 1-5 ($33\frac{1}{3}$ points par question).

Attention : Si vous répondez à plus de trois questions, seules les trois premières réponses de votre copie seront corrigées.

Première partie - Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace et nombres complexes

1. Soit l'équation de la parabole : $y^2 = 2ax$ et l'équation du cercle : $x^2 + y^2 - 2ax - 2x = 0$.

a est un paramètre supérieur à 0.

א. Déterminez les coordonnées des points d'intersection de la parabole avec le cercle.

Exprimez-les en fonction de a si cela est nécessaire.

Une droite dont le coefficient directeur est positif passe par deux des points d'intersection de la parabole avec le cercle.

א. Déterminez l'équation de cette droite. Exprimez-la en fonction de a si cela est nécessaire.

On abaisse une perpendiculaire à cette droite à partir du centre du cercle. La longueur de cette perpendiculaire est $2\sqrt{5}$.

א. (1) Exprimez le centre du cercle ainsi que son rayon en fonction de a .

(2) Déterminez a .

On définit un nouveau cercle dont le centre est identique à celui du cercle donné et dont le rayon est inférieur de 2 à celui du cercle donné.

א. Déterminez l'équation du lieu géométrique de tous les points desquels est issue une tangente au nouveau cercle dont la longueur est égale à la distance qui sépare ces points de la droite $x = -4$.

2. Soit un triangle ABC (voir figure).

Le point D est le milieu du côté AB .

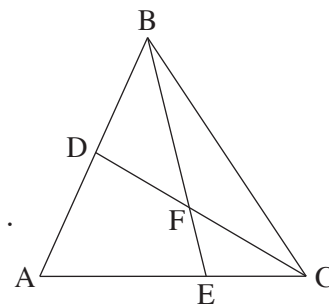
Le point E partage le côté AC selon le rapport $AE : EC = 2 : 1$.

Le point F est le point d'intersection des segments BE et CD .

On note : $\vec{CB} = \underline{v}$, $\vec{CA} = \underline{u}$,

k et t sont des nombres tels que : $\vec{BF} = t \cdot \vec{BE}$, $\vec{CF} = k \cdot \vec{CD}$.

א. Déterminez t et k .



Le triangle ABC est situé dans le plan $4x + 2y + z - 12 = 0$.

Ce plan coupe l'axe des abscisses au point A , l'axe des ordonnées au point C et l'axe des cotes au point B . Le point O est l'origine du repère.

א. Déterminez les coordonnées des points E et F .

ב. Déterminez l'équation du plan AOE .

ג. Déterminez le volume de la pyramide $FAOE$.

3. Soit l'équation $I : z^4 - 2z^2 + 4 = 0$. z est un nombre complexe.

א. Résolvez l'équation I .

Les solutions de l'équation sont représentées par tous les sommets d'un polygone dans le plan de Gauss.

א. Déterminez l'aire de ce polygone.

Soit l'équation $II : (a \cdot z^2 + b)(z + 1) = 0$. z est un nombre complexe, a et b sont des nombres réels différents de zéro.

On sait que deux des solutions de cette équation sont des nombres imaginaires.

א. Démontrez que $a \cdot b > 0$.

ג. Déterminez les solutions de l'équation II . Exprimez-les en fonction de a et b si cela est nécessaire.

On sait que les solutions imaginaires de l'équation II sont représentées par des points situés sur un cercle dont le centre se trouve à l'origine du repère et dont le rayon est deux fois plus grand que la valeur absolue des solutions de l'équation I .

ה. Déterminez le rapport $\frac{b}{a}$.

Deuxième partie – Croissance et décroissance, fonctions puissances, fonctions exponentielles et logarithmiques

4. Soit la fonction $f(x) = e^{(bx^2 - 2bx)} - 1$ définie pour tout x . $b < 0$ est un paramètre.

Exprimez vos réponses en fonction de b , si cela est nécessaire.

- א. (1) Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec les axes.
- (2) Déterminez les asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont parallèles à l'axe des abscisses (s'il en existe).
- (3) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type (s'il en existe).
- (4) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

On définit la fonction $g(x) = f(x + a)$, a est un paramètre. Il est donné que la fonction $g(x)$ admet un point d'extremum situé sur l'axe des ordonnées.

- א. (1) Déterminez a , puis exprimez la fonction $g(x)$ en fonction de x et de b .
- (2) La fonction $g(x)$ est-elle paire, impaire ou ni paire ni impaire ? Justifiez.
- (3) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $g(x)$.
- ב. Déterminez l'abscisse de chacun des points d'extremum de la fonction dérivée $g'(x)$, puis déterminez leur type.
- ג. Substituez $b = -0,5$, puis calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $g'(x)$, par l'axe des abscisses et par les droites qui passent par les points d'extremum de $g'(x)$ et qui sont perpendiculaires à l'axe des abscisses.

5. Soit la fonction : $f(x) = a \cdot x^2 - x^3$ définie pour tout x , a est un paramètre.

Répondez aux articles א-ג pour $0 < a$. Exprimez vos réponses en fonction de a , si cela est nécessaire.

א. (1) Déterminez les intervalles sur lesquels la fonction $f(x)$ est positive et les intervalles sur lesquels elle est négative.

(2) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = \ln(f(x))$.

א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $g(x)$.

(2) Déterminez les asymptotes de la fonction $g(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes (s'il en existe).

(3) Déterminez les coordonnées du point d'extremum de la fonction $g(x)$, puis déterminez son type.

ב. Il est donné que le graphe de la fonction $g(x)$ admet un seul point d'intersection avec l'axe des abscisses.

(1) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $g(x)$.

(2) Déterminez l'intervalle de valeurs possibles de a pour lesquelles le graphe de la fonction $g(x)$ coupe l'axe des abscisses en un seul point.

Répondez à l'article ג pour $a = 0$.

ג. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $g(x)$. Indiquez sur le graphe les valeurs numériques des coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction avec l'axe des abscisses.

Bonne chance !

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans
l'autorisation du Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך