

Attention : cet examen comporte des instructions particulières.
Répondez aux questions en suivant ces instructions.

שים לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

Mathématiques
4 unités d'étude - premier questionnaire
Instructions au candidat

מתמטיקה
4 יחידות לימוד-שאלון ראשון
הוראות לנבחן

א. Durée de l'examen : trois heures et demie.

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire comporte trois parties comprenant huit questions au total.

Première partie — Algèbre, géométrie analytique, probabilités
Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie planes
Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racine

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות
פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

Répondez à quatre questions de votre choix.

עליך לענות על ארבע שאלות לבחירתך — $25 \times 4 = 100$ נקודות. — $4 \times 25 = 100$ points.

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

- (1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable. L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
- (2) Formulaires (jointes au sujet).
- (3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- (3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. Instructions supplémentaires :

- (1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
- (2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice. Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée. Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement. Inscrivez "טיוטה" en haut de chaque page de brouillon.
Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה. כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה !

Questions

Attention : Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Répondez à quatre des questions 1-8 (25 points par question).

Attention : si vous répondez à plus de quatre questions, seules les quatre premières réponses de votre cahier seront corrigées.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités

1. En temps normal, un train circule sur un parcours d'une longueur de 300 km à une vitesse constante. Un jour donné, ce train a circulé sur l'ensemble de ce parcours à une vitesse de 25 % supérieure à sa vitesse en temps normal. En conséquence, son temps de parcours a diminué d'une demi-heure par rapport à son temps de parcours en temps normal.

א. Déterminez la vitesse du train en temps normal ainsi que son temps de parcours en temps normal.

Un autre jour, après que ce train a circulé durant t minutes à la vitesse à laquelle il circule en temps normal, il a été contraint de réduire sa vitesse de 10 km/h, puis a continué à circuler à cette vitesse réduite jusqu'à son arrivée à la fin du parcours. Ce jour-là, le temps de parcours du train a été rallongé de 10 minutes par rapport à son temps de parcours en temps normal.

ב. Déterminez t .

2. Soit le quadrilatère ABCD. Le sommet A est situé sur la partie positive de l'axe des ordonnées et le sommet B est situé sur l'axe des abscisses.

Le point M se trouve sur le côté BC tel que la droite DM est parallèle à l'axe des ordonnées (voir figure).

Données : l'abscisse du point M est 6.

L'équation du côté BC est : $y = \frac{1}{2}x - 2$.

- א. Déterminez les coordonnées des points B et M.

Donnée : $AB = 2 \cdot BM$.

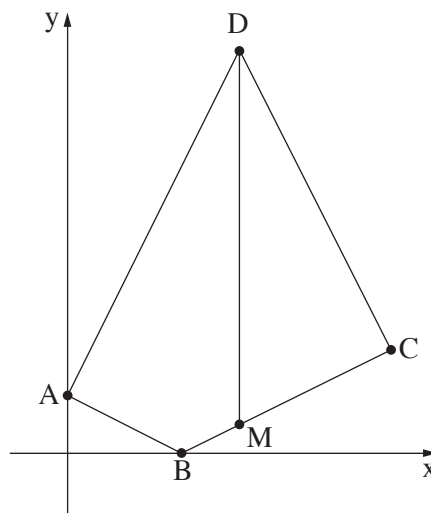
- א. Déterminez les coordonnées du point A.

Il est donné que AD est perpendiculaire à AB.

- א. Déterminez les coordonnées du point D.

Il est donné que BC est perpendiculaire à CD.

- ז. Déterminez l'équation du cercle dans lequel le triangle MDC est inscrit.



3. Dans une ville donnée, on effectue un sondage afin de connaître le nombre d'habitants de cette ville qui roulent à vélo.

Les participants à ce sondage ont été répartis en deux groupes : les adultes et les jeunes.

On note x la probabilité de choisir au hasard un jeune parmi les participants au sondage.

Le sondage a montré que :

80 % des jeunes roulent à vélo.

Le nombre de jeunes qui roulent à vélo est 4 fois supérieur au nombre d'adultes qui ne roulent pas à vélo.

Il est donné que la probabilité de choisir au hasard un participant au sondage qui ne roule pas à vélo est de 0,1.

- א. Déterminez x .

On a choisi au hasard un participant au sondage.

- א. Sachant qu'un adulte a été choisi, quelle est la probabilité que celui-ci roule à vélo ?
א. Quelle est la probabilité que le participant choisi soit un jeune ou qu'il roule à vélo ?
ז. Il est donné que 3850 adultes roulant à vélo ont participé à ce sondage.
Combien de personnes en tout ont participé à ce sondage ?

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie planes

4. Soit un cercle. Les cordes AC et BD se coupent en un point F (voir figure).

א. Démontrez que $\triangle AFB \sim \triangle DFC$.

Donnée : $\angle DAB = \angle DCB$.

ב. Démontrez que BD est un diamètre du cercle.

Données : $FC = \sqrt{18}$, $AF = \sqrt{32}$, $DF < BF$.

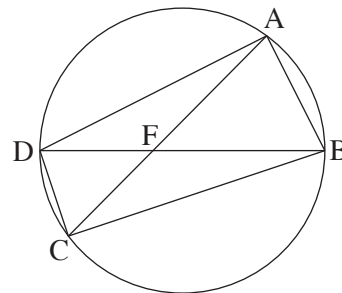
Le rayon du cercle est égal à 5.

ג. Déterminez la longueur du segment BF.

Données : Le point E est le milieu du segment AF, et le point G est le milieu du segment FB.

$DC = \sqrt{10}$.

ד. Déterminez la longueur du segment EG.



5. Soit le triangle ABC (voir figure).

Données : $\frac{AC}{BC} = \frac{2}{3}$, $\angle BAC = 120^\circ$.

א. Déterminez la mesure de l'angle $\angle ABC$.

Données : $BC = 12$.

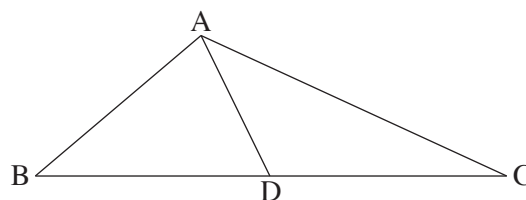
AD est la médiane du côté BC du triangle.

ב. Calculez la longueur du segment AD.

Le point F est le milieu du segment AD, et le point G se trouve sur le segment AB.

Données : l'aire du triangle GAF vaut 2.

ג. Calculez la longueur du segment AG.



Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{a}{6x^2 - x^3}$. $a > 0$ est un paramètre.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Donnez les équations des asymptotes de la fonction $f(x)$ qui sont perpendiculaires aux axes.
- ב. Déterminez l'abscisse du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.
- ג. Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$.

Donnée : l'ordonnée du point d'extremum de la fonction $f(x)$ est $\frac{1}{4}$.

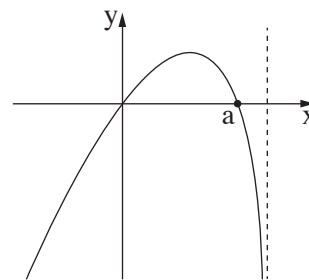
- ד. Déterminez a .
- ה. (1) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.
- (2) Tracez une esquisse du graphe de la fonction dérivée $f'(x)$.
- ו. Calculez l'aire délimitée par le graphe de la fonction dérivée $f'(x)$, par l'axe des abscisses et par la droite $x = 2$.

7. $f(x)$ est une fonction dont le graphe de sa fonction dérivée $f'(x)$ est représenté sur la figure ci-contre.

Ce graphe coupe l'axe des abscisses à l'origine du repère ainsi qu'au point d'abscisse $x = a$ uniquement.

a est un paramètre positif.

- א. Déterminez les abscisses des points d'extremum locaux de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type d'après le graphe (si besoin, exprimez-les en fonction de a). Justifiez votre réponse.



Donnée : $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{5-x}$.

- ב. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- ג. Déterminez a .
- ד. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.
- ה. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = -3f(x)$.

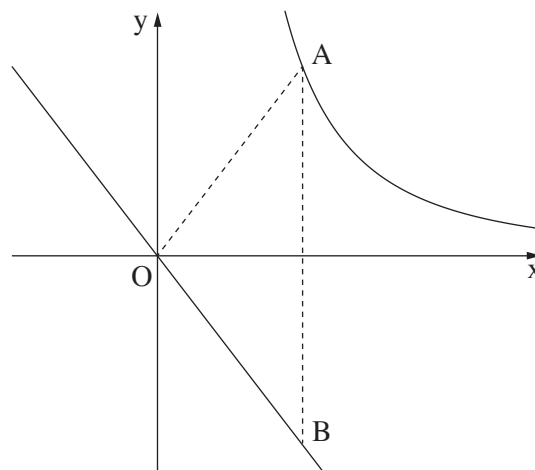
- ו. Déterminez les équations des tangentes au graphe de la fonction $g(x)$, dont le coefficient directeur est égal à 0.

8. La figure ci-contre représente le graphe de la fonction $f(x) = \frac{9}{x^2}$, définie pour tout $x > 0$, ainsi que la droite $y = -\frac{4}{3}x$.

Le point A se trouve sur le graphe de la fonction $f(x)$, dans le premier quadrant.

À partir du point A, on a tracé une droite parallèle à l'axe des ordonnées et qui coupe la droite $y = -\frac{4}{3}x$ en un point B.

- א. Déterminez les coordonnées du point A pour lequel l'aire du triangle AOB est minimale (O est l'origine du repère).
- ב. Existe-t-il un point A pour lequel l'aire du triangle AOB est égale à 4 ? Justifiez votre réponse.



Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך