

Математика

5 единиц обучения – второй вопросник

Указания экзаменующимся

а. Продолжительность экзамена: 2 часа 15 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

В этом вопроснике два раздела, и в них пять вопросов.

Раздел первый – аналитическая геометрия, векторы,

тригонометрия в пространстве, комплексные числа

Раздел второй – рост и затухание, степенные функции,

показательные и логарифмические функции.

Вы должны ответить на три вопроса по выбору

$$3 \times 33\frac{1}{3} = 100 \text{ баллов}$$

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы.

Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора).

Объясните все свои действия, включая вычисления,

подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно

подробная запись решения может привести к тому, что

оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

Желаем успеха!

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,

טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך –

$$3 \times 33\frac{1}{3} = 100 \text{ נקודות.}$$

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות

התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות

במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

2. התחל כל שאלה בעמוד חדש.

רשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים,

בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון

או לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Вопросы

Обратите внимание: объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Ответьте на три из вопросов 1-5 (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три из ответов в вашей тетради.

Раздел первый – аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа

1. Дано: точка К находится на параболе $y^2 = 4px$ ($p > 0$).

Координата у точки К равна 12 .

Расстояние между точкой К и фокусом параболы равно 20 .

(а) Найдите p (найдите два возможных значения).

Обозначим значения p , которые вы нашли в пункте (а), как p_1 и p_2 . $p_1 < p_2$.

Прямая вида $y = mx$ ($m \neq 0$) пересекает параболу $y^2 = 4p_1x$ в точке начала координат и еще в одной точке, А , а параболу $y^2 = 4p_2x$ пересекает в точке начала координат и еще в одной точке, В .

Подставьте значения p_1 и p_2 , которые вы нашли, и ответьте на вопросы пунктов (б)-(г).

(б) Выразите координаты точки А и координаты точки В при помощи m .

Для любой прямой $y = mx$ ($m \neq 0$) обозначим как М середину отрезка АВ , образованного описанным способом.

(г) Найдите уравнение геометрического места, на котором находятся эти точки М (не используя m).

2. Дан параллелепипед $ABCD A' B' C' D'$.

Точка K располагается на ребре CC' .

Точка E – середина ребра $A'D'$ (смотрите чертеж).

Обозначим: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$; $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$; $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$; $\overrightarrow{CK} = t \cdot \overrightarrow{CC'}$ ($t > 0$ – скаляр).

Дано: $|\underline{u}| = 3\sqrt{2}$; $|\underline{v}| = 6$; $|\underline{w}| = 6\sqrt{2}$,

$$\angle EKB = 90^\circ$$

(а) Найдите t .

Обозначим через π плоскость $CDA'B'$.

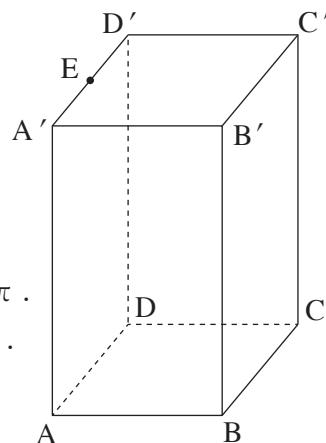
(б) (1) Докажите, что прямая BK перпендикулярна плоскости π .

(2) Объясните, почему прямая EK параллельна плоскости π .

Дано: $B(-1, 0, 1)$; $K(4, 5, -1)$,

$$\underline{w} = (2, 2, -8),$$

(а) Найдите уравнение плоскости π .



3. (а) Решите уравнение: $z^2 - (1 + i)z + 2i + 2 = 0$.

Одно из решений уравнения, которое вы решили, находится в четвертом квадранте и представлено точкой A в гауссовой плоскости.

Второе решение представлено точкой B в гауссовой плоскости.

Через точку B проходит окружность с центром в точке начала координат – O .

Прямая AO пересекает эту окружность в точках C и D .

В эту окружность вписан правильный многоугольник, у которого n сторон.

Дано, что точки B , C , D – вершины этого многоугольника.

(б) Чему равно наименьшее возможное n ? Обоснуйте свой ответ.

(а) Для значения n , найденного в пункте (б):

(1) Запишите комплексные числа, соответствующие вершинам этого многоугольника.

(2) Напишите уравнение, решениями которого являются все комплексные числа, соответствующие вершинам этого многоугольника.

/продолжение на странице 4/

Раздел второй – рост и затухание, степенные функции, показательные и логарифмические функции

4. Функции $g(x)$ определена и дифференцируема для любого x . Ее график пересекает ось x только в точке начала координат.

Точки экстремума функции $g(x)$: только $(1, 1)$ и $(-1, -1)$.

Производная функции $g(x)$ равна нулю только для $x = 1$ и $x = -1$.

Ось x является горизонтальной асимптотой функции $g(x)$ для x , стремящегося к бесконечности, и для x , стремящегося к минус бесконечности.

- (**א**) (1) Начертите возможный схематический график функции $g(x)$.
- (2) Запишите области положительных и области отрицательных значений $g'(x)$ (производной функции $g(x)$).

Дана функция $f(x) = e^{g(x)} - g(x)$.

- (**ב**) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (2) Найдите уравнение горизонтальной асимптоты функции $f(x)$.
- (3) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
- (4) Начертите возможный схематический график функции $f(x)$.

5. Дано семейство функций $f(x) = ax - \ln\left(\frac{x}{a}\right)$, $a \neq 0$ – параметр.

Ответьте на вопросы пунктов (**א**)-(ג) для $a > 0$ и для $a < 0$.

- (**א**) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (**ב**) Выразите при помощи a координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.

Дано, что график функции $f(x)$ пересекает ось x в двух различных точках.

- (ג) Начертите схематический график функции $f(x)$.

Дана функция $g(x) = f'(x)$ (производная функции $f(x)$), определенная в той же области, в которой определена функция $f(x)$.

Дано: $a > 0$.

- (ד) Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $g(x)$, прямой $x = \frac{2}{a}$ и осью x , и докажите, что эта площадь не зависит от a .

Желаем успеха!

בהצלחה!