

Mathématiques

5 unités d'étude – deuxième questionnaire

Instructions au candidat

- א. Durée de l'examen : deux heures et quart.
- ב. Structure du questionnaire et barème de notation :
Ce questionnaire, qui comporte deux parties, est constitué de cinq questions.
Première partie — Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace, nombres complexes.
Deuxième partie — Croissance et décroissance, fonctions puissances, fonctions exponentielles et logarithmiques.
- Répondez à trois questions au choix — $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ points.

- ג. Matériel auxiliaire autorisé :
- (1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.
L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.
- (2) Formulaires (jointes au sujet).
- (3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

- ד. Instructions supplémentaires :
- (1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.
- (2) Commencez chaque question sur une nouvelle page.
Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.
Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.

Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

Bonne chance !

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון — גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני — גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך — $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

בהצלחה!

Questions

Attention : Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, de manière détaillée et claire.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Répondez à trois des questions 1-5 ($33\frac{1}{3}$ points par question).

Attention : Si vous répondez à plus de trois questions, seules les trois premières réponses de votre copie seront corrigées.

Première partie - Géométrie analytique, vecteurs, trigonométrie dans l'espace et nombres complexes

1. Données : le point K se trouve sur la parabole $y^2 = 4px$ ($p > 0$).

L'ordonnée du point K est 12.

La distance entre le point K et le foyer de la parabole vaut 20.

⌘. Déterminez p (déterminez les deux possibilités).

On note les valeurs de p que vous avez déterminées à l'article ⌘ par p_1 et p_2 . $p_1 < p_2$.

Une droite de la forme $y = mx$ ($m \neq 0$) coupe la parabole $y^2 = 4p_1x$ à l'origine du repère ainsi qu'en un point supplémentaire A, et coupe la parabole $y^2 = 4p_2x$ à l'origine du repère ainsi qu'en un point supplémentaire B.

Substituez les valeurs p_1 et p_2 que vous avez déterminées, puis répondez aux articles Ⓜ-Ⓚ.

Ⓜ. Exprimez les coordonnées du point A, ainsi que les coordonnées du point B en fonction de m .

Pour toute droite $y = mx$ ($m \neq 0$), on note M le milieu du segment AB formé de la manière décrite.

Ⓚ. Déterminez l'équation du lieu géométrique sur lequel se trouvent ces points M (sans m).

2. Soit le pavé $ABCD A'B'C'D'$.

Le point K se trouve sur l'arête CC' .

Le point E est le milieu de l'arête $A'D'$ (voir figure).

On note : $\overrightarrow{CK} = t \cdot \overrightarrow{CC'}$; $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$; $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$; $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$
($t > 0$ est un scalaire).

Données : $|\underline{u}| = 3\sqrt{2}$; $|\underline{v}| = 6$; $|\underline{w}| = 6\sqrt{2}$,
 $\angle EKB = 90^\circ$.

א. Déterminez t .

On note π le plan $CDA'B'$.

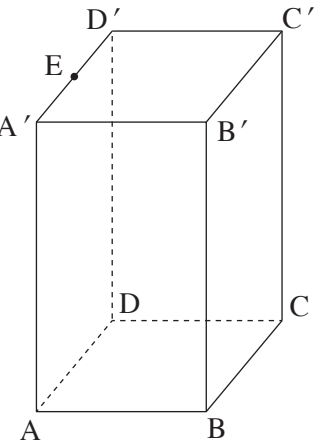
א. (1) Démontrez que la droite BK est perpendiculaire
au plan π .

(2) Expliquez pourquoi la droite EK est parallèle au plan π .

Données : $K(4, 5, -1)$; $B(-1, 0, 1)$,

$\underline{w} = (2, 2, -8)$.

א. Déterminez l'équation du plan π .



3. א. Résolvez l'équation $z^2 - (1 + i)z + 2i + 2 = 0$.

Une des solutions de l'équation que vous avez résolue se trouve dans le quatrième quadrant et elle est représentée par le point A dans le plan de Gauss.

La deuxième solution est représentée par le point B dans le plan de Gauss.

Un cercle dont le centre se situe à l'origine O du repère, passe par le point B . La droite AO coupe le cercle aux points C et D .

Un polygone régulier à n côtés est inscrit dans ce cercle.

Il est donné que les points D, C, B sont les sommets de ce polygone.

א. Quel est le plus petit n possible ? Justifiez votre réponse.

א. Pour la valeur de n que vous avez déterminée à l'article א :

(1) Donnez les nombres complexes correspondant aux sommets du polygone.

(2) Formulez une équation dont les solutions sont tous les nombres complexes correspondant aux sommets du polygone.

Deuxième partie – Croissance et décroissance, fonctions puissances, fonctions exponentielles et logarithmiques

4. La fonction $g(x)$ est définie et dérivable pour tout x . Son graphe coupe l'axe des abscisses uniquement à l'origine du repère.

Les points d'extremum de la fonction $g(x)$ sont $(1, 1)$ et $(-1, -1)$ uniquement.

La dérivée de la fonction $g(x)$ s'annule pour $x = 1$ et $x = -1$ uniquement.

L'axe des abscisses est une asymptote horizontale de la fonction $g(x)$ lorsque x tend vers l'infini et lorsque x tend vers moins l'infini.

- א. (1) Tracez une esquisse possible du graphe de la fonction $g(x)$.
- (2) Donnez les intervalles sur lesquels $g'(x)$ (la fonction dérivée de $g(x)$) est positive et les intervalles sur lesquels elle est négative.

Soit la fonction $f(x) = e^{g(x)} - g(x)$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez l'asymptote horizontale de la fonction $f(x)$.
- (3) Déterminez les coordonnées des points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type.
- (4) Tracez une esquisse possible du graphe de la fonction $f(x)$.

5. Soit la famille de fonctions $f(x) = ax - \ln\left(\frac{x}{a}\right)$, $a \neq 0$ est un paramètre.

Répondez aux articles א-ג pour $a > 0$ et pour $a < 0$.

- א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- ב. Exprimez, en fonction de a , les coordonnées du point d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez son type.

Il est donné que la fonction $f(x)$ coupe l'axe des abscisses en deux points différents.

- ג. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

Soit la fonction $g(x) = f'(x)$ (la dérivée de la fonction $f(x)$) définie sur le même intervalle sur lequel est définie la fonction $f(x)$.

Donnée : $a > 0$.

- ד. Déterminez l'aire délimitée par le graphe de la fonction $g(x)$, par la droite $x = \frac{2}{a}$, et par l'axe des abscisses, puis démontrez que cette aire ne dépend pas de a .

Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.

Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך