

Mathématiques

4 unités d'étude – premier questionnaire

Instructions au candidat

א. Durée de l'examen : trois heures et demie.

ב. Structure du questionnaire et barème de notation :

Ce questionnaire, qui comporte trois parties, est constitué de huit questions.

Première partie — Algèbre, géométrie analytique, probabilités

Deuxième partie — Géométrie et trigonométrie planes

Troisième partie — Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines

Répondez à cinq questions au choix — $5 \times 20 = 100$ points.

ג. Matériel auxiliaire autorisé :

(1) Calculatrice non graphique. Il est interdit d'utiliser les options de programmation d'une calculatrice programmable.

L'utilisation d'une calculatrice graphique ou des options de programmation d'une calculatrice peut entraîner votre disqualification.

(2) Formulaires (jointes au sujet).

(3) Dictionnaire hébreu-langue étrangère / langue étrangère-hébreu.

ד. Instructions supplémentaires :

(1) Ne recopiez pas la question, indiquez seulement son numéro.

(2) Commencez chaque question sur une nouvelle page. Écrivez dans le cahier d'examen les étapes de la résolution, même lorsque les calculs se font à l'aide d'une calculatrice.

Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire et ordonnée.

Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Écrivez dans le cahier d'examen uniquement.

Inscrivez "טייטה" en haut de chaque page de brouillon.

Écrire des notes de brouillon sur d'autres feuilles que celles du cahier d'examen, risque d'entraîner votre disqualification.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון — אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פרק שלישי — חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

עליך לענות על חמש שאלות לבחירתך — $5 \times 20 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון

שיש בו אפשרות לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול

לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה

ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Bonne chance !

בהצלחה!

Questions

Attention : Expliquez toutes vos opérations, y compris les calculs, en détail et de façon claire.
Un manque de détails peut entraîner une baisse de la note ou votre disqualification.

Répondez à cinq des questions 1-8 (20 points par question).

Attention : Si vous répondez à plus de cinq questions, seules les cinq premières réponses de votre copie seront corrigées.

Première partie – Algèbre, géométrie analytique, probabilités

1. Ouri et Dani sont partis en même temps de deux points différents, puis ont marché l'un vers l'autre le long d'un même parcours rectiligne.

La vitesse de marche d'Ouri était supérieure de 40 % à la vitesse de marche de Dani.

Ouri et Dani se sont rencontrés une heure et quart après qu'ils ont débuté leur trajet.

On note x la vitesse de marche de Dani.

א. Exprimez la longueur du parcours en fonction de x .

40 minutes après qu'ils ont débuté leur trajet, la distance qui séparait Ouri et Dani était de 4,9 km.

ב. Déterminez la vitesse de marche de Dani ainsi que la vitesse de marche d'Ouri.

ג. Quelle distance séparait Ouri et Dani une heure après qu'ils ont débuté leur trajet ?

2. La droite $y = -2$ est tangente en un point A à un cercle de centre M (voir figure).

Le centre du cercle se trouve dans le premier quadrant.

Le rayon du cercle vaut 5.

א. Déterminez l'ordonnée du centre du cercle.

Il est donné que le cercle passe par le point $C(2, 0)$.

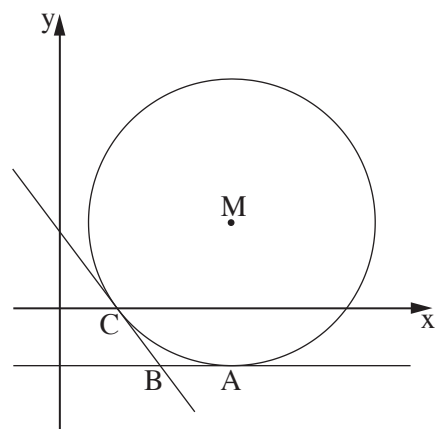
ב. Déterminez l'équation du cercle.

La tangente au cercle au point C coupe la droite $y = -2$ en un point B (voir figure).

ג. Déterminez l'aire du quadrilatère $MABC$.

D est un point situé sur le cercle tel que AD est un diamètre du cercle.

ד. Déterminez l'équation de la tangente au cercle au point D .



3. Dans l'État d'Outs, le nombre d'habitants ayant un permis de conduire est 3 fois plus grand que le nombre d'habitants n'ayant pas de permis de conduire.
- א. Quelle est la probabilité qu'un habitant de l'État d'Outs ait un permis de conduire ?

Données : 60% des habitants de l'État d'Outs sont adultes, et le reste sont des jeunes.

Parmi les habitants adultes de l'État d'Outs, 80% ont un permis de conduire.

- ב. Quelle est la probabilité qu'un habitant de l'État d'Outs soit un jeune n'ayant pas de permis de conduire ?
- ג. On a choisi un habitant de l'État d'Outs au hasard, et l'on sait que cet habitant est un jeune. Quelle est la probabilité qu'il ait un permis de conduire ?
- ד. On a choisi 4 habitants de l'État d'Outs au hasard. Quelle est la probabilité qu'exactly 2 d'entre eux soient des jeunes ayant un permis de conduire ?

Deuxième partie – Géométrie et trigonométrie planes

4. La figure ci-contre représente un losange ABCD .

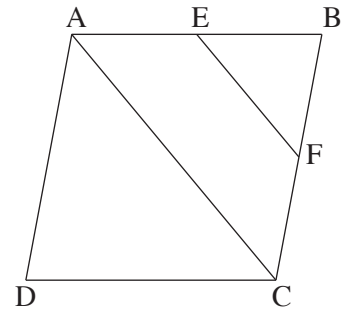
Les points F et E sont respectivement les milieux des côtés BC et AB .

א. Démontrez que $EF \parallel AC$.

ב. (1) Démontrez que $\triangle EBF \sim \triangle ABC$.

(2) Déterminez le rapport entre l'aire du triangle EBF et l'aire du losange ABCD .

ג. Démontrez que $BD \perp EF$.



Données : le périmètre du losange vaut 32 ,

$$EF = 2\sqrt{7} .$$

M est le point d'intersection de BD et EF .

ד. (1) Déterminez BM .

(2) Déterminez MD .

5. La figure ci-contre représente un triangle acutangle ABC .

BD est la médiane relative au côté AC .

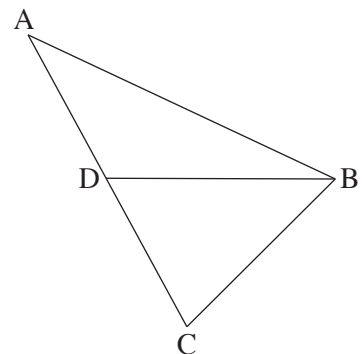
Données : $DB = a$, $AB = 1,5a$, $\angle ABD = 28^\circ$.

א. Exprimez la longueur du segment AD en fonction de a .

Il est donné que le rayon du cercle dans lequel est inscrit le triangle ABD vaut 5 .

ב. Déterminez a .

ג. Calculez l'aire du triangle ABC .



Troisième partie – Calcul différentiel et intégral de polynômes, de fonctions rationnelles et de fonctions racines

6. Soit la fonction $f(x) = \frac{16}{x^2} - x^2$.

- א. (1) Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- (2) Déterminez les asymptotes de la fonction $f(x)$ perpendiculaires aux axes (s'il en existe).
- ב. Déterminez les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction $f(x)$.
- ג. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.
- ד. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.
- ה. Déterminez l'aire délimitée par le graphe de la fonction $f(x)$, par l'axe des abscisses et par la verticale $x = 1$.

7. Soit la fonction $f(x) = ax \cdot \sqrt{12 - x}$. $a > 0$ est un paramètre.

- א. Déterminez le domaine de définition de la fonction $f(x)$.
- ב. Déterminez les coordonnées des points d'intersection du graphe de la fonction $f(x)$ avec l'axe des abscisses.
- ג. Déterminez les coordonnées de tous les points d'extremum de la fonction $f(x)$, puis déterminez leur type (exprimez votre réponse en fonction de a si cela est nécessaire).
- ד. Tracez une esquisse du graphe de la fonction $f(x)$.

La fonction $g(x) = f(x) - 32$ est tangente à l'axe des abscisses.

- ה. (1) Tracez une esquisse du graphe de la fonction $g(x)$.
- (2) Déterminez a .

8. Dans la figure ci-contre, ABCD est un rectangle dont l'aire vaut 25 .

Un point E est situé sur le côté AB ,

et un point G est situé sur le prolongement du côté CB ,

tel que cela est décrit dans la figure.

Le quadrilatère EFGB est un carré.

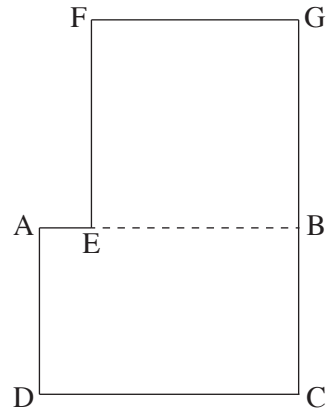
Données : $AD < DC$,

le côté du carré est plus long que AD de 25 % .

On note : $AD = x$.

א. Exprimez DC et AE en fonction de x .

ב. Déterminez la valeur de x pour laquelle le périmètre du polygone AEF GCD ainsi formé est minimal.



Bonne chance!

Tous droits réservés à l'État d'Israël.
Toute copie ou publication est interdite sans l'autorisation du
Ministère de l'Éducation.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך