

Mathematics

4 Points – 2nd Exam

Instructions for examinees

א. Duration of the exam: One hour and 45 minutes.

ב. Exam structure and breakdown of points:

This exam has two parts with a total of five questions.

Part One — Sequences, Spatial Trigonometry

Part Two — Growth and Decay, Differential and Integral

Calculus of Trigonometric Functions,

Exponential and Logarithmic Functions, and

Power Functions

Answer three questions of your choice

$$- 3 \times 33\frac{1}{3} - 100 \text{ points.}$$

ג. Material that may be used during the exam:

(1) A non-graphing calculator. Do not use the programming options of a programmable calculator.

Use of a graphing calculator or programming options may lead to the disqualification of your exam.

(2) Formula sheets (attached).

(3) A Hebrew-foreign language / foreign language-Hebrew dictionary.

ד. Special instructions:

(1) Do not copy the question, but do indicate the number of the question you are answering.

(2) Start each question on a new page.

Write the steps of the solution in your answer booklet, even when the calculations are done with a calculator.

Explain all of your work, including calculations, in detail and in a clear and organized fashion.

Lack of detail may lower your score or lead to the disqualification of your exam.

Write only in the answer booklet. Write "טיוטה" at the top of each draft page. If you use any draft paper outside the answer booklet your exam may be disqualified.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות לנבחן

א. משך הבחינה: שעה וארבעים וחמש דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של

פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות

ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך

$$- 3 - 33\frac{1}{3} \times 100 \text{ נקודות.}$$

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

(3) מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.

(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה. תתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Good Luck!

בהצלחה!

Questions

Note: Explain all of your work, including calculations, clearly and in detail.

Lack of detail may lower your score or lead to the disqualification of your exam.

Answer three of the questions 1-5.

Note: If you answer more than three questions, only the first three answers in your answer booklet will be graded.

Part One — Sequences, Spatial Trigonometry

Sequences

1. The given sequence a_n satisfies the rule: $a_{n+1} = 2n + 1 - a_n$.
Given: $a_1 = 10$.
 - א. Find the terms a_2, a_3, a_4 .
 - ב. (1) Prove that the sequence composed of the terms in the odd positions is an arithmetic sequence.
(2) Is the sequence composed of the terms in the even positions also an arithmetic sequence? Explain.
 - ג. Find the sum of the first 46 terms in the sequence a_n .

Spatial Trigonometry

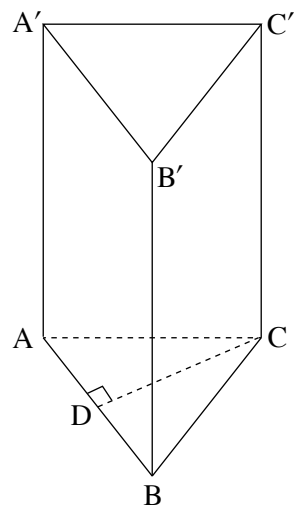
2. Given: a right prism $ABCA'B'C'$ whose base ABC is an equilateral triangle.
 CD is the height to Side AB (see figure).
Given: $CD = a$.

א. Express the length of the side of Triangle ABC in terms of a .

Given: The angle between $A'D$ and the plane of the base ABC is 68° .

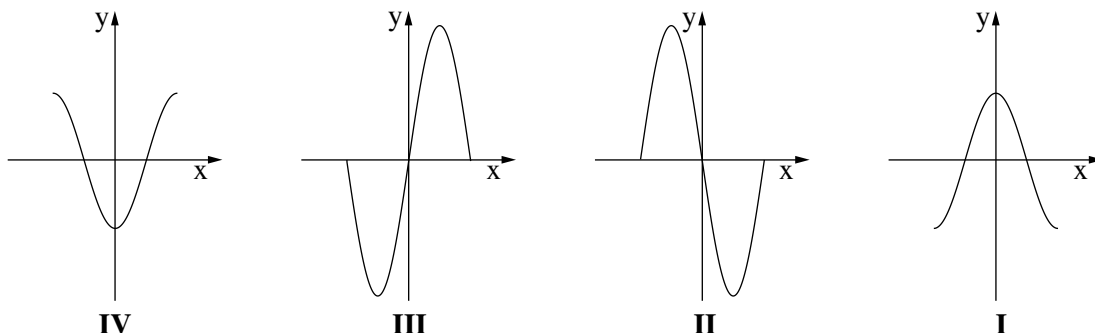
The lateral surface area of the prism equals 713 (sum of the areas of the side faces).

- ב. (1) Express the height of the prism in terms of a .
(2) Find a .
- ג. Find the size of the angle $\angle BA'C$.



Part Two — Growth and Decay, Differential and Integral Calculus of Trigonometric Functions, Exponential and Logarithmic Functions, and Power Functions

3. Consider the given function $f(x) = 2 - 4(\sin x)^2$, which is defined on the interval $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.
- א. Show that $f(x) = 2 \cos(2x)$.
 - ב. Find the coordinates of the intersection points of the graph of function $f(x)$ with the axes.
 - ג. Find the coordinates of all the extrema [נקודות הקיצון] of the function $f(x)$, and determine what type of extrema they are.
 - ד. Sketch a graph of the function $f(x)$.
 - ה. (1) Determine which of the four graphs shown below, I, II, III, IV, describes the graph of function $f'(x)$ (the derivative of the function $f(x)$), and explain your answer.
(2) Calculate the area of the region bounded by the graph of function $f'(x)$ and the x-axis.



4. Consider the given function $f(x) = \frac{e^{2x} + 4}{e^x}$.
- א. Find the domain [תחום ההגדרה] of the function $f(x)$.
 - ב. Find the coordinates of the intersection points of the graph of the function $f(x)$ with the axes (if there are any such points).
 - ג. Show that $f(x) = e^x + 4e^{-x}$.
 - ד. Find the coordinates of the extremum [נקודת הקיצון] of the function $f(x)$ and determine what type of extremum it is.
 - ה. Sketch a graph of the function $f(x)$.
 - ו. Find the area of the region bounded by the graph of function $f(x)$, the tangent to the graph of function $f(x)$ at its extremum, and the y-axis.

5. Consider the given function $f(x) = x^2 \cdot \ln(x)$.

- א. Find the domain [תחום ההגדרה] of the function $f(x)$.
- ב. Find the coordinates of the intersection point of the graph of the function $f(x)$ with the x-axis.
- ג. Find the coordinates of the extremum [נקודת קיצון] of the function $f(x)$ and determine what type of extremum it is.
- ד. Sketch a graph of the function $f(x)$.
- ה. Consider the given functions $h(x) = f(x) - 2$, $g(x) = -2f(x)$.

List the coordinates of the extremum of the function $h(x)$ and the coordinates of the extremum of the function $g(x)$. Determine what type of extremum each one is.

Explain your answers.

Good Luck!

All rights reserved by the State of Israel.
Copying or publication without the consent of the
Ministry of Education is prohibited.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך