

Государство Израиль
Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости
Время проведения экзамена: зима 2021 года

Номер вопросника: 035582

Приложение: листы с формулами
для уровня в 5 единиц обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: חורף תשפ"א, 2021

מספר השאלון: 035582

נספח: דפי נוסחאות

ל-5 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

Математика

5 единиц обучения – второй вопросник

מ ת מ ט י ק ה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

Указания экзаменуемым

- а. Продолжительность экзамена: 2 часа 15 минут.
- б. Строение вопросника и ключ к оценке:
В этом вопроснике два раздела, в которых есть пять вопросов.
Раздел первый – аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа
Раздел второй – рост и убывание, функции степени, показательные и логарифмические функции.
Вы должны ответить на три вопроса по выбору
 $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ баллов

הוראות לנבחן

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, в котором есть возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.
2. Листы с формулами (прилагаются).
3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; отметьте только его номер.
2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, в ясной и упорядоченной форме. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка будет снижена или экзамен будет аннулирован.

כתוב במחברת הבחינה בלבד. רשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован!

Желаем успеха!

בהצלחה!

א. משך הבחינה: שתיים ורבע.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
עליך לענות על שלוש שאלות לבחירתך –
 $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).
3. מילון עברי-לועזי/לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
2. התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

Вопросы

Обратите внимание! Объясняйте все ваши действия, включая вычисления, подробно и ясно.

Недостаточная детализация может снизить вашу оценку или привести к аннулированию экзамена.

Ответьте на три из вопросов 1-5 (за каждый вопрос – $33\frac{1}{3}$ балла).

Обратите внимание! Если вы ответите более чем на три вопроса, будут проверены только первые три ответа в вашей тетради.

Раздел первый – аналитическая геометрия, векторы, тригонометрия в пространстве, комплексные числа

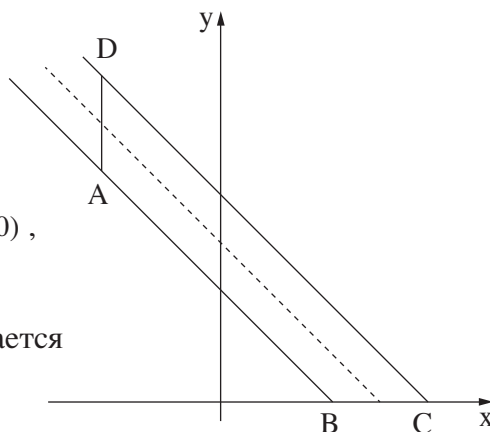
1. ABCD – трапеция ($AB \parallel DC$).

Дано: расстояние между основаниями трапеции, AB и DC, равно $\sqrt{2}$,
средняя линия трапеции ABCD расположена на прямой $x + y - 4 = 0$.

(а) Найдите уравнения прямых, на которых лежат основания этой трапеции.

Дано: боковая сторона BC расположена на оси x.

Строят такую каноническую параболу $y^2 = 2px$ ($p > 0$),
что вершины трапеции A и D располагаются
на директрисе параболы, а фокус параболы располагается
на вершине B или на вершине C.



(б) (1) Каково уравнение параболы, для которого трапеция ABCD является большей из двух возможных трапеций? Обоснуйте свой ответ.

(2) Каково уравнение параболы, для которого трапеция ABCD является меньшей из двух возможных трапеций?

(в) Проводят прямую, параллельную оси x и пересекающую две параболы, которые вы нашли при ответе на вопросы пункта (б), в двух точках, E и F.

Найдите уравнение геометрического места, на котором расположены середины отрезков EF, образованных подобным образом.

2. ABC – треугольник.

Обозначим: $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AC} = \underline{v}$.

Дано: $A(0, 2, -1)$, $B(-3, 2, 2)$,

Точка $D(-2, 3, 1)$ – такая точка на отрезке BC, что $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v}$.

(а) (1) Найдите координаты точки C и докажите, что треугольник ABC является прямоугольным.

(2) Найдите уравнение плоскости ABC .

Точка E – такая точка на плоскости ABC , что ABEC является прямоугольником.

Точка M – точка пересечения диагоналей этого прямоугольника.

S – это такая точка, что MS перпендикулярен плоскости ABEC .

(б) (1) Найдите параметрическое уравнение прямой MS и объясните, почему SABEC является пирамидой, боковые ребра которой равны $[\sqrt{17}]$, для любой подобной точки S .

(2) Приведите пример координат точки S , описанной в пункте (б)-(1).

Для найденной вами точки S вычислите угол SAB .

(3) Для найденной вами точки S , существует ли другая точка, P , для которой PABEC является пирамидой с равными боковыми ребрами $[\sqrt{17}]$, для которой выполняется $\sphericalangle SAB = \sphericalangle PAB$?

Если да, найдите ее координаты. Если нет, обоснуйте.

3. Дано уравнение $i \cdot z^6 = \frac{1}{64}$ (z – комплексное число).

(а) Найдите все решения данного уравнения.

Решения данного уравнения соответствуют вершинам выпуклого многоугольника в плоскости Гаусса.

(б) Покажите, что для каждой из вершин многоугольника существует в точности одна такая вершина, что соединяющая их прямая проходит через точку начала координат.

Умножают каждое из решений данного уравнения на одно и то же комплексное число, w .

(в) Объясните, почему сумма полученных чисел равна нулю.

Дано: $w = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

(г) Напишите уравнение, решениями которого являются 12 чисел: решения уравнения, данного в начале вопроса, и числа, полученные после умножения на w .

Раздел второй – рост и убывание, функции степени, показательные и логарифмические функции

4. Дана функция $f(x) = \frac{-4}{e^{2x} - 4e^x + 3}$.

- (а) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (2) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат.
- (3) Найдите координаты точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип (если таковые существуют).
- (4) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.
- (5) Начертите схематический график функции $f(x)$.

(б) Объясните, почему для любого $b < 0$ выполняется $\int_{b-3}^b f(x) dx < -4$.

Дана функция $g(x) = \frac{k}{f(x)}$, область определения которой идентична области определения функции $f(x)$. k – параметр.

Дано, что у функции $g(x)$ есть точка минимума.

(а) Какова возможная область значений для k ? Обоснуйте свой ответ.

5. Дана функция $f(x) = \frac{1}{(\ln(x))^3 - 1} + 1$.

- (а) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (2) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат.
- (3) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$ (если таковые существуют).
- (4) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат (если таковые существуют).
- (5) Начертите схематический график функции $f(x)$.

(б) Прямая $y = k$ не пересекает график функции $f(x)$ (k – параметр). Найдите k . Обоснуйте свой ответ.

(а) Зададим: $T(x) = \int_{e^{-1}}^x f(x) dx$ $e^{-1} \leq x < e$.

(1) Даны три значения x , I–III. Для какого из них значение $T(x)$ будет наибольшим? Обоснуйте свой ответ.

I) $x = \frac{1}{2}$ II) $x = 1$ III) $x = 2$

(2) Объясните, почему для любого $e^{-1} \leq x < e$ выполняется $T(x) < 1$.

Желаем успеха!

בהצלחה!